

# DOSSIER DE RECHERCHE

Concours externe spécial de l'agrégation de physique-chimie, option physique

CORENTIN NAVEAU

14/06/21

**Introduction:** Ce dossier scientifique vise à présenter de manière didactique mes travaux de recherches, notamment ceux de doctorat, et à discuter des compétences et acquis en découlant pouvant être utile dans l'exercice du métier de professeur agrégé. Il est divisé en deux parties.

La première partie dresse un récapitulatif succinct de mon parcours scientifique à travers un curriculum vitae puis d'une discussion sur les compétences acquises au cours de ma formation, en regard notamment du Référentiel de compétences des métiers du professorat et de l'éducation. J'y présente enfin quelques enjeux de mon domaine de spécialisation ; l'optique non-linéaire dans les fibres optiques.

Dans la seconde partie, je présente une partie de mes travaux de thèse, qui a porté sur l'étude expérimentale de deux phénomènes non-linéaires en optique fibrée, les récurrences de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou et l'instabilité de modulation. J'y introduis quelques notions théoriques puis je discute plus en détail de certains développements expérimentaux. Enfin, je développe une activité pédagogique destinée à des élèves de classe préparatoire. Cette dernière se base sur l'usage d'un code Python permettant l'intégration numérique de l'équation de propagation dans les fibres optiques : l'équation de Schrödinger non-linéaire. Cette activité permet de mettre en oeuvre divers aspects du programme de CPGE PC, concernant l'utilisation de l'outil numérique et la physique des ondes.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Parcours scientifique et professionnel</b>	<b>2</b>
1.1	Curriculum Vitae . . . . .	2
1.2	Compétences non disciplinaires . . . . .	3
1.3	Enseignement . . . . .	4
1.4	Domaine de spécialisation : l'optique non-linéaire . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Mesures distribuées de l'amplitude et de la phase le long d'une fibre optique</b>	<b>5</b>
2.1	Equation de Schrödinger non-linéaire . . . . .	5
2.2	Instabilité de modulation et récurrences de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou . . . . .	6
2.3	Mesure distribuée de l'amplitude et de la phase des ondes de pompe, signal et idler. . . . .	7
2.3.1	Etat de l'art avant ma thèse . . . . .	7
2.3.2	Réflectométrie optique hétérodyne . . . . .	8
2.4	Intégration numérique de l'équation de Schrödinger non-linéaire . . . . .	10
2.4.1	La méthode des « pas séparés » (split-step Fourier) . . . . .	10
2.4.2	Activité pédagogique : Atténuation, dispersion et non-linéarités dans les fibres optiques. . . . .	11

# 1. Parcours scientifique et professionnel

## 1.1 Curriculum Vitae

### Parcours professionnel

#### Postdoctorat Oct 2019 – Juin 2020

Laboratoire de Photonique, Université technologique de Chalmers, Göteborg, Suède  
Superviseur: Prof. Peter Andrekson  
*Phase-sensitive optical amplifiers and their applications*

#### Doctorat Oct 2016 – Oct 2019

Laboratoire PHLAM UMR 8523, Université de Lille  
Superviseurs: Prof. Arnaud Mussot & Dr Pascal Szniftgiser  
*Instabilité de modulation et récurrences de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou dans les fibres optiques*

#### Enseignement Sept 2017 – Juin 2019

Institut Mines-Télécom Lille-Douai, France

- ~ 100h de TD pour L1 et L2:
  - Optique géométrique
  - Electrocinétique
  - Systèmes oscillants
  - Electrostatique & Magnétostatique
- ~ 20h d'encadrement de TP pour L1 + élaboration du barème de notation et correction de copies:
  - Electrocinétique
  - Optique géométrique

#### Projet de recherche Oct 2015 – Avr 2016

Laboratoire Blackett, Imperial College London, Royaume-Uni  
Superviseur: Prof. John Tisch  
*Few-cycle generation by hollow fiber pulse compression*

#### Stage de recherche Mai 2015 – Août 2015

Equipe Plasmonique, King's College London, Royaume-Uni  
Superviseurs: Dr. Gregory Wurtz  
*Understanding ultrafast dynamics in plasmonic nanostructured systems, a numerical approach*

### Formation

#### Master Formation à l'Enseignement, Agrégation de physique et Développement Professionnel Sept 2019 – Juin 2020

ENS de Lyon, France

#### Doctorat de Physique Oct 2016 – Oct 2019

Université de Lille, France

#### Echange Erasmus Oct 2015 – Juin 2016

Imperial College London, Royaume-Uni

#### Diplôme d'ingénieur, spécialité physique/nanosciences Sept 2013 – Juin 2016

Grenoble INP Phelma, Grenoble, France

#### Classe préparatoire aux Grandes Ecoles, PCSI, PC\* Sept 2011 – Juin 2013

Lycée Clemenceau, Nantes, France

### Responsabilités associatives

#### University of Lille OSA Student Chapter Janv 2017 – Sept 2019

Membre fondateur, vice-président puis président de l'association:

- Organisation de visites d'entreprises et de laboratoires
- Participation à des manifestations scientifiques

## 1.2 Compétences non disciplinaires

Outre l'indispensable maîtrise disciplinaire de la matière à enseigner, le Référentiel de compétences des métiers du professorat et de l'éducation liste de nombreuses compétences nécessaires au bon exercice du métier de professeur. Ainsi, je tâcherai dans cette partie de mettre en exergue certaines de ces compétences que j'ai pu développer au cours de mes études et travaux de recherches.

Tout d'abord, mon parcours a été marqué par de nombreuses expériences à l'international très enrichissantes. Avant ma thèse, j'ai ainsi passé un peu plus d'un an à Londres, tout d'abord en stage puis en échange académique via le programme Erasmus. J'ai pu y découvrir des méthodes d'enseignement différentes, plus centrées sur les cours magistraux, les travaux dirigés étant quasiment absents. Cette année m'a aussi permis de parfaire ma maîtrise de la langue anglaise et d'acquérir un bon niveau, que j'ai pu ensuite maintenir lors de mon doctorat et qui m'a été notamment très utile lors de mon postdoctorat en Suède, où je communiquais une très grande majorité du temps en Anglais. En plus des compétences linguistiques, ces expériences m'ont aussi appris à m'adapter rapidement à des environnements de vie et de travail différents.

