D17 – Interférences à deux ondes en optique

June 7, 2021

Corentin Naveau & Simon Jeanne

Niveau : L2

Prérequis

- ➢ Optique Géométrique
- ➢ Onde électromagnétique

Expériences

- Fente d'Young à tord et à travers

Contents

Introduction

Interférence dans la vie de tout les jours : ailes de papillons, bulles de savon

Conditions d'obtention des interférences

Superposition de deux ondes lumineuses

Lorsque deux ondes lumineuses coexistent, leurs champs électriques E_1 et E_2 se superposent (principe de superposition).

Prenons deux ondes monochromatiques de pulsations ω_1 et ω_2, observées en un point M :

$$\overrightarrow{E_{tot}} = \overrightarrow{E_1}\cos(\omega_1 t + \phi_1) + \overrightarrow{E_2}\cos(\omega_2 t + \phi_2) \tag{1}$$

A certain instant, les champs $\overrightarrow{E_1}$ et $\overrightarrow{E_2}$ seront de même sens, et le champ électrique total sera élevé. A l'inverse, à d'autres instants, les directions des deux champs seront opposées, réduisant l'amplitude du champ total.

On comprend donc que la superposition des deux ondes électromagnétiques peut augmenter l'amplitude de l'onde totale, ou à l'inverse la diminuer. Toutefois, nous n'avons pas directement accès à ces variations du champ électrique.

Éclairement

En effet, la fréquence de la lumière visible se situe entre 4 et 8 10^{14} Hz, ce qui est largement au dessus de la fréquence d'acquisition des capteurs (10^{12} Hz pour une phototodiode).

Nous n'avons donc pas accès au champ électrique, mais au flux d'énergie électromagnétique moyen éclairant une surface dS au cours d'un temps dt grand devant la période de l'onde :

$$E_v \propto \langle|\overrightarrow{\Pi}|\rangle = \left\langle \frac{|\overrightarrow{E} \wedge \overrightarrow{B}|}{\mu_0} \right\rangle = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left\langle |\overrightarrow{E}|^2 \right\rangle \tag{2}$$

<u>Remarque</u> : pour être rigoureux, l'éclairement s'exprime en cd.sr^{-1}.m^{-2}. Il exprime l'intensité lumineuse ré-émise par l'élément de surface dS et par élément d'angle solide dΩ.

L'éclairement perçu par l'œil humain est donc proportionnel à $\left\langle |\overrightarrow{E}|^2 \right\rangle$. Calculons ce terme pour notre superposition d'onde. Remarque : on utilise l'égalité $2\cos(a)\cos(b) = \cos(a+b) + \cos(a-b)$.

$$\begin{aligned}
\left\langle |\overrightarrow{E_{tot}}|^2 \right\rangle &= \left\langle E_1^2\cos^2(\omega_1 t + \phi_1) + E_2^2\cos^2(\omega_2 t + \phi_2) + 2\overrightarrow{E_1}\cdot\overrightarrow{E_2}\cos(\omega_1 t + \phi_1)\cos(\omega_2 t + \phi_2) \right\rangle \\
\left\langle |\overrightarrow{E_{tot}}|^2 \right\rangle &= \frac{1}{2}E_1^2 + \frac{1}{2}E_2^2 + E_1E_2\left\langle \cos((\omega_1+\omega_2)t + \phi_1 + \phi_2) \right\rangle + \overrightarrow{E_1}\cdot\overrightarrow{E_2}\left\langle \cos((\omega_1-\omega_2)t + \phi_1 - \phi_2) \right\rangle \\
\left\langle |\overrightarrow{E_{tot}}|^2 \right\rangle &= \frac{1}{2}E_1^2 + \frac{1}{2}E_2^2 + 0 + \overrightarrow{E_1}\cdot\overrightarrow{E_2}\left\langle \cos((\omega_1-\omega_2)t + \phi_1 - \phi_2) \right\rangle
\end{aligned}$$

Cohérence de polarisation

Deux ondes interférent d'autant mieux que les deux ondes sont de même polarisation. A l'inverse, si les deux polarisations sont orthogonales, alors on a $\overrightarrow{E_1}\cdot\overrightarrow{E_2} = 0$, il n'y a pas d'interférence.

