

OBSERVATOIRE DE PARIS

DOCTORAL THESIS

Méthode d'analyse statistique appliquée
au réseau d'observation européen des
météores *FRIPON*.

Author :
Simon JEANNE

Supervisor :
Dr. François COLAS
Dr. Mirel BIRLAN

*A thesis submitted in fulfillment of the requirements
for the degree of*

in the

Équipe ACME
IMCCE

30 août 2020

« Hegel est tombé dans l'illusion de concevoir le réel comme le résultat de la pensée, qui se concentre en elle-même, s'approfondit en elle-même, se meut par elle-même, alors que la méthode qui consiste à s'élever de l'abstrait au concret n'est pour la pensée que la manière de s'appropriier le concret, de le reproduire sous la forme d'un concret pensé. Mais ce n'est nullement là le procès de la genèse du concret lui-même. »

Karl Marx

OBSERVATOIRE DE PARIS

Résumé

IMCCE

**Méthode d'analyse statistique appliquée au réseau d'observation
européen des météores *FRIPON*.**

by Simon JEANNE

Cette thèse a pour sujet d'étude l'observation des météores à l'aide du réseau français de caméras *FRIPON*. On y aborde toute la chaîne d'analyse des mesures des météores, des images brutes aux orbites. On y développe un estimateur des moindres carrés modifié adapté aux instruments larges et complexes tel qu'un réseau continental de caméras. Cet estimateur des moindres carrés modifiés est construit pour rendre compte du caractère multi-échelle de *FRIPON* : de l'échelle des caméras individuelles jusqu'à l'échelle de ce réseau recouvrant l'Europe de Ouest. Il permet de construire un estimateur réaliste à partir des mesures provenant de caméras dont les caractéristiques peuvent être disparates, que ce soit à cause des différences entre les sites d'installation ou des défauts internes de certaines caméras.

L'application de cet estimateur à l'analyse des météores est ensuite discutée. Nous démontrons notamment que certaines caractéristiques des météores ne sont pas toujours estimables à partir de l'étude de leur mouvement, comme la masse initiale du météoroïde ou encore son enthalpie de destruction. Un estimateur des moindres carrés de ces caractéristiques n'a alors pas de sens. Nous proposons un nouveau jeu de paramètres permettant de caractériser un météore et dont les estimateurs des moindres carrés ont une espérance et une variance toujours définies, quelque soit le type de météore et la qualité des mesures.

Par ailleurs, nous étudions les différents biais de mesures pouvant advenir lors de l'observation vidéo de météores. Nous démontrons que les météores les plus rapides présentent systématiquement des mesures dégénérées. Nous montrons que ces dégénérescences non seulement rendent impossible l'estimation de certaines caractéristiques, mais que de plus elles entraînent une surestimation de la vitesse d'entrée de ces météoroïdes dans l'atmosphère. Cette surestimation des vitesses des météores les plus rapides entraîne l'apparition d'une population de météoroïdes faussement interstellaires. Nous montrons que, dans le cadre de la campagne d'observation du réseau *FRIPON*, aucun météoroïde avec une origine interstellaire certaine n'a été observé. De fait, nous remettons en question l'existence d'une nombreuse population de météoroïdes interstellaires que certaines équipes disent observer.

Si les récentes découvertes de 1I/'Oumuamua et de 2I/Borisov attestent de la présence de corps d'origines interstellaires au sein de notre Système solaire, et donc potentiellement de météoroïdes d'origine interstellaire pouvant impacter la Terre, force est de constater que ces objets sont peu nombreux à réellement croiser le chemin de notre planète.

OBSERVATOIRE DE PARIS

Abstract

IMCCE

**Méthode d'analyse statistique appliquée au réseau d'observation
européen des météores *FRIPON*.**

by Simon JEANNE

The subject of this thesis is the observation of meteors using *FRIPON*, the French camera network. We discuss the whole chain of analysis of meteor measurements, from raw images to orbits. We developed a modified least squares estimator adapted to large and complex instruments such as a continental camera network. This modified least squares estimator is built to account for the multi-scale character of *FRIPON*: from the scale of individual cameras to the scale of this network covering Western Europe. It makes it possible to build a realistic estimator from measurements coming from cameras whose characteristics can be disparate, either because of the differences between the installation sites or of internal faults of certain cameras.

The application of this estimator to meteor analysis is then discussed. In particular, we show that certain characteristics of meteor, such as the initial mass of the meteoroid or its enthalpy of destruction, cannot always be estimated from the study of their movement. An estimator of the least squares of these characteristics then does not make sense. We propose a new set of parameters allowing us to characterize a meteor and whose least squares estimators have an expectation and a variance that are always defined, whatever the type of meteor and the quality of the measurements.

In addition, we study the various measurement biases that may arise during video observation of meteors. We show that the fastest meteors systematically present degenerate measurements. We show that these degenerations not only make it impossible to estimate certain characteristics, but also that they lead to an overestimation of the speed of entry of the meteoroids into the atmosphere. This overestimation of the speeds of the fastest meteors leads to the appearance of a population of falsely interstellar meteoroids. We show that, as part of the *FRIPON* network observation campaign, no meteoroid with an indubitable interstellar origin was observed. In fact, we question the existence of a large population of interstellar meteoroids that some teams claim to observe.

If the recent discoveries of 1I/'Oumuamua and 2I/Borisov attest to the presence of bodies of interstellar origin within our Solar System and, therefore, potentially of meteoroids of interstellar origin which can impact the Earth, it is clear that few of these objects actually cross the path of our planet.

Table des matières

Résumé	v
Abstract	vii
1 Introduction	1
2 Étude des météores et des météorites : bref historique et enjeux scientifiques	5
2.1 Théories diverses sur l'origine des météores	6
2.1.1 De l'Antiquité au XVIII ^{ème} siècle	6
2.1.2 XIX ^{ème} siècle : identification des pluies de météores et des corps parents	8
2.2 Origine des météorites	10
2.2.1 Utilisation antique des météorites	10
2.2.2 Le XIX ^{ème} siècle et le début du XX ^{ème} siècle	10
2.2.3 La période post Apollo	12
2.3 Connexion entre météorites et petits corps du Système solaire	12
Petits corps interstellaires	13
2.4 Structure du Système solaire	13
2.4.1 Évolution du Système solaire	13
2.4.2 Ceinture principale d'astéroïdes et source des objets géocroiseurs	15
2.5 Les réseaux d'observation	17
2.5.1 Météores	17
2.5.2 Boules de feu	17
2.5.3 Impacts sur les planètes	17
2.5.4 Astéroïdes et comètes	18
2.5.5 FRIPON	18
3 Programme d'observation FRIPON	21
3.1 Caméras et hardware	21
3.1.1 Optique des caméras	22
3.1.2 Configuration d'une station	22
3.1.3 Fonctionnement du réseau	25
Classement et rapatriement des données des détections	25
Images de calibration des caméras	25
3.2 Contraintes liées à la nature du réseau	25
3.3 Astrométrie	26
3.3.1 Modèle décrivant les caméras	26
Fonction de distorsion	26
Correction asymétrique	28
Orientation des caméras	28
3.3.2 Calibration des caméras	29
3.3.3 Efficacité de la calibration et précision des caméras	32