En second lieu, j'ai pu le long de ma formation développer des compétences dans l'usage de certains outils numériques, notamment en Matlab. En effet, mes travaux étaient essentiellement expérimentaux mais l'usage de Matlab était omniprésent, tout d'abord pour effectuer des simulations numériques (l'activité pédagogique développée dans la dernière partie de ce dossier en discute) mais aussi pour contrôler et automatiser la quasi-totalité de mes expériences via l'interfaçage entre les différents instruments et un ordinateur. Bien que Matlab soit un logiciel commercial qu'on ne retrouve généralement pas dans un lycée, une partie des connaissances sont transférables à l'utilisation du langage Python par exemple.

Enfin, j'ai pu au cours de ma thèse, que j'ai effectué au sein de l'équipe Photonique du laboratoire PhLAM à Lille, m'habituer à travailler en équipe. En effet, même si j'étais le plus souvent seul à travailler sur mon système expérimental, les échanges avec mes directeurs de thèse (Arnaud Mussot et Pascal Szriftgiser) étaient constants. L'étude théorique des phénomènes en jeu étant très complexe, je travaillai aussi de pair avec un théoricien, Matteo Conforti, avec qui je discutais de mes résultats mais aussi avec d'autres théoriciens basés à l'international, notamment Stefano Trillo (Italie) et Nail Akhmediev (Australie). J'ai aussi eu l'occasion de collaborer avec d'autres doctorants sur divers projets. Ces derniers ne concernaient pas que nos travaux de recherche car j'ai participé au début de ma thèse à la fondation d'une association appelée University of Lille OSA Student Chapter dont j'ai été le vice-président puis le président. Cette association résulte d'un parrainage de l'Optical Society of America (OSA) qui encourage (à travers des financements) les étudiants en optique à travers le monde à développer des activités promouvant l'optique et la physique en général auprès du grand public mais aussi à développer les compétences professionnelles de ces étudiants. Déclarée à la préfecture, son objet est ainsi le suivant : *accroître les compétences professionnelles et scientifiques des membres dans le domaine de l'optique ; encourager les communications et les échanges entre les membres, les professeurs et d'autres associations étudiantes ; promouvoir la discipline de la physique et notamment de l'optique et de la photonique au sein de l'université, du milieu éducatif et de la société locale ; accroître la visibilité des étudiants dans le monde académique et industriel.* L'association venant d'être créée pendant ma thèse, elle ne comptait pas beaucoup de membres (une dizaine de doctorants) mais nous avons tout de même pu prendre part à différentes activités. Par exemple, j'ai organisé des visites d'entreprises telle que la visite de l'un des plus gros sites de production de fibre optique en France (Prysmian Group à Douvrin) ou encore d'Alcatel Submarine Network à Calais qui est l'un des leaders mondiaux du déploiement des lignes de transmission sous-marines. En plus d'être intéressant du point de vue scientifique, ces visites sont l'occasion pour des étudiants ne souhaitant pas poursuivre une carrière académique de découvrir le monde de l'entreprise. Avec d'autres membres, nous avons aussi participé à des manifestations scientifiques, notamment la Fête de la Science, où nous avons collaboré à l'animation d'un stand géré par Daniel Hennequin, chercheur de mon laboratoire. Cette expérience de médiation scientifique s'avère très enrichissante d'un point de vue communication car il faut sans cesse adapter le discours au public concerné. On peut en effet se retrouver face à un groupe de primaires puis quelques minutes plus tard face à groupe de lycéens lors de la visite des scolaires ou alors face à des groupes au bagage scientifique très hétérogène lors de la visite du grand public. Au final je pense que cela m'a permis d'acquérir certaines compétences en matière de création

et d'organisation de projets collaboratifs, ce qui peut se révéler très utile, un professeur étant amené à collaborer avec des collègues de son établissement (de sa discipline ou autre) ou avec des partenaires extérieurs. De plus, cela développe les capacités de communication, ce dont je reparlerai dans la prochaine section où je détaille mes activités d'enseignement.

### 1.3 Enseignement

Au cours de mon doctorat, j'ai eu la chance d'effectuer un service d'enseignement au sein de l'Institut Mines-Télécom (IMT) Lille-Douai, d'une durée de 124h répartie sur mes 2ème et 3ème année de thèse. L'IMT Lille-Douai est une école d'ingénieur dont la composante lilloise (anciennement Télécom Lille) peut-être intégrée directement en formation post-bac. C'est dans cette formation de deux ans, qui prépare au cycle ingénieur, que j'ai fait mon service en tant que chargé de travaux dirigés et de travaux pratiques.

Concernant les travaux dirigés, je suis intervenu dans des modules variés : optique géométrique, électrocinétique, mathématiques pour la physique et systèmes oscillants pour les étudiants de première année et électrostatique/magnétostatique pour ceux de deuxième année. Les promotions étant larges, elles étaient découpées en de nombreux groupes d'environ trente étudiants chacun et nous étions toujours deux ou trois à nous charger des travaux dirigés pour chaque module, avec un système de roulement (un enseignant n'étant pas attribué à un ou des groupes en particulier). Les sujets d'exercice ainsi qu'une partie des corrigés m'étaient communiqués par les enseignants s'occupant des cours magistraux. Ils m'envoyaient aussi leur support et notes de cours afin que je puisse adapter la résolution des exercices aux connaissances des étudiants ainsi qu'à leur « cadre » (notations, vocabulaires etc...). Ce dernier point est important car l'utilisation de notations différentes peut facilement perturber de nombreux étudiants et cela permet de maintenir une cohérence entre le cours magistral et les TDs, ainsi qu'entre les différentes séances de TDs en elles-mêmes puisque nous étions plusieurs enseignants à nous en charger. D'ailleurs, j'échangeais régulièrement avec les autres chargés de TDs afin de pouvoir adapter le rythme des séances, le but étant que l'ensemble de la promotion ait vu les mêmes exercices. Outre cet aspect collaboratif, ces séances de TDs m'ont permis de m'initier à la gestion d'une classe et à la pédagogie. J'ai donc pu tester différents formats : laisser chercher les réponses aux questions aux étudiants pendant plus ou moins longtemps, seuls ou avec leurs voisins, corriger directement au tableau ou faire passer un étudiant. De plus, j'ai pu apprendre à identifier les principales difficultés rencontrées par les étudiants et à adapter le rythme de la séance et les explications en conséquence. Par exemple, certains d'entre eux pouvaient avoir du mal avec les conventions de signes en électrocinétique ou bien en électrostatique/magnétostatique donc je prenais soin de bien expliquer avec des schémas propres. Un autre exemple concerne le niveau varié en mathématiques des étudiants et il était donc nécessaire de bien développer les calculs.