On parle de cohérence de polarisation entre les deux ondes. Si celle-ci est respectée, alors on peut se placer dans l'approximation du champ scalaire qui consiste à ne plus considérer la direction du champ électrique. Dans cette approximation l'éclairement devient :

$$E_v \propto \frac{1}{2}E_1^2 + \frac{1}{2}E_2^2 + E_1E_2\left\langle \cos((\omega_1-\omega_2)t + \phi_1 - \phi_2) \right\rangle \tag{3}$$

$$E_v = E_{v_1} + E_{v_2} + 2\sqrt{E_{v_1}E_{v_2}}\left\langle \cos((\omega_1-\omega_2)t + \phi_1 - \phi_2) \right\rangle \tag{4}$$

Cohérence de temporelle

Deux cas de figure se présentent :

- Soit ω_1 est différent de ω_2. Dans ce cas la moyenne temporelle devient $\left\langle |\overrightarrow{E_{tot}}|^2 \right\rangle = \frac{1}{2}E_1^2 + \frac{1}{2}E_2^2$. L'éclairement total est égal à la somme des éclairements causés par chaque ondes prises séparément.

$$E_v = E_{v_1} + E_{v_2} \tag{5}$$

- Soit ω_1 est égal à ω_2. Dans ce cas la moyenne temporelle devient $\left\langle |\overrightarrow{E_{tot}}|^2 \right\rangle = \frac{1}{2}E_1^2 + \frac{1}{2}E_2^2 + \overrightarrow{E_1} \cdot \overrightarrow{E_2} \cos(\phi_1 - \phi_2)$. Il y a alors interférence : selon la différence de phase entre les deux ondes, l'éclairement total pourra être plus élevé que la simple somme des deux éclairements, ou bien il pourra être plus faible voir nul. On dit alors que les deux ondes sont en cohérence temporelle.

$$E_v = E_{v_1} + E_{v_2} + 2\sqrt{E_{v_1}E_{v_2}} \cos(\phi_1 - \phi_2) \tag{6}$$

Les fentes d'Young

Nous venons de voir les conditions nécessaires pour que deux ondes interfèrent. A présent la question est : comment obtenir ces conditions ?

Dispositif expérimental

La manière la plus simple d'obtenir deux ondes de même longueur d'onde et de même polarisation est d'utiliser les trous d'Young.

Lorsqu'une onde arrive en amont d'un trou, le trou se comporte alors comme une source émettant une onde en aval dans de même fréquence et de même polarisation : c'est la diffraction. Ces deux trous émettent donc deux ondes qui pourront interférer entre elle.

Figure d'interférence

Supposons qu'on envoie une onde monochromatique sur deux fentes d'Young depuis une source ponctuelle placée en position (X, Z) en amont des fentes. On place ensuite un écran à une distance D en aval des fentes. Par symétrie, on se limite à l'étude selon la seule coordonnée x.

L'éclairement à sur le point $M(x)$ de l'écran est lié àau déphasage entre les rayons provenant du premier trou et ceux provenant du second. Ce déphasage vaut :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta \tag{7}$$

où δ est la différence de longueur entre le rayon 1 et le rayon 2. On parle de différence de marche entre les deux chemins optiques

$$\delta = \sqrt{Z^2 + \left(X + \frac{a}{2}\right)^2} + \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{Z^2 + \left(X - \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} \tag{8}$$

$$\delta \simeq \frac{ax}{D} + \frac{aX}{Z} \tag{9}$$

On supposant que l'amplitude des deux ondes est la même au niveau du point M (ce qui est vrai dans l'approximation de D grand devant a, on obtient l'équation de l'éclairement :

$$E_v(x) = 2E_{v_0}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D} + \frac{2\pi a X}{\lambda Z}\right)\right) \tag{10}$$

La figure d'interférence présente donc une série de bande lumineuse et de bande sombre, espacées par l'interfrange $i = \lambda D/a$.