3.3.4	Photométrie	35
4	Méthode d'Analyse	37
4.1	Construction d'un estimateur non biaisé	37
4.1.1	Considérations générales	37
4.1.2	Cas de mesures indépendantes	38
	Cas particuliers dans lesquels l'estimateur des moindres carrés est optimal	41
	Cas particuliers dans lesquels l'estimateur des moindres carrés est quasiment optimal	42
4.1.3	Cas de mesures inter-dépendantes par groupe	44
4.2	Incertitudes sur cet estimateur	47
4.2.1	Construction de la matrice de covariance et des intervalles de confiance	47
	Matrice de covariance	47
	Intervalles de confiance	47
4.2.2	Études du lien entre variance de l'estimateur et protocole expé- rimental	48
4.2.3	Vérification a posteriori de la cohérence de la solution	49
4.2.4	Propagation des incertitudes	51
5	La trajectoire des météores	55
5.1	Géométrie des météores	55
5.1.1	Introduction	55
5.1.2	Mesure d'un bolide	55
5.1.3	Forces influençant directement la géométrie des météores	56
5.1.4	Forces influençant indirectement la géométrie des météores	61
5.1.5	Différence entre la trajectoire réelle et la ligne droite	62
5.1.6	Différence entre la direction réelle et la ligne droite	65
5.2	Méthode de calcul des trajectoires	67
5.2.1	Hypothèses de travail	67
	Modèle de trajectoire	67
	Référentiels	67
5.2.2	Calcul de l'estimateur des moindres carrés	68
5.2.3	Vérification et correction a posteriori des résultats	74
5.2.4	Construction d'un espace de paramètres adapté et calcul de la variance de la trajectoire estimée	75
5.3	Exemple de réduction d'une trajectoire de météore	78
5.3.1	Estimation de la trajectoire du météore du 10 janvier 2019	79
5.3.2	Incertitudes et intervalles de confiance de la trajectoire du mé- téore du 10 janvier 2019	83
6	Dynamique des météores	85
6.1	Modélisation	85
6.1.1	Introduction	85
6.1.2	Modèle de freinage et d'ablation	87
6.1.3	Limites de ce modèle	88
6.1.4	Propriétés remarquables de ce modèle	92
	Masse initiale	92
	Masse finale	93
	Efficacité du freinage et de l'ablation	95

6.1.5	Etude de cas particuliers	96
1.	Atmosphère plate et isotherme	96
2.	Cas d'un météore rapide et court	100
6.2	Méthode de calcul des paramètres du modèle dynamique	103
6.2.1	Calcul de la somme des carrés des résidus	104
6.2.2	Incertitude des paramètres dynamiques	108
	Choix d'un système de paramètres quasiment optimal	108
	Matrice de covariance conditionnée	111
6.2.3	Incertitude sur les paramètres dynamiques dans le cas d'un météore court et rapide	111
6.2.4	Propagation de l'incertitude sur la géométrie de la trajectoire vers les paramètres dynamiques	120
6.3	Calcul des orbites	121
6.3.1	Méthode de calcul des orbites	121
	Conditions initiales	121
	Interaction avec la Terre, la Lune et le Soleil	122
6.3.2	Variance des paramètres orbitaux	123
6.4	Exemple de réduction de la dynamique et de l'orbite d'un météore	124
6.4.1	Estimation des paramètres dynamiques	124
6.4.2	Variance et biais de l'estimateur des moindres carrés	126
	Matrice de covariance conditionnée	126
	Matrice de covariance totale	128
	Espérance et écart-type d'autres paramètres intéressants	129
6.4.3	Orbite	131
7	Résultats de la campagne d'observation	135
7.1	Caractéristiques de la population des météores observés	135
7.1.1	Statistiques et efficacité du réseau	135
	Longueurs et durées	135
	Validité de l'hypothèse sur les trajectoires rectilignes	136
7.1.2	Radiant	139
7.1.3	Photométrie	140
	Statistiques et efficacité de détection	140
	Efficacité lumineuse et calcul de masse	142
7.1.4	Enthalpie de destruction des aérolithes	144
7.2	Étude des biais de mesure du modèle d'ablation et de freinage	145
7.2.1	Proximité entre les estimateurs et les limites de l'espace des paramètres	145
7.2.2	Liens de corrélation entre la vitesse initiale et les autres paramètres	147
7.2.3	Comparaison entre les différents estimateurs	148
	Estimateurs de la vitesse initiale V_0	148
	Météores de première catégorie	149
	Météores de seconde catégorie	150
	Cas intermédiaires	151
7.3	Pluies de météores observées	154
7.3.1	Orbites apparentées	154
7.3.2	Caractériser les pluies de météores	155
7.3.3	Pluies observées	156
	Pluie des η -Virginides	159
7.4	Caractéristiques des météores sporadiques	159
7.4.1	Sources de météores sporadiques	159

7.4.2	Probabilité de chute des météoroïdes	160
7.4.3	Les populations de météoroïdes	163
7.4.4	Cas des météores interstellaires	165
7.5	Récupération d'une météorite fraîche	169
7.5.1	Trajectoire et dynamique de l'aérolithe	170
	Orbite du météoroïde	171
7.5.2	Calcul de la zone de chute et comparaison avec la réalité	172
	Modèle de vol sombre	173
	Transition entre vol brillant et vol sombre	174
	Détermination de la zone de chute	175
8	Conclusion	177
	Bibliographie	183

Chapitre 1

Introduction

Cette thèse porte sur l'étude et l'analyse des météores observés par le réseau de caméras européen *FRIPON*. Ce réseau comporte près de 150 caméras all-sky réparties sur l'Europe de l'Ouest et maintenant au Canada. Le but de ce réseau de caméras est d'observer les rentrées dans l'atmosphère terrestre de météoroïdes d'origine interplanétaire. Lorsque de tels météoroïdes pénètrent l'atmosphère terrestre avec des vitesses de plusieurs dizaines de kilomètres par seconde, l'énergie cinétique qu'ils déposent suffit à chauffer et ioniser l'air environnant. Il y a alors émission de lumière : c'est le météore.