Comme évoqué plus tôt, j'ai aussi été chargé de travaux pratiques, deux d'optique géométrique (étude d'un prisme à l'aide d'un goniomètre et focométrie) et deux d'électrocinétique (maniement d'un oscilloscope et caractérisation de circuits électriques simples). Les groupes étaient alors divisés en demi-groupe d'une quinzaine d'étudiants. Pour chacun de ces TPs, il était demandé de rendre un compte-rendu par binôme pour la semaine suivante, compte-rendu que nous notions. J'ai donc déjà été amené à établir des barèmes et à corriger des copies.

### 1.4 Domaine de spécialisation : l'optique non-linéaire

Au cours de ma formation (études puis recherche) j'ai pu étudier de nombreux domaines de la physique et me suis spécialisé dans le domaine de l'optique non-linéaire, en particulier dans les fibres optiques. L'optique non-linéaire est un domaine qui a été profondément affecté par l'invention du premier laser en 1960 par Theodore Maiman. Cette invention peut en effet être considérée comme l'une des révolutions de la physique moderne, comme en témoignent les nombreux prix Nobels récompensant des travaux impliquant directement des lasers. Ces derniers sont aujourd'hui omniprésents et le programme actuel de classe préparatoire PC illustre d'ailleurs bien leur importance, un bloc étant consacré à l'introduction de la physique des lasers. En optique non-linéaire, les lasers se révèlent être d'un grand intérêt car ils permettent la production de faisceaux lumineux cohérents de grande intensité, capables de modifier

les propriétés optiques des milieux dans lesquels ils se propagent, ce qui permet l'observation de très nombreux phénomènes non-linéaires.

L'idée des fibres optiques, quant à elle, arrive six ans après l'apparition des lasers lorsque Charles Kao et ses collègues développent l'idée de guides d'ondes en verre pour les télécommunications (Kao sera d'ailleurs récompensé du prix Nobel en 2009 pour ses travaux). Le principal obstacle technologique à de tels guides sera alors levé par l'entreprise Corning (aujourd'hui l'un des plus gros producteurs au monde fibre optique) en 1970, lorsqu'ils parviennent pour la première fois à produire des fibres avec une « faible » atténuation linéaire, à savoir 20 dB/km. Dès lors, les méthodes de fabrication ne cesseront de s'améliorer jusqu'à atteindre aujourd'hui une atténuation linéaire inférieure à 0.2 dB/km. Les fibres optiques se révèlent désormais être une plateforme de choix pour de nombreuses applications telles que les lasers à fibre, la chirurgie, la fibroscopie ou encore les télécommunications, domaine dans lequel la fibre a permis de répondre à l'augmentation exponentielle du trafic Internet mondial. Durant mon postdoctorat en Suède, j'ai d'ailleurs pu travailler sur cette thématique à travers deux projets. Le premier projet consistait en la mise au point d'une source laser de très faible largeur spectrale accordable en longueur d'onde sur une large plage, ce qui est utile dans le domaine de la modulation/démodulation cohérente (le format de modulation des données transmises dans une fibre étant généralement une modulation à la fois en amplitude et en phase). Le deuxième projet consistait quant à lui au développement d'amplificateurs paramétriques sensibles à la phase, qui pour certaines applications, se révèlent offrir de meilleures performances (en terme de dégradation du rapport signal sur bruit) que les amplificateurs à base de fibre dopées avec des ions erbium utilisées dans les répéteurs placés le long d'une ligne de transmission fibrée. Ainsi je pense être capable de sensibiliser des élèves aux enjeux des communications fibrées, sujet auquel des élèves de classe préparatoire ont généralement un aperçu rapide lors de l'étude de l'optique géométrique avec les exercices classiques sur les conditions de propagation d'un rayon lumineux par réflexion totale interne dans une fibre ainsi que la dispersion.

Néanmoins, l'essentiel de mes travaux de recherche (ceux effectués durant mon doctorat) ne concernaient pas directement les télécommunications mais plutôt la physique non-linéaire, les fibres optiques se révélant idéales pour l'observation de phénomènes non-linéaires car permettant un important confinement de la lumière sur de longues distances. L'utilisation de fibres présente de nombreux avantages comparés aux expériences en espace libre, notamment le fait de ne pas à avoir à se préoccuper d'alignement mais aussi le fait de pouvoir bénéficier de tous les équipements développés pour l'industrie des télécommunications, à savoir des modulateurs optiques fibrés, des filtres, des amplificateurs etc, ce qui facilite grandement la mise en place de bancs expérimentaux. Durant ma thèse, j'ai donc étudié expérimentalement deux phénomènes non-linéaires liés : les récurrences de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou et l'instabilité de modulation. Ces derniers sont discutés brièvement dans la première section de la partie suivante afin de comprendre les motivations qui ont conduits au développement du système expérimental sur lequel j'ai travaillé pendant trois ans. Ce système sera discuté plus en détails car de nombreux parallèles sont possibles avec des savoirs et techniques introduits durant les deux années de CPGE.