<u>Expérience :</u> On réalise la vérification de cette loi à l'aide du montage présenté en TP optique p23, d'une lampe QI et de filtre. La mesure est réalisée sur un capteur CCD caliens relié à un ordinateur. On trace l'interfrange en fonction de la longueur d'onde. La pente de la droite nous donne une mesure de D/a, et donc de l'écartement des fentes. On vérifie si l'écart mesuré est en accord avec les fentes utilisées.

Cohérence spatiale

Pour éclairer notre paire de fente d'Young, on a utiliser une fente source (on montre la fente sur le dispositif expérimental). Problème, cela limite la luminosité de la figure d'interférence ! Cette fente est-il vraiment utile ? Que se passe-t-il si on l'ouvre ?

On fait l'exp : si on ouvre la fente source, le contraste des interférences s'effondre ! Pourquoi ?

Dans nos calculs on a supposé qu'une unique onde plane monochromatique éclaire les fentes. Cela revient à supposer que les fente sont éclairée par une source quasi ponctuelle placée très loin des fentes.

Mais que se passe-t-il en cas de source étendue ? Les ondes émise depuis un point A de la source n'ont aucune raison d'être cohérente avec les ondes émises par un point B de la source. Ainsi, chaque point de la source étendu peut être considéré comme une source ponctuelle qui va produire une figure d'interférence. Mais comme ces sources ponctuelles n'interférent pas entre elles, les éclairements de chaque une des figure d'interférence vont s'additionner.

Ainsi, si la source à une largeur d_s, l'éclairement devient :

$$\begin{aligned}
E_v &\propto \int_{-d_s/2}^{+d_s/2} 1 + \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D} + \frac{2\pi a X}{\lambda Z}\right) \mathrm{d}X \\
E_v &\propto d_s + \frac{\lambda Z}{2\pi a}\sin\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D} + \frac{\pi a d_s}{\lambda Z}\right) - \frac{\lambda Z}{2\pi a}\sin\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D} - \frac{\pi a d_s}{\lambda Z}\right) \\
E_v &\propto d_s + \frac{\lambda Z}{2\pi a}\sin\left(\frac{\pi a d_s}{\lambda Z}\right)\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right) \\
E_v &\propto d_s\left(1 + \mathrm{sinc}\left(\frac{\pi a d_s}{\lambda Z}\right)\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right)\right)
\end{aligned}$$

On retrouve le même type d'équation que pour une source ponctuelle, à ceci près qu'on a désormais un terme en sinus cardinal de la largeur de la source. Le contraste varie : il suit une loi en sinus cardinal :

$$\gamma = \frac{E_{v_{max}} - E_{v_{min}}}{E_{v_{max}} + E_{v_{min}}} = \mathrm{sinc}\left(\frac{\pi a d_s}{\lambda Z}\right) \tag{11}$$

Expérience : Toujours avec le dispositif de fentes d'Young, on écarte la fente source. Le contraste s'effondre, passe par zéro, puis s'inverse : les franges lumineuses sont désormais sombres et vice-versa. On peut tenter de voir quelques cycles disparition/inversion du contraste.

Remarque : Le contraste de la figure d'interférence dépend à la fois de la taille de la source d_s et de l'écartement des fentes a. Cela a été utilisé pour optenir les premières mesures direct du diamètre des étoiles. En 1920, Michealson et Pease mesure pour la première fois le diamètre angulaire de Bételgeuse avec cette méthode (environ 0.05 seconde d'arc !).

Conclusion

Dans cette leçon, nous avons vu dans quelles conditions ont forme des interférences, et nous avons vu en particulier le cas d'interférence à deux ondes.

Nous avons trouvé une importante limite à la production de figure d'interférence lumineuse : la cohérence spatiale, qui nous oblige a utilisé une source quasi ponctuelle, et donc très peu lumineuse.

Dans une prochaine leçon, nous verrons comment contourner cette limitation par une manière astucieuse de produire des interférences : les interféromètres à division d'amplitude.