L'observation de ces météores est l'unique fenêtre d'observation des corps du Système solaire plus gros que de la simple poussière (observable grâce à la diffusion de la lumière du Soleil sur ces poussières, formant la lumière zodiacale) et plus petits que les astéroïdes observables directement avec des télescopes. L'étude des météores est donc l'unique moyen à notre disposition pour observer cette population particulière d'objets de tailles intermédiaires. On comprend donc l'importance de ces études pour la compréhension de la structure fine et de l'histoire du Système solaire.

Pourtant, l'étude des météores est un pan souvent méconnu de l'astrophysique. À côté d'autres sujets plus porteurs et plus impressionnants, l'observation des étoiles filantes est à la fois complexe et peu gratifiante. En effet, les rentrées atmosphériques de météoroïdes ne sont absolument pas prévisibles. L'unique manière de les observer est donc de pointer un instrument dans un lieu et à une date adéquate, et d'attendre.

Par ailleurs, l'analyse et l'interprétation des observations des météores n'ont rien de triviales. Un météore est un phénomène court, rapide, s'étendant souvent sur une large portion du ciel. Aussi, les outils classiques de l'astronomie ne sont absolument pas adaptés à ce type d'observation. Pour observer le mouvement d'un météore se déplaçant à plusieurs dizaines de kilomètres par seconde, il faut pouvoir mesurer sa position au cours du temps, et donc prendre des images avec des temps de pose les plus courts possibles. Le réseau d'observation *FRIPON*, sur lequel porte cette thèse, utilise des caméras prenant trente images par seconde. Mais même à cette fréquence, un météore peut parcourir jusqu'à 2.4 km entre deux images, ce qui induit un effet de flou de mouvement. De plus, pour obtenir la position d'un météore à un instant précis, il faut que le météore soit observé par plusieurs instruments simultanément, et que ces instruments soient synchronisés. Dans le cas des mesures avec des caméras, les instants de début et de fin d'acquisition doivent pouvoir être contrôlés avec une très grande précision. Or, les météores se situant généralement entre 60 et 100 km d'altitude, les caméras doivent elles mêmes être distantes de plusieurs dizaines de kilomètres pour offrir des angles de vue différents sur le phénomène, ce qui rend une synchronisation précise très complexe.

En plus des difficultés liées à l'observation des météores, s'ajoutent la complexité et la méconnaissance des processus précis et des interactions ayant lieu au sein des météores. Lorsqu'un météoroïde pénètre l'atmosphère, son énergie cinétique va se

transformer via énormément de processus : ionisation, dissociation moléculaire, fusion, vaporisation, fragmentation. L'efficacité de ces processus dépend de la forme, du matériau, de la structure et de la vitesse du météoroïde à un instant donné. Ces caractéristiques changeant avec le temps, les efficacités de ces différents processus changent elles aussi. La physique d'un météore est donc très complexe à décrire complètement, d'autant plus que les souffleries les plus performantes (DROUARD et al., 2018) ne parviennent pas à reproduire la plupart des conditions de densité et de vitesse du flux d'air incident que subissent les météoroïdes durant leurs entrées atmosphériques. Il en résulte une méconnaissance de la physique fine des météores, et de cette méconnaissance résulte une certaine difficulté d'interprétation des résultats.

Il est possible d'améliorer le réseau avec une synchronisation apportée avec des récepteurs GPS, comme pour le réseau australien *Desert Fireball Network* (BLAND, 2004) qui possède un obturateur particulier, dont les temps d'obturation varient en longueur et en rythme (ce qui permet d'encoder le temps sur les images). De même, la sensibilité peut être améliorée en utilisant des caméras à faible champ, comme pour le réseau *CABERNET* (EGAL et al., 2017), mais il faut alors soit augmenter le nombre de caméras pour couvrir le ciel, soit accepter d'avoir un réseau couvrant une zone moins large. En l'absence de tels atouts, les mesures de *FRIPON* ne sont pas utilisables en l'état, et on est obligé d'admettre des hypothèses simplificatrices. On suppose par exemple que le météore se déplace le long d'un segment parfaitement rectiligne dans l'atmosphère, ce qui permet de se passer de la nécessité de synchroniser les mesures des différentes caméras, on définit un modèle simplifié de son interaction avec l'atmosphère, et caetera. Ce type d'hypothèses simplificatrices est utilisé depuis les premières estimations de trajectoires de météores par CEPLECHA, 1961 ; on étudiera plus en détail la validité, la pertinence et les conséquences de ces hypothèses au cours de cette thèse.

Créer un réseau d'observation de météores est donc une affaire de choix. Pour un budget défini, choisissons-nous une technologie coûteuse, sacrifiant ainsi la taille du réseau, ou bien à l'inverse choisissons-nous des instruments peu coûteux, permettant ainsi d'avoir un large réseau, mais nous obligeant à devoir composer avec des données imparfaites voire incomplètes ? C'est ce second choix qui a été fait pour *FRIPON*, qui ambitionne d'être le plus large des réseaux d'observation de météores "classiques", avec près de 150 caméras réparties sur l'Europe de Ouest.

Le sujet de cette thèse sera justement le traitement des données provenant de ce réseau. Nous traiterons des problématiques imposées par les contraintes matérielles de ce réseau, et des solutions apportées pour les résoudre.

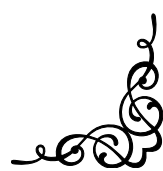
Nous aborderons toutes les facettes de ces problématiques, à commencer par les méthodes d'analyses statistiques adaptées à des méta-instruments comme le réseau *FRIPON*. Ces réseaux sont plus que la somme des caméras le composant, ils sont des instruments à part entière, et de taille continentale dans le cas de *FRIPON*. Il y a donc une disparité d'échelle entre les mesures prises par un instrument individuel et le réseau dans son ensemble. Nous développerons un estimateur des moindres carrés modifiés adapté à ce type d'instrument.

Nous verrons ensuite comment ces méthodes d'analyse s'appliquent concrètement au cas des météores, à leur trajectoire et à leur interaction avec l'atmosphère. L'accent sera mis sur la validité des méthodes d'analyses, et par cette voie nous étudierons la pertinence et les biais de différents estimateurs des caractéristiques des météores. Nous verrons que les méthodes d'analyse ne peuvent pas être utilisées aveuglément. Au contraire, les caractéristiques des instruments d'observation, ainsi que celles du phénomène observé, peuvent biaiser plus ou moins fortement les estimateurs que ces

méthodes nous fournissent. Ainsi, le meilleur estimateur n'est pas forcément toujours le même, et il change selon les caractéristiques des appareils de mesures et du phénomène observé. En particulier, nous verrons comment la vitesse d'entrée dans l'atmosphère des petits corps interplanétaires peut être surestimée, et comment cette surestimation entraîne l'apparition dans les observations d'une population factice d'objets interstellaires.