## 2. Mesures distribuées de l'amplitude et de la phase le long d'une fibre optique

### 2.1 Equation de Schrödinger non-linéaire

L'équation de Schrödinger non-linéaire (ESNL) est une équation qui permet notamment de décrire la propagation, dans une fibre optique monomode à saut d'indice, de l'enveloppe complexe lentement variable  $\Psi(z, t)$  d'une onde quasi-monochromatique de fréquence angulaire centrale (aussi appelée porteuse)  $\omega_0$ . Elle est établie à partir des équations de Maxwell, sous certaines hypothèses que je ne détaillerai pas ici, et permet de rendre compte des

effets de dispersion et d'effets non-linéaires. Elle s'écrit comme telle :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + i \gamma |\Psi|^2 \Psi \quad (2.1)$$

Ici, le terme  $\beta_2$  correspond au terme de second ordre du développement de Taylor de la constante de propagation ;

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) = \beta_0 + \beta_1 (\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2} (\omega - \omega_0)^2 + \frac{\beta_3}{3!} (\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (2.2)$$

avec

$$\beta_k = \left( \frac{d^k \beta}{d\omega^k} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (k = 0, 1, 2, 3\dots) \quad (2.3)$$

$n$  étant l'indice optique du milieu. Le premier terme du membre de droite de l'ENSL correspond donc au terme dispersif et est linéaire. Le deuxième terme est, quant à lui, un terme de non-linéarité cubique et  $\gamma$  est appelé coefficient non-linéaire de la fibre. Il provient de l'effet Kerr, qui correspond à la dépendance de l'indice optique en l'intensité optique  $I$ , de sorte que  $n = n_0 + n_2 I$  avec  $n_0$  le coefficient de réfraction linéaire et  $n_2$  celui non-linéaire, dont le coefficient  $\gamma$  est proportionnel. Bien qu'on en connaisse quelques solutions particulières telle que le fameux soliton optique, l'ENSL présente le désavantage de ne pas admettre de solution analytique générale. Toutefois, il est possible de la résoudre numériquement à l'aide d'un algorithme très simple, que je détaillerai dans la dernière partie de ce dossier.

## 2.2 Instabilité de modulation et récurrences de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou

### En quoi cela consiste ?

La récurrence de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou (FPUT) décrit la capacité d'un système non-linéaire multimodal de revenir quasiment à son état initial après qu'une partie de son énergie se soit répartie dans un grand nombre de modes. Initialement étudié dans le cadre de chaînes d'oscillateurs mécaniques couplés non-linéairement, ce processus joue un rôle dans de nombreux autres systèmes tels qu'en hydrodynamique ou en optique. Dans ces derniers, il est lié à un phénomène qui s'appelle l'instabilité de modulation. Dans les fibres optiques, cette instabilité de modulation a pour cause la dispersion et l'effet Kerr. Elle consiste en l'amplification exponentielle au cours de la propagation de la modulation d'une onde monochromatique porteuse (appelée « pompe ») au détriment de cette dernière. Un exemple de modulation sinusoïdale (fréquence de modulation de 35 GHz) issu de simulations est donné sur les figures 2.1(a,f) qui représentent respectivement  $|\tilde{\Psi}(z, \omega)|^2$  et  $|\Psi(z, t)|^2$ ,  $\tilde{\Psi}(z, \omega)$  étant la transformée de Fourier de  $\Psi(z, t)$ . Comme attendu, le spectre contient alors trois composantes (si on ne considère pas le faible bruit), celle correspondant à la pompe entourée de deux composantes symétriques, appelées signal et idler. En simulant la propagation de cette onde à l'aide de la résolution numérique de l'ENSL on obtient alors les profils spectral et temporel (b) et (g). On remarque alors l'apparition de nouvelles composantes spectrales régulièrement espacées, qui est due à la non-linéarité du milieu. En propageant encore plus loin, le spectre continue de s'agrandir jusqu'à atteindre une largeur maximale. Le spectre étant toujours discret, on observe que le profil temporel est toujours périodique mais qu'il correspond désormais à un train d'impulsion très courtes (largeur à mi-hauteur de quelques picosecondes) et de période égale à  $1/35 \text{ GHz}$  soit environ 29 ps. En continuant de propager, on remarque alors que le phénomène s'inverse jusqu'à ce que le système revienne quasiment à son état initial. C'est ce qu'on appelle une récurrence de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou. A noter que si on continue la simulation, le processus redémarre et on peut observer un grand nombre de récurrences.

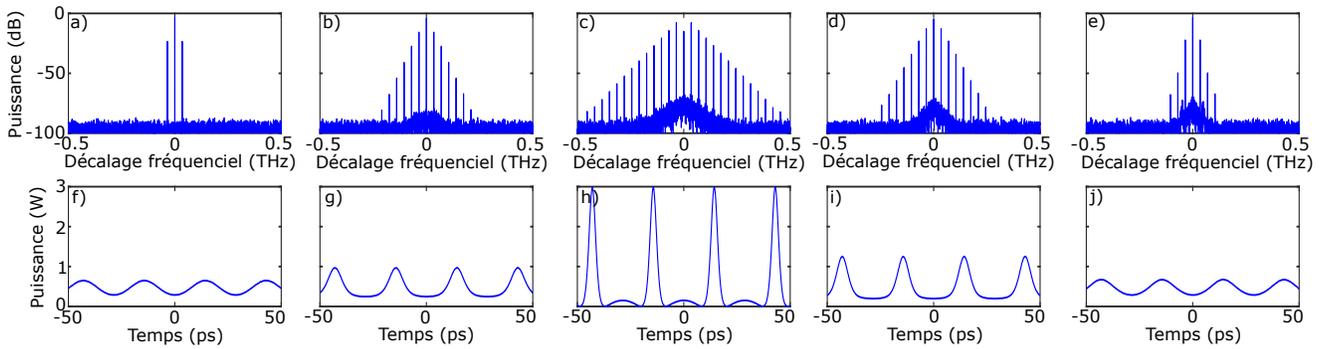


FIGURE 2.1 – Illustration d’une récurrence de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou dans une fibre optique, obtenue par simulation. (a-e) Représentation de  $|\tilde{\Psi}(z, \omega)|^2$  en fonction du décalage fréquentiel par rapport à la porteuse. (f-j) Profils temporels correspondants. (a) et (f) correspondent à l’état initial et les figures suivantes correspondent aux profils à différentes distance de propagation ( $z$  croissant de gauche à droite).

### Pourquoi les étudier ?

L’étude de ces phénomènes revêt alors une grande importance d’un point de vue fondamental car ils jouent un rôle clé dans plusieurs domaines tel que la formation d’ondes scélérates, des ondes de très grande amplitude qui semblent surgir de nul part. En hydrodynamique on parle de vagues scélérates et ces dernières sont responsables de la destruction de navires. Un autre domaine est celui des peignes de fréquence qui servent de « règle optique » grâce auxquels on peut mesurer des fréquences avec une précision inégalée, ce qui est très utile pour calibrer des spectromètres ou en métrologie. Enfin, comme expliqué précédemment, les récurrences Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou et l’instabilité de modulation ne concernent pas que l’optique non-linéaire mais interviennent dans de nombreux milieux où la propagation est régie par l’ESNL notamment. C’est le cas pour les ondes de surface (les vagues) en eau profonde. Cependant, l’étude expérimentale se révèle alors compliquée car elle nécessite notamment de très grands bassins. Il est alors plus aisé de mettre en place des expériences d’optique fibrée.