Le réseau *FRIPON* étant actuellement le plus large réseau d'observation vidéo de météores, tout en restant un réseau à la technologie classique, cette thèse se veut être une vision générale de l'état de l'art de l'utilisation de tels instruments. Dans cette perspective, les contraintes, les diverses solutions, leurs qualités, leurs défauts, leurs implications, seront étudiés sous l'oeil non seulement de l'astrophysique, mais également celui des mathématiques et de la philosophie des sciences, ces différents regards s'influençant mutuellement. Nous verrons que, dans l'état de l'art actuel, il n'existe pas de solution miracle permettant des estimations des caractéristiques des météoroïdes non biaisées dans toutes les circonstances. Les diverses contraintes à la fois matérielles (caractéristiques et propriétés de l'instrument d'observation et du phénomène observé) et morale (objectifs scientifiques) peuvent être contradictoires, obligeant ainsi à faire des compromis. Nous pourrions ainsi émettre des critiques sur les travaux précédemment réalisés dans ce domaine, et émettre de nouvelles méthodes et améliorations.

Nous souhaitons que cette thèse apporte à la communauté un regard neuf sur les pratiques ayant cours dans ce domaine, et ainsi permettre aux études futures d'être plus cohérentes, plus complètes, et de leur éviter de tomber dans les pièges du pur empirisme, sans regard critique.



Chapitre 2

Étude des météores et des météorites : bref historique et enjeux scientifiques

Dans le présent chapitre, nous parlerons de l'évolution des représentations et des savoirs sur les météores et les météorites au cours de l'histoire. Mais tout d'abord il est important d'aborder le sujet de la nomenclature, afin de définir précisément la signification des termes qui seront utilisés dans toute la suite de cet ouvrage. En effet il y a trop d'abus de langage et de confusions entre les termes concernant ce domaine de la science, à commencer par les témoins visuels qui confondent météorite (l'objet tombé sur le sol) et météore (le phénomène lumineux). La figure 2.1 permet de bien aborder la suite de cette thèse. Il est également à noter que l'on hérite comme souvent en sciences d'une terminologie obsolète comme celle de la limite entre une étoile filante et un bolide correspondant à la magnitude de Vénus. Certes Vénus est l'objet le plus brillant du ciel mais il ne correspond à rien de pertinent concernant un météore. Historiquement, on a l'habitude de parler d'astéroïdes pour les objets pierreux, de comètes pour les objets présentant un dégazage et donc une composition en partie volatile, et de poussières interplanétaires pour les très petits objets sensibles à la pression de radiation solaire. On sait maintenant qu'il existe un continuum entre ces catégories, et même que certains objets ont changé de référence (astéroïdes actifs ou comètes mortes). De manière générale, nous parlerons de petits corps du Système solaire plutôt que d'astéroïdes ou de comètes. Encore plus ambigu est le terme de météoroïde qui correspond à des objets plus petits que un mètre. À l'origine l'idée était de distinguer entre les objets qui se détruisent totalement dans l'atmosphère et ceux qui arrivent jusqu'au sol, qui sont à la source des météorites. On voit facilement que cette classification n'est pas pertinente quand on constate que l'objet à l'origine du Meteor Crater de l'Arizona faisait environ 50 mètres (MELOSH et COLLINS, 2005) tout comme celui de la Tunguska qui s'est totalement volatilisé avant d'atteindre le sol (WHEELER et MATHIAS, 2019). Nous verrons au cours de cette thèse que, même si la masse d'un météoroïde est bien évidemment corrélée avec la possibilité ou l'impossibilité de produire une météorite, c'est loin d'être le seul critère pertinent. En particulier, la survie d'une météorite à l'entrée atmosphérique est extrêmement contrainte par le ratio entre l'énergie cinétique de l'impacteur et l'énergie nécessaire à sa destruction. Par ailleurs, il n'existe pas de terme pour parler de manière univoque d'un météoroïde ou d'un astéroïde pénétrant l'atmosphère, provoquant un météore. Afin de nous éviter de nombreuses paraphrases, nous utiliserons par la suite le terme "aérolithe" pour parler de ces objets précis, un terme ancien désignant une pierre tombant dans l'atmosphère terrestre. Ce mot n'étant presque plus utilisé aujourd'hui, nous le recyclons dans une démarche écologique.

L'UAI dans une circulaire du 30 avril 2017 donne les définitions suivantes :

Météore : lumière et phénomènes physiques associés (chaleur, choc, ionisation) résultant de l'entrée à grande vitesse d'un objet solide de l'espace dans une atmosphère gazeuse.

Météoroïde : objet naturel solide d'une taille comprise entre 30 micromètres et 1 mètre environ, venant de l'espace interplanétaire ou interstellaire.

Poussière interplanétaire : matière solide finement divisée, dont la taille des particules est généralement inférieure à celle des météoroïdes, entrant ou sortant de l'espace interplanétaire.

Météorite : tout objet solide naturel qui a survécu à la phase de météore dans une atmosphère gazeuse sans être complètement vaporisé.

Fumée météorique : matière solide qui s'est condensée dans une atmosphère gazeuse à partir de matières vaporisées pendant la phase d'entrée dans l'atmosphère.

Par la suite nous parlerons de petits corps pour tous les objets interplanétaires (comètes, astéroïdes...), d'aérolithes pour les petits corps durant leur traversée de notre atmosphère (depuis les objets pouvant produire des cratères jusqu'à la poussière microscopique produisant les petits météores) et enfin de météorites pour les objets atteignant le sol.

2.1 Théories diverses sur l'origine des météores

2.1.1 De l'Antiquité au XVIII^{ème} siècle

Cette période recouvre l'Antiquité, le Moyen Âge et ce que l'on appelle l'époque moderne jusqu'à la fin du XVIII^{ème} siècle. Durant toute cette période, de nombreuses hypothèses ont été émises pour expliquer ces phénomènes au sein du monde tel qu'il était compris à l'époque. Les cieux étaient généralement considérés comme appartenant au domaine du divin, ou du moins d'un domaine différent du domaine terrestre. Il était hors de question que de vulgaires pierres puissent se trouver entre les planètes, elles venaient donc forcément du monde des hommes, la Terre. Cependant, la Grèce antique nous a également transmis quelques hypothèses plus proches des connaissances actuelles comme celle de Plutarque (Lysandre, II) qui affirme que les étoiles filantes sont de vrais corps célestes rencontrant la Terre sur des "voies irrégulières". Anaxagore pensait que les météores venaient du Soleil, lui même étant une pierre incandescente.

Avec le Moyen Âge et l'apogée du christianisme en Europe, la constellation de visions du monde se tarit. Durant l'antiquité grecque, il co-existait un grand nombre de cosmogonies, chaque grand philosophe inventant la sienne. À l'inverse, au Moyen Âge, la recherche de connaissance s'articule autour des institutions cléricales. Les sciences, la philosophie et la théologie sont désormais débattues de manière collégiale, et la notion de consensus d'une communauté savante fait son entrée.

Or, durant le Moyen Âge, c'est la perfection des cieux, en opposition au monde des hommes, qui fait consensus. Ainsi, (KLEIBER, 1889) rapporte une conversation entre un écolier et son maître, tirée de l'ouvrage "Lucidarius, 1192"

L'écolier : "Est-ce que les étoiles filantes tombent des cieux?"

Le maître : "Je te dirai, avant tout que, s'il tombait sur la Terre une étoile des cieux, tout le monde serait bouleversé; ce ne sont pas des étoiles; mais il arrive souvent pendant un orage des vents dans l'air, et quand une étincelle tombe à terre, les hommes croient voir une étoile tomber".

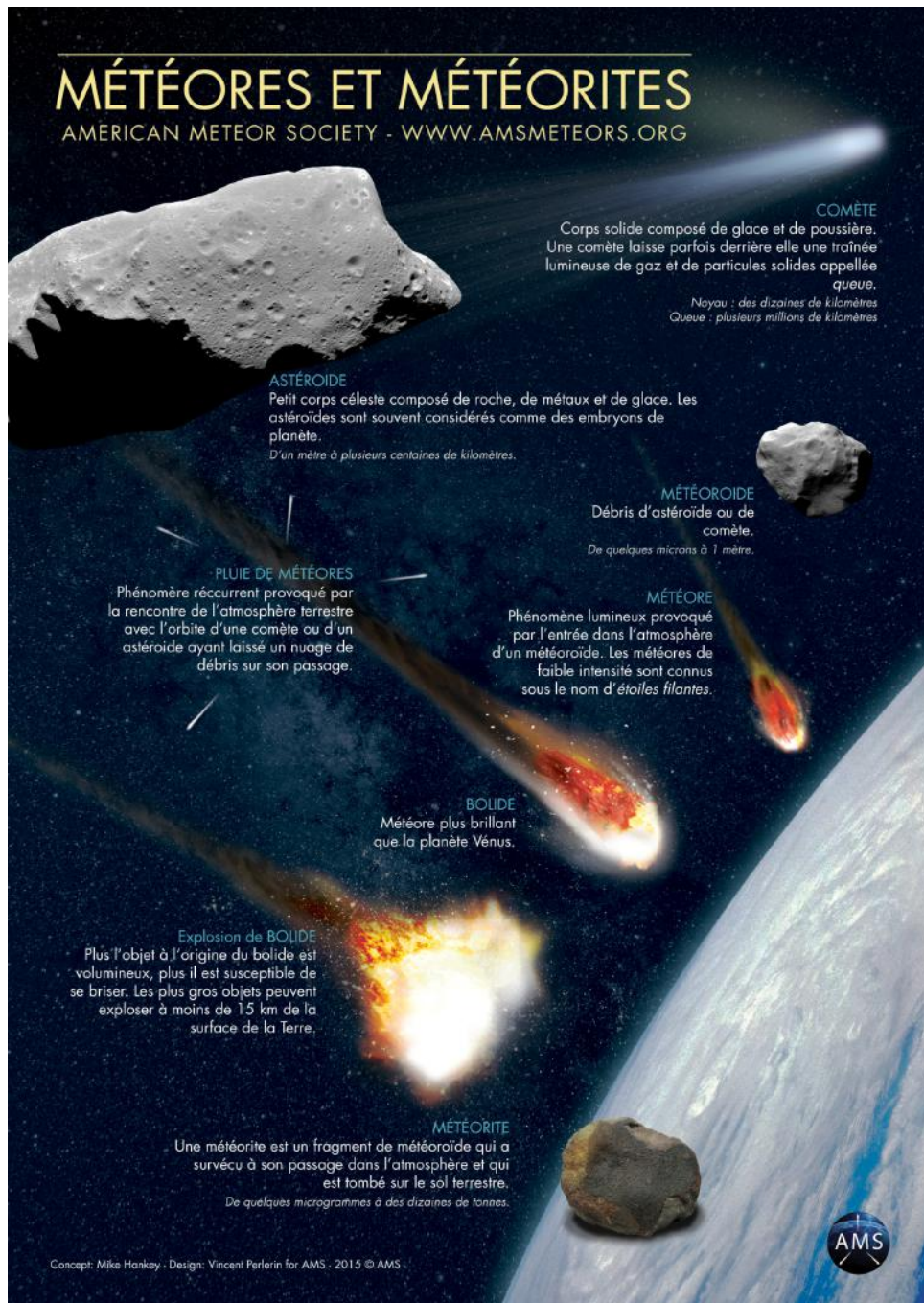


FIGURE 2.1 – Nomenclature pour différents objets du Système solaire, dans l'espace, pendant leurs entrées atmosphériques et sur le sol. © Mike Hankey, Vincent Perlerin, American Meteorotical Society

2.1.2 XIX^{ème} siècle : identification des pluies de météores et des corps parents

Avec les découvertes des irrégularités de la surface de la Lune par Galilée et de la nature non circulaire des orbites des planètes par Kepler (KEPLER, 1609), la nature parfaite du monde supralunaire est remise en question, ouvrant ainsi la voie à de nouvelles réflexions autour de la nature des objets célestes.

Au XIX^{ème} siècle, les choses s'accélèrent. Bezenberg (BENZENBERG, 1839) et Brandel, alors étudiants à l'université de Göttingen sont les premiers à effectuer une triangulation de météores. Ils trouvent une altitude de 100 km pour les étoiles filantes. Elles sont donc proches du sol et ne font pas partie des étoiles, elles sont par exemple bien plus proches que la Lune dont la distance est connue depuis l'antiquité. Il faut attendre la grande pluie des Léonides de 1833 pour que Denison Olmstedt (OLMESDT, 1834) note que les météores semblent venir d'un même point du ciel appelé radiant. Ce point situé dans la constellation du Lion est resté fixe durant la nuit, démontrant qu'il est indépendant de la rotation terrestre. Il est alors évident que les étoiles filantes ont une provenance cosmique et non pas atmosphérique. Un météore est juste la fin de la trajectoire d'un objet entrant dans l'atmosphère. Après cette découverte, on identifia de nombreuses pluies de météores avec leurs radiants, mais le mécanisme de production de ces objets était toujours mystérieux.