## 2.3 Mesure distribuée de l’amplitude et de la phase des ondes de pompe, signal et idler.

### 2.3.1 Etat de l’art avant ma thèse

Les structures temporelles émergeant au cours de la propagation pouvant être très courtes, les moyens de photodétections classiques ne sont pas adaptés. Cependant, certains modèles analytiques simplifiés montrent qu’il est possible de rendre compte du phénomène de récurrence en analysant la puissance et la phase des trois composantes spectrales initiales le long de la fibre. L’étude est donc réalisée dans le domaine spectral. Le principal défi technologique consiste alors en la réalisation de mesures distribuées de ces grandeurs, alors que seules des mesures à l’entrée et à la sortie de la fibre sont a priori possibles.

La première observation expérimentale d’une récurrence FPUT dans une fibre optique fut réalisée par une équipe belge en 2001. Ils parviennent de manière indirecte via des mesures en sortie de la fibre à reconstituer l’évolution de l’amplitude de l’onde de pompe et de celle signal le long de la fibre et à mettre en évidence une récurrence en amplitude. La principale limitation à l’observation d’une deuxième récurrence est l’existence de pertes, principalement dues à l’atténuation linéaire de la fibre qui, même faible, vient perturber le phénomène non-linéaire et empêche l’émergence d’une seconde récurrence. D’autres travaux publiés par mes directeurs de thèse en 2014 rapportent des résultats similaires à ceux de l’équipe belge en utilisant toutefois une technique différente, celle du « cut-back ». Cette dernière, très simple à mettre en œuvre d’un point de vue technique, consiste à réaliser des mesures en sortie de fibre puis de couper un morceau de la fibre afin de la raccourcir puis refaire une mesure et

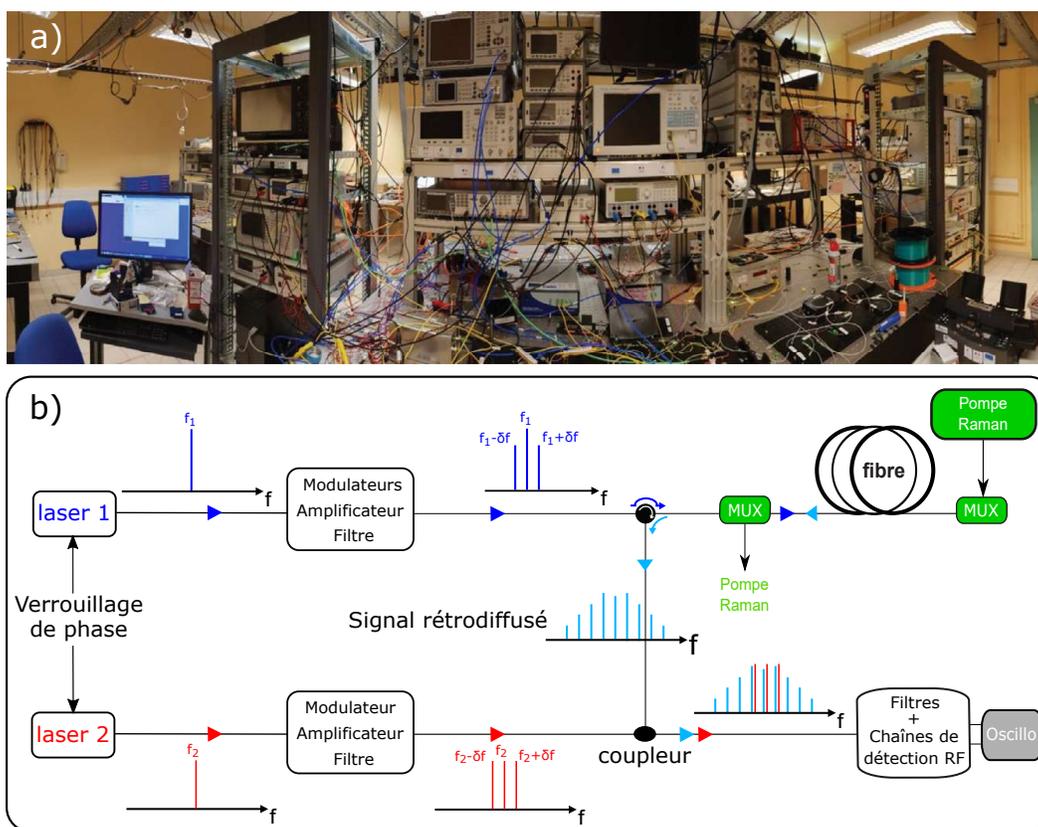


FIGURE 2.2 – Photo du dispositif expérimental (a) et schéma simplifié de ce dispositif (b)

ainsi de suite. Néanmoins, elle présente deux inconvénients majeurs qui sont le coût, la fibre optique de départ étant détruite, et le temps, de par la réalisation de toutes les coupes, soudures et mesures. Or, plus le temps que demande la manipulation est important, plus il y a des chances que certains paramètres expérimentaux, varient. En plus d'être limité à l'observation d'une seule récurrence et d'être invasive ou indirecte, seul l'évolution de l'amplitude était mesurée, la phase étant étant une grandeur plus difficile à mesurer.

A partir de 2016, mes directeurs ont donc commencé à développer un nouveau système expérimental se basant sur la réflectométrie optique hétérodyne, permettant la mesure non-invasive distribuée de l'amplitude et de la phase de certaines composantes spectrales d'un signal périodique (donc à spectre discret). Ayant commencé ma thèse en Octobre 2016, une grosse partie de mon travail de doctorat a donc consisté en l'amélioration et le développement de ce système expérimental et à son utilisation pour l'étude des récurrences FPUT, l'objectif étant d'en observer au moins deux dans une fibre d'environ 8 km. La figure 2.2 montre ainsi une photo du dispositif expérimental ainsi qu'un schéma simplifié. Comme on peut le voir sur la photo, un grand nombre d'instruments est impliqué, ce qui m'a permis de développer des compétences expérimentales dans différents domaines : modulation électro-optique et interférométrie de Mach-Zender (pour moduler en phase ou en amplitude des signaux optiques), modulation acousto-optique, analyse de spectres optique ou électrique, électronique radio-fréquence (RF), détection de signaux, utilisation de fibres optiques, asservissement etc... Une description exhaustive du système n'étant pas possible ici, je vais seulement en détailler par la suite quelques éléments clés.