Toujours à la suite de cette belle pluie des Léonides du 12 novembre 1833, Palmer se rappela qu'un phénomène semblable avait été vu par Humbolt le 12 novembre 1799 au Vénézuëla. Bonpland rapporta que l'on voyait tellement d'étoiles filantes "qu'il ne restait pas une surface plus grande que trois fois la Lune qui ne soit traversée de météores à chaque instant". Dès cette époque, Humbolt soupçonnait que les météores venaient d'un même radiant. Des traces d'une pluie datant du 12 novembre 1766 furent trouvées. On pouvait supposer qu'il y avait une périodicité de 33 ans, et qu'il y aurait une nouvelle pluie en 1866, qui eut bien lieu. Schiaparelli (SCHIAPARELLI, 1867) est le premier à démontrer que l'origine d'une pluie d'étoiles filantes (les Léonides) est liée à celle d'une comète (55P/Tempel-Tuttle découverte 2 ans plus tôt). Il faut néanmoins noter que malgré cette découverte la prévision des grandes pluies des Léonides a toujours été difficile du fait qu'il ne faut pas uniquement tenir compte de l'orbite de la comète 55P mais aussi de celles d'un très grand nombre de particules éjectées soumises à des forces non gravitationnelles. De plus l'orbite de la comète passe près de Jupiter qui rend très instable les orbites des poussières éjectées par la comète. Ainsi la prédiction de la grande pluie de 1999 avait un jour de retard. Il faudra attendre que des moyens de calcul importants permettent de calculer rigoureusement un grand nombre de particules : (ASHER, 1999), (MCNAUGHT et ASHER, 1999), , (LYYTINEN et VAN FLANDERN, 2000).

Au fil du temps, de nombreuses autres pluies ont été découvertes, et les corps parents des plus importantes d'entre elles sont généralement bien connues. En plus de ces pluies, on observe beaucoup de météores sporadiques. La plupart du temps ces objets ont perdu leur mémoire dynamique du fait de l'état chaotique du Système solaire interne (LASKAR, 1990). Actuellement ce sont les réseaux CAMS (JENNISKENS et al., 2016b), EDMOND qui est une base de données de nombreux petits réseaux nationaux (KOUKAL et al., 2014) et SonotaCo (KOSEKI, 2019) qui produisent le plus de données. La figure : 2.3 montre par exemple le résultat de 15 ans d'observation pour les réseaux d'observation de météores Européens EDMOND et Japonais SonotaCo incluant plus de 400 000 météores et 548 pluies détectées. Ces réseaux peu étendus mais sensibles détectent de très nombreux petits météores. À l'inverse, les réseaux d'observation de bolides (ou "fireball") sont plus étendus mais peu sensibles, et donc

dominés par les plus gros objets.



FIGURE 2.2 – Pluie des Léonides du 12 novembre 1866 en Amérique

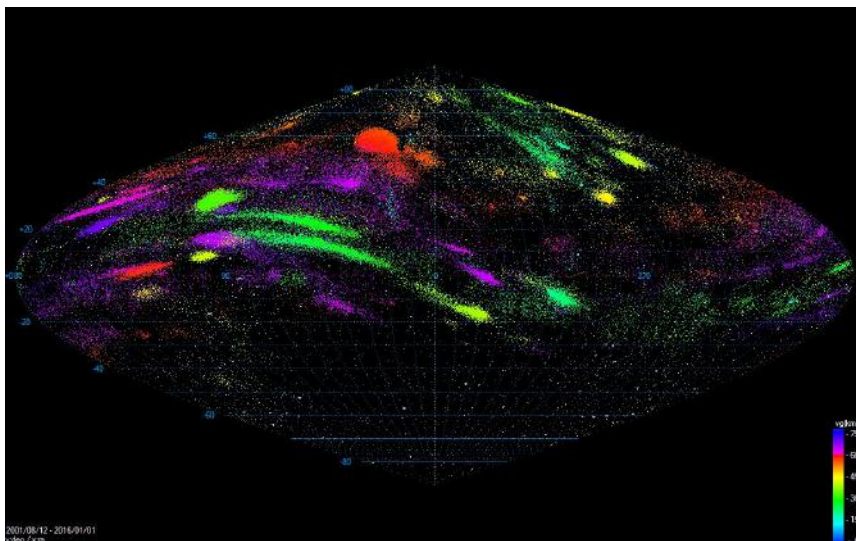


FIGURE 2.3 – Carte du ciel montrant les radiants des météores provenant des bases de données EDMOND et SonotaCo de 2001 à 2016 (KOUKAL, 2016). On remarque les accumulations de météores correspondant aux principales pluies d'étoiles filantes. En utilisant la méthode du "D criterion" de distance entre les orbites, 548 pluies de météores ont été identifiées. La base de données unifiée EDMOND (European video MeteOr Network Database) et SonotaCo contiennent 412 414 orbites calculées à partir d'au moins 2 stations

2.2 Origine des météorites

2.2.1 Utilisation antique des météorites

La connaissance des météorites par les sociétés humaines est attestée depuis au moins l'âge de bronze. À cette époque, la métallurgie du fer était encore impossible, les fours de l'époque n'atteignant pas la température suffisante pour raffiner le minerai de fer. La seule exception était le fer météoritique, alliage de fer et de nickel déjà très pur et surtout forgeable grâce aux fonderies de l'époque, de la même manière que le cuivre natif ou que l'étain (dont l'alliage donne le bronze). Parmi ces objets forgés à partir de fer météoritique on trouve par exemple la dague retrouvée dans la tombe de Toutân-Khamon (COMELLI et al., 2016), forgée environ 1300 ans avant notre ère, ou encore des perles retrouvées à Gizeh, datant de 3200 ans avant notre ère. Hors Égypte, nous pouvons également citer les outils fabriqués par les Inuits avec la météorite du Cape York (BUCHWALD, 1992). Cependant ces objets n'étaient pas reconnus comme provenant de l'espace. Il était d'ailleurs admis par de nombreuses civilisations et religions que le ciel devait être exempt d'objets autres que les planètes, la Lune et le Soleil.

Même la chute de la météorite d'Ensisheim en 1492 (fig : 2.4) n'a pas ébranlé ces croyances sur la provenance des météorites. Dürer la représente en compagnie d'une sorcière. Maximilien 1^{er} y voit quand à lui un signe divin. Finalement la météorite passera de nombreuses années dans l'église d'Ensisheim, attachée par une chaîne. Ainsi, la nature et l'origine de ces objets fait débat, et il n'y a pas de consensus entre simple objet terrestre emporté par le vent, objet d'origine divine ou, au contraire, diabolique.