## 2.3.2 Réflectométrie optique hétérodyne

### Réflectométrie optique

Les réflectomètres optiques sont monnaies courantes dans le domaine de l'optique fibrée car ils permettent la mesure du profil longitudinal de pertes d'une fibre. Pour se faire, une impulsion est envoyée à l'entrée de la fibre. La

silice constituant la fibre possédant des fluctuations de densités (dues au processus de fabrication), l'interaction de l'onde avec ces inhomogénéités résulte en de la diffusion de Rayleigh. Cette diffusion étant isotrope, une partie de l'onde se retrouve rétro-diffusée, c'est-à-dire qu'elle se propage dans le sens opposé à celui de l'impulsion de départ. Les inhomogénéités étant réparties tout le long de la fibre (et de manière aléatoire), l'onde rétrodiffusée est continue et est récupérée en entrée de fibre pour analyse. Le temps de vol est alors converti en une distance (via la formule  $z = \frac{ct}{n}$ ) et on peut alors remonter au profil longitudinal de pertes de la fibre avec une précision qui dépend de la durée de l'impulsion de départ. Cette méthode peut donc être utilisée pour faire des mesures distribuées de façon non invasive puisqu'il est possible de récupérer ce signal rétrodiffusé qui est une « image » du signal propagatif.

## Hétérodynage

Etant donné que l'on souhaite remonter à la fois à l'amplitude et à la phase des ondes de pompe et de signal, il n'est pas envisageable de simplement sélectionner une de ces composantes spectrales et de l'envoyer sur un photodétecteur car on perd alors toute information sur la phase. Cela est facilement compréhensible à l'aide de connaissances acquises en classe préparatoire via le cours d'optique physique et notamment des interférences lumineuses. En effet, considérons un signal monochromatique d'amplitude  $A_1$ , de fréquence  $f_1$  et de phase  $\Phi_1$  :

$$\Psi_1(t) = A_1 \cos[f_1 t + \Phi_1] \quad (2.4)$$

Pour une longueur d'onde de 1550 nm, on a  $f_1 \simeq 193 THz$  ce qui est bien trop élevé pour les photodétecteurs actuels dont le temps de réponse est au mieux de l'ordre de la dizaine de picosecondes. Ainsi, l'intensité détectée étant proportionnelle à  $|\Psi_1(t)|^2$ , la mesure via le photodétecteur dont le temps de réponse est bien trop long comparée à la période de l'enveloppe et va consister en un moyennage du signal sinusoïdal de sorte que :

$$I \propto \frac{1}{2} A_1^2 \quad (2.5)$$

Comme on peut le constater, seule l'information sur l'amplitude est ainsi préservée. Ce problème peut être réglé en mixant au préalable le signal qu'on souhaite mesurer avec un autre signal appelé oscillateur local qui s'exprime de la manière suivante :

$$\Psi_2(t) = A_2 \cos[f_2 t + \Phi_2] \quad (2.6)$$

L'intensité  $I$  à la sortie du photodétecteur est alors :

$$I(t) \propto |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 \quad (2.7)$$

En développant l'Eq. (2.7) on obtient des termes en  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_1 + f_2$  et  $f_1 - f_2$ . Si  $f_2$  est choisie assez proche de  $f_1$ , alors seul le terme en  $f_1 - f_2$  (appelé terme d'interférences) est inférieure à la bande passante du photodétecteur (cela nécessite aussi que les variations de  $\Phi_1 - \Phi_2$  ne soient pas trop rapides) et les autres termes sont moyennés sur un grand nombre de période :

$$I(t) \propto \frac{1}{2} A_1^2 + \frac{1}{2} A_2^2 + \frac{1}{2} A_1 A_2 + A_1 A_2 \cos[(f_1 - f_2)t + \Phi_1 - \Phi_2] \quad (2.8)$$

Dans mon expérience  $f_1 - f_2$  était fixé à 600 MHz et les photodétecteurs utilisés avaient une bande passante de 5 GHz. Suite au photodétecteur, on place un filtre RF passe-haut afin de ne garder que le terme d'interférences. Le signal est alors envoyé sur un oscilloscope rapide. Il est alors possible de remonter à l'amplitude  $A_1$  et la phase  $\Phi_1$ , à condition que l'amplitude  $A_2$  et la phase  $\Phi_2$  soient fixes (la technique est similaire à la détection synchrone). Cette dernière condition implique un verrouillage initial de phase de l'oscillateur local. Si ces conditions sont remplies, on peut alors démoduler le signal par transformée de Fourier.

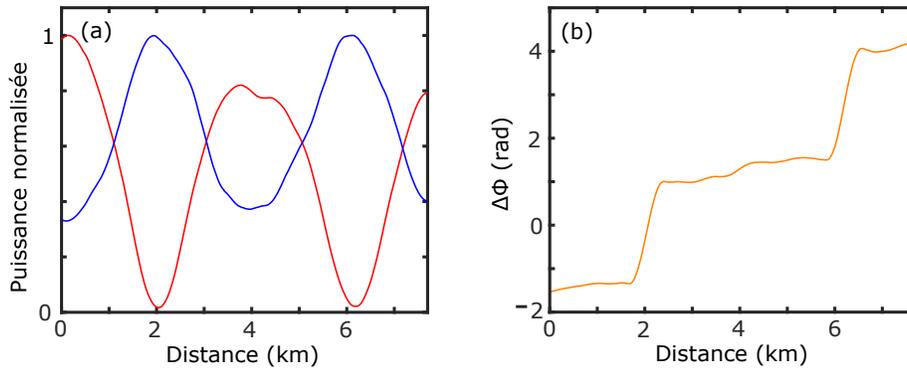


FIGURE 2.3 – (a) Exemple de profils longitudinaux des puissances (normalisées par rapport à leurs maxima) de la pompe (en rouge) et du signal (en bleu), obtenus en expérience. (b) Profil longitudinal de la différence de phase entre la pompe et le signal.