FIGURE 2.4 – Chute de la météorite d'Ensisheim le 7 novembre 1492

2.2.2 Le XIX^{ème} siècle et le début du XX^{ème} siècle

À la fin du XVIII^{ème} siècle CHLADNI, 1794 émet l'idée que les météorites provenaient de fragments d'autres planètes ou d'un corps n'ayant pas réussi à s'agglomérer. Son hypothèse fut combattue par la plupart de la communauté scientifique, il faut reconnaître qu'il n'apportait pas de preuve.

C'est en 1803 que l'astronome Jean Baptiste Biot envoyé par l'Académie des Sciences pour enquêter sur la chute de l'aigle (BIOT, 1803) prouva définitivement que l'objet à l'origine de la météorite provenait d'au-delà de l'atmosphère. Il est partisan d'une origine lunaire. La preuve provenait d'une étude de la zone de chute et du

croisement minutieux des témoignages oculaires. Il y a cependant encore des doutes comme le montre cet étonnant écrit de Thomas Jefferson à propos de la chute de l'Aigle : "Je ne trouve rien d'étonnant à la pluie de pierres en France. Il y a en France plus de vrais philosophes que dans tout autre pays du monde, mais il y a aussi une grande proportion de pseudo-philosophes. La raison en est que l'imagination exubérante d'un Français lui donne plus de facilité à écrire, et à s'égarer dans son jugement à moins qu'il n'en ait un bon. Il crée même pour lui des faits qui ne se sont jamais produits, et il les raconte de bonne foi.", une des premières dénonciation de "fake news" d'un président américain. Il fallut attendre la progression rapide des découvertes d'astéroïdes au XIX^{ème} siècle pour commencer à réfléchir aux relations entre astéroïdes et météorites. La chute de la météorite d'Orgueil fig : 6.4 en 1864 a été l'occasion de la première tentative de détermination d'une orbite par LAUSSEDAT, 1864 en recoupant les témoignages oculaires, une autre étude plus récente retrouve un résultat identique (GOUNELLE, SPURNÝ et BLAND, 2006). Cependant la précision des témoignages oculaires est très faible, ce qui empêche de déterminer correctement la vitesse du météore et donc le demi-grand axe de l'orbite comme le montre EGAL et al., 2018. Dans ces conditions la conclusion de GOUNELLE, SPURNÝ et BLAND, 2006 sur la nature cométaire de l'orbite de la météorite d'Orgueil n'était, et n'est toujours, qu'une pure spéculation.

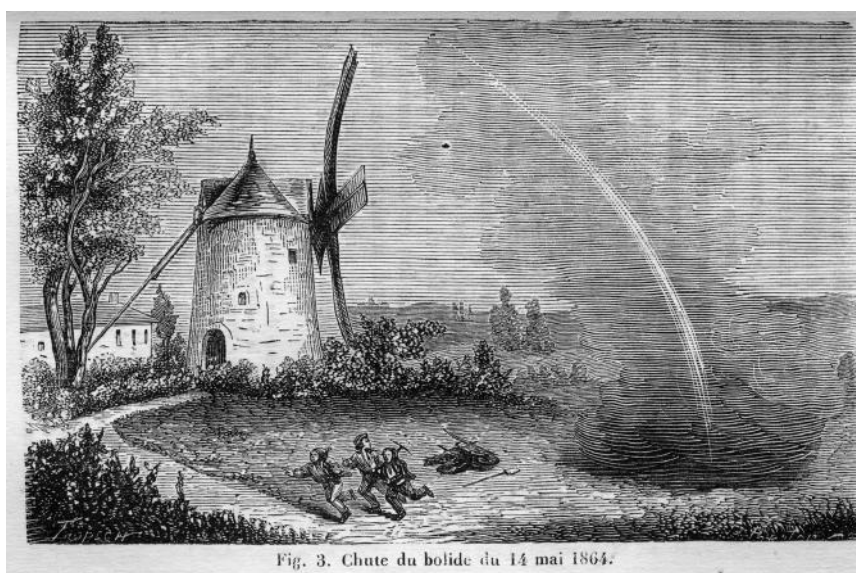


Fig. 3. Chute du bolide du 14 mai 1864.

FIGURE 2.5 – La chute d'Orgueil le 14 mai 1864 a produit de nombreuses météorites. De nombreux témoignages ont permis d'obtenir une estimation de son orbite, mais ces estimations basées sur de simples témoignages sont très contestées (GOUNELLE, SPURNÝ et BLAND, 2006).

Néanmoins, l'idée de l'origine spatiale des météores et des météorites était lancée. CHAMBERLIN, 1901 proposa une formation des météorites et des comètes par fragmentation de gros objets. Plus tard le développement de la cosmochimie et les premiers spectres d'astéroïdes amènent la communauté scientifique à identifier les astéroïdes comme étant la principale source des météorites. C'est CEPLECHA, 1961 qui la première fois put déterminer l'orbite d'un météoroïde grâce à la chute de Příbram observée par le premier réseau d'observation de "fireball" en Tchécoslovaquie, embryon de l'European Fireball Network (MCCROSKY et CEPLECHA, 1968).

2.2.3 La période post Apollo

Pour étudier au mieux les échantillons lunaires des missions Apollo, divers laboratoires se sont équipés de nouveaux instruments d'étude, par chance la plus grosse chondrite carbonée jamais retrouvée sur Terre est tombée le 8 février 1969 (6 mois avant Apollo 11) près du village d'Allende au Mexique. Elle comportait en particulier des inclusions minérales riches en calcium et en aluminium (dénommées CAI, fig : 2.6). Ce matériau très réfractaire est à l'origine de la plus vieille datation jamais faite, c'est donc l'un des premiers éléments à s'être condensé dans la nébuleuse proto-planétaire. La datation de ces CAI à 4.57 Ma est désormais admise comme celle de l'origine de la formation du Système solaire (MARTI, 1973).



FIGURE 2.6 – Section de la météorite d'Allende, on remarque une structure blanche en forme de papillon au centre de l'image qui est une inclusion réfractaire (CAI) qui s'est condensée au tout début de la formation du Système solaire il y a 4.57 Ma MARTI, 1973, ALLÈGRE, MANHÈS et GÖPEL, 1995.

2.3 Connexion entre météorites et petits corps du Système solaire

La science des météorites est restée longtemps totalement déconnectée de celles des météores. Aujourd'hui encore une très large majorité des météoritologues ne s'intéressent que de loin aux météores. On reconnaît bien sûr l'origine cosmique des météorites, mais les liaisons entre les météorites et cette origine ne sont que peu, voire pas étudiées.