### Le verrouillage de phase

Comme expliqué précédemment, afin de pouvoir réaliser une mesure de phase, il est nécessaire d’avoir une référence stable. Pour se faire, une boucle à verrouillage de phase est mise en place. Une fraction des signaux émis initialement par les laser 1 et 2 sont donc prélevées et mélangées via un coupleur puis le battement est détecté par une photodiode. La fréquence de battement peut-être réglée grossièrement à la main via l’alimentation en puissance du laser 2, à une valeur proche de 800 MHz. Ce battement est alors envoyé dans un multiplieur avec un signal référence à 800 MHz émis par un synthétiseur RF stable. Le nouveau battement est alors envoyé dans un contrôleur PID (bande passante de 110 MHz et temps de réponse de 15 ns) relié au laser 2 qu’il va contrôler dynamiquement afin d’annuler la différence de phase entre les lasers. Une fois actif, le verrouillage est stable pendant plusieurs heures.

### Résultats obtenus

Une fois la démodulation par transformée de Fourier effectuée, on obtient les profils longitudinaux de puissance de la pompe et du signal (on ne mesure pas l’idler dont l’évolution est identique au signal) ainsi que leur phase relative avec une précision d’environ 20 m. Un moyennage sur une centaine d’acquisitions successives est réalisé puis, suite à l’application de filtres numériques, on obtient les profils représentés dans la figure 2.3. On observe quasiment deux récurrences de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou et on peut reproduire la même expérience avec des conditions initiales différentes afin d’étudier la dynamique du processus

## 2.4 Intégration numérique de l’équation de Schrödinger non-linéaire

### 2.4.1 La méthode des « pas séparés » (split-step Fourier)

Soit l’équation suivante :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{\alpha}{2} \Psi + i\gamma |\Psi|^2 \Psi \quad (2.9)$$

Il s’agit de l’équation de Schrödinger non-linéaire à laquelle on a rajouté un terme permettant de prendre en compte l’atténuation linéaire de la fibre,  $\alpha$  étant le coefficient d’atténuation linéaire. Comme évoqué précédemment, cette équation n’admet pas de solution analytique général. Il faut donc avoir recours à l’intégration numérique et à la méthode dite des « pas séparés » qui consiste à traiter les termes linéaires et non-linéaire séparément. Considérons une fibre de longueur  $L$  et un pas d’intégration de  $dz$ . Dans la suite, l’indice  $l$  correspond à l’étape linéaire tandis que l’indice  $N$  correspond à celle non-linéaire. La méthode consiste tout d’abord à ignorer le terme non-linéaire. En

```

def split_step(Psifreq, dz, coef_lin, alpha, gamma):
    Psifreq = np.exp(1j*coef_lin - alpha/2*(dz/2))*Psifreq # 1/2 pas linéaire
    Psi = np.fft.ifft(np.fft.fftshift(Psifreq), norm='ortho')
    Psi = np.exp(1j*gamma*np.abs(Psi)**2)*Psi # 1 pas nonlinéaire
    Psifreq = np.fft.fftshift(np.fft.fft(Psi, norm='ortho'))
    Psifreq = np.exp(1j*coef_lin - alpha/2*(dz/2))*Psifreq # 1/2 pas linéaire
    return Psifreq

```

Figure 2.4 – Algorithme split-step codé sur Python. Le terme coef\_lin correspond au terme  $\frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2$

passant dans le domaine fréquentiel on peut alors écrire :

$$\frac{\partial \tilde{\Psi}_l}{\partial z} = i \frac{\beta_2}{2} (\omega - \omega_0)^2 \tilde{\Psi}_l - \frac{\alpha}{2} \tilde{\Psi}_l \quad (2.10)$$

et on obtient :

$$\tilde{\Psi}_l(z + dz, \omega) = \exp \left[ \left( i \frac{\beta_2}{2} (\omega - \omega_0)^2 - \frac{\alpha}{2} \right) dz \right] \tilde{\Psi}_l(z, \omega) \quad (2.11)$$

En calculant la transformée de Fourier inverse de  $\tilde{\Psi}_l(z + dz, \omega)$  on obtient  $\Psi_l(z + dz, t)$ . Dès lors, on ignore les termes linéaires et on ne garde que le terme non-linéaire. On alors :

$$\frac{\partial \Psi_N}{\partial z} = i \gamma |\Psi_N|^2 \Psi_N \quad (2.12)$$

Le pas  $dz$  étant faible on peut faire comme approximation que le terme  $|\Psi_N|$  est constant, l'amplitude de l'enveloppe variant plus lentement au cours de la propagation par rapport à la phase. On a alors ;

$$\Psi_N(z + dz, t) = \exp \left( i \gamma |\Psi_N|^2 dz \right) \Psi_N(z, t) \quad (2.13)$$

Dans cette dernière équation, on peut remplacer le terme  $\Psi_N(z, t)$  par celui  $\Psi_l(z + dz, t)$  pour lequel on a déjà calculé l'effet du pas linéaire. On a ainsi bien pris en compte les termes linéaires et non-linéaire et on répète ces opérations pour réaliser l'intégration sur toute la longueur de la fibre. A noter qu'en réalité, la segmentation est réalisée de manière légèrement différente afin d'améliorer la précision de l'algorithme, un pas  $dz$  étant divisé en demi-pas  $dz/2$  linéaire, un pas  $dz$  non-linéaire puis un autre demi-pas  $dz/2$  linéaire. On dispose alors d'un algorithme simple à coder et qui présente l'avantage d'être rapide grâce au calcul des transformées de Fourier via l'algorithme fft.

## 2.4.2 Activité pédagogique : Atténuation, dispersion et non-linéarités dans les fibres optiques.

Cette activité est destinée à une classe de CPGE option PC afin d'illustrer notamment la notion de dispersion d'un paquet d'onde gaussien. Elle est basée sur l'utilisation d'un code Python qui intègre l'ESNL. Les consignes et questions de l'activité figurent en gras et les réponses en italique.

**On considère une fibre optique de longueur  $L = 10 \text{ km}$  et un pas d'intégration  $dz = 1 \text{ m}$ . On envoie dans la fibre une impulsion gaussienne de puissance crête  $P_e = 1 \text{ W}$  et de largeur à mi-hauteur  $\tau_e = 10 \text{ ps}$ . Prendre  $\alpha = 4.6 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ ,  $\beta_2 = 0 \text{ s}^2/\text{m}$  et  $\gamma = 0 \text{ W}/\text{m}$  Lancer la simulation. Qu'observe-t-on ?**

*(Voir figure 2.5(a)) On remarque que la puissance crête de l'impulsion a diminué puisqu'on a  $P_s = 0.63 \text{ W}$ . Toutefois, la largeur à mi-hauteur est inchangée.*

**Calculer à partir des puissances crêtes des impulsions en entrée et en sortie le coefficient d'atténuation linéaire en dB/km. Au bout de quelle longueur de fibre la puissance crête de l'impulsion est cent fois plus faible que sa valeur initiale ?**

On calcule  $\alpha_{dB} = \frac{10}{L} \times \log_{10} \left( \frac{P_s}{P_e} \right) = 0.20 \text{ dB/km}$ . Un facteur 100 correspond à 20 dB donc on en déduit que la puissance crête est divisée par 100 au bout de 100 km.

**Les lignes de transmission fibrées transocéaniques peuvent faire plusieurs milliers de kilomètre de long, quel problème cela pose-t-il? Comment pourrait-on y remédier?**

On vient de voir que l'impulsion est déjà fortement atténué au bout de 100 km. Au bout de milliers de km on ne détectera donc plus rien car la puissance sera trop faible. Il faudrait donc placer des amplificateurs le long de la ligne de transmission afin de régénérer le signal.

**Prendre  $\alpha = 0 \text{ m}^{-1}$ ,  $\beta_2 = -19 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$  et  $\gamma = 0/W/\text{m}$  Lancer la simulation. Qu'observe-t-on?**

(Voir figure 2.5(b)) On remarque que la puissance crête a diminué car on a  $P_s = 0.18 \text{ W}$ . De plus l'impulsion a gardé une forme gaussienne mais elle s'est élargie et on a désormais une largeur à mi-hauteur  $\tau_s = 54 \text{ ps}$

**La diminution de la puissance crête est-elle due à des pertes? Proposer une méthode pour le vérifier à partir de l'énergie.**

Non, le terme d'atténuation linéaire est nul, la diminution est ici due à l'élargissement temporel causée par la dispersion. Pour le vérifier, on peut calculer l'énergie de l'impulsion en entrée et en sortie de la fibre et celle-ci doit se conserver s'il n'y a pas de pertes. Pour calculer l'énergie on calcule l'aire sous la courbe, c'est-à-dire l'intégrale.

**On considère maintenant une impulsion similaire à celle étudiée précédemment mais décalée de 100 ps. On lance la simulation et on superpose les courbes obtenus à celles précédentes. Qu'observe-t-on? D'après vous, cela peut-il poser problème pour transmettre des données.**

(Voir figure 2.5(c)) La nouvelle impulsion ayant les mêmes caractéristiques que celle précédente on observe le même phénomène d'élargissement temporel. On remarque aussi que les deux impulsions en sortie de fibre commencent à se recouvrir. Cela peut-être problématique car si l'élargissement continue on ne pourra plus distinguer les deux impulsions et donc transmettre des données.

**(Question optionnelle) On considère désormais une impulsion sous la forme d'une sécante hyperbolique de largeur à mi-hauteur  $\tau_e = 10 \text{ ps}$  et de puissance crête  $P_e = 0.454 \text{ W}$ . Prendre  $\alpha = 0 \text{ m}^{-1}$ ,  $\beta_2 = -19 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$  et  $\gamma = 1.3 \times 10^{-3}/W/\text{m}$ . Lancer la simulation. Qu'observe-t-on?**

(Voir figure 2.5(d)) On observe que les impulsions en sortie et en entrée de fibre sont identiques.

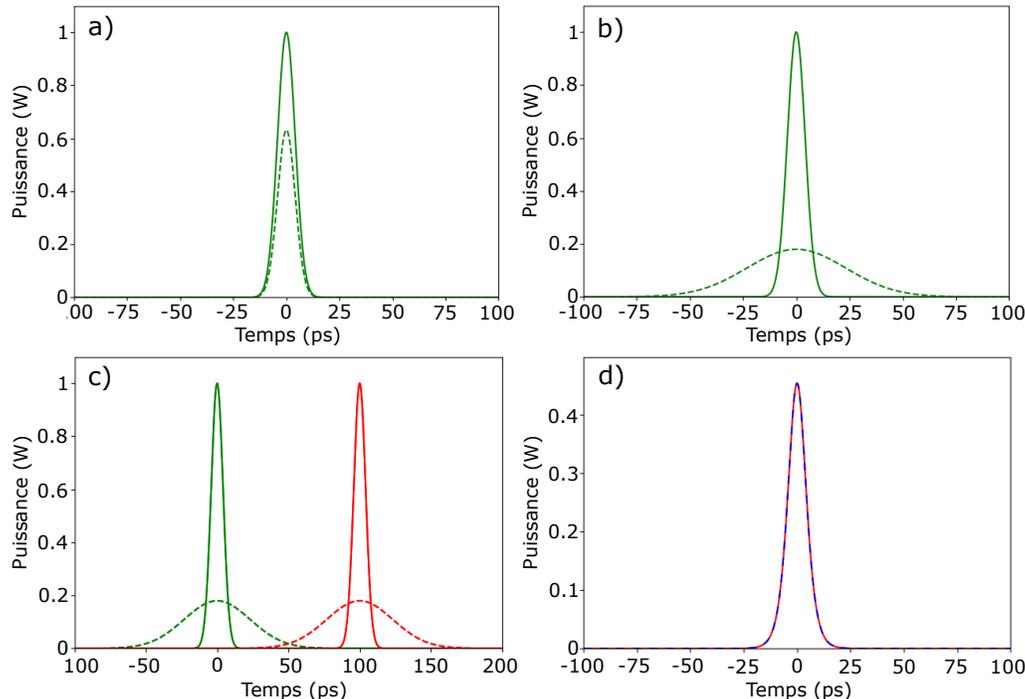


FIGURE 2.5 – Courbes obtenues au cours de l'activité. Les lignes pleines et en pontillées correspondent aux impulsions en entrée et en sortie de fibre, respectivement.