Nos connaissances sur les météorites sont principalement liées à leur pétrologie. Celles sur les astéroïdes sont liées dans un premier temps à leur foisonnante diversité

d'orbites (plus de 800 000 objets), et plus récemment à leur diversité de composition avec le développement de la spectroscopie et des missions spatiales. Les missions Osiris-Rex (LAURETTA, 2015), Hayabusa (YOSHIKAWA et al., 2015) et (BARUCCI et al., 2009) vers des astéroïdes ont pour but principal le retour d'échantillons, faisant ainsi la liaison entre l'étude des astéroïdes et celle des météorites. Le réseau *FRI-PON*, en associant des météorites à des orbites de météoroïdes particulières, se veut complémentaire de ces missions ambitieuses.

Petits corps interstellaires

À part deux objets interstellaires récemment découverts 2I/Borisov (JEWITT et LUU, 2019) et 1I/'Oumuamua (TRILLING et al., 2017) les petits corps connus sont originaires de notre Système solaire. Pourtant, divers études rapportent beaucoup de détections de météores d'origine interstellaire. HAJDUKOVÁ, STERKEN et WIEGERT, 2019 montre cependant que ces détections sont de faux positifs, ce que nous corroborerons au cours de cette thèse. Beaucoup d'auteurs utilisent ces orbites sans prendre en compte le fait que les intervalles de confiance incluent systématiquement des orbites elliptiques. Nous retrouvons ici le même problème que pour la météorite d'Orgueil ou GOUNELLE, SPURNÝ et BLAND, 2006 clament la découverte d'une orbite cométaire. C'est pour cela que nous essaierons d'avoir le plus de rigueur possible dans la détermination des erreurs sur nos mesures. En particulier, nous démontrerons au cours de cette thèse que l'estimation classique des excentricités des météoroïdes via l'observation vidéo des météores est souvent surestimée, ce qui explique l'existence d'une population fantôme de météoroïdes interstellaires.

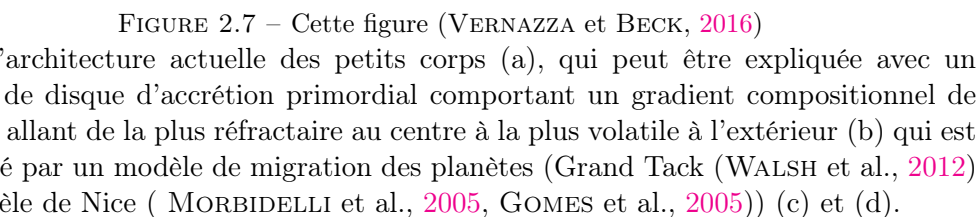
2.4 Structure du Système solaire

2.4.1 Évolution du Système solaire

Nous allons aborder ici la formation du Système solaire depuis la condensation des CAI jusqu'à son état actuel en nous focalisant sur les petits objets qui n'ont pas été accrétés par les planètes, et qui parfois finissent dans notre atmosphère.

La découverte de milliers d'exo-planètes avec parfois des "Jupiters chauds" sur des orbites plus petites que celle de Mercure a considérablement fait évoluer le modèle de formation de notre Système solaire qui supposait que les planètes formées par accréation avaient des orbites relativement fixes, même sur l'échelle de temps de vie du Système solaire. Le Système solaire a donc une histoire complexe, qui est encore aujourd'hui sujette à débat. La figure 2.7 fournit une explication des origines variées des objets que l'on peut trouver dans la ceinture d'astéroïdes principale et donc par la suite dans les collections de météorites.

Le scénario commence peu après la condensation des CAI, on a alors un disque de matière comportant un gradient de composition allant de la matière la plus réfractaire au centre, à la plus volatile à l'extérieur. Les planètes telluriques se forment au centre et les planètes gazeuses au delà de la limite de la glace d'eau à 3 UA environ. Cependant de la matière continue à être accrétée par les proto-planètes, elle leur transfère un moment dynamique qui fait diminuer les demi-grands axes de leurs orbites. Les modèles de Nice (MORBIDELLI et al., 2005, GOMES et al., 2005) et du Grand Tack (WALSH et al., 2012) parviennent à expliquer la diversité des objets de la ceinture principale ainsi que la présence des objets trans-Neptuniens.



décrit l'architecture actuelle des petits corps (a), qui peut être expliquée avec un modèle de disque d'accrétion primordial comportant un gradient compositionnel de matière allant de la plus réfractaire au centre à la plus volatile à l'extérieur (b) qui est perturbé par un modèle de migration des planètes (Grand Tack (WALSH et al., 2012) ou modèle de Nice (MORBIDELLI et al., 2005, GOMES et al., 2005)) (c) et (d).

2.4.2 Ceinture principale d'astéroïdes et source des objets géocroiseurs

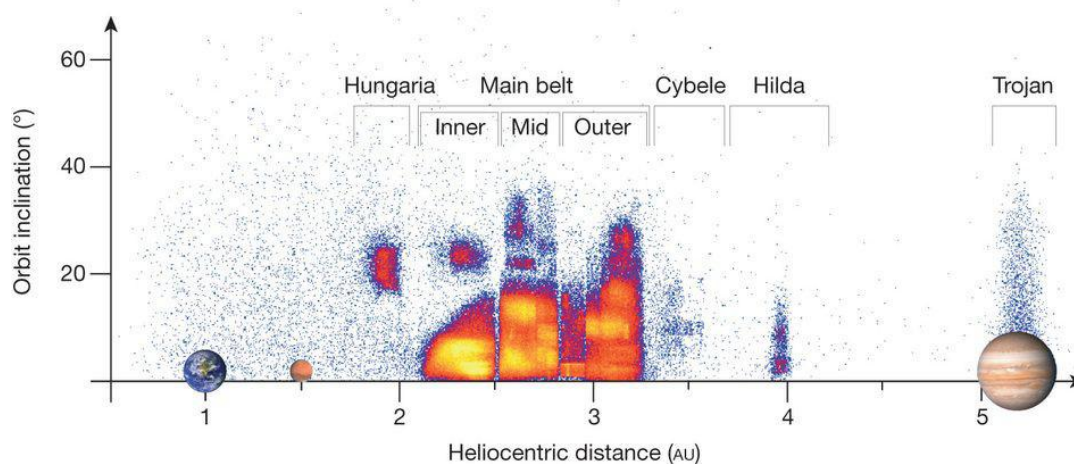


FIGURE 2.8 – Ce graphique montre l'emplacement de la ceinture principale par rapport aux planètes et au soleil. La structure de la ceinture est divisée par des régions instables, les plus visibles à 2.5 et 2.8 UA correspondent à des résonance de moyen mouvement avec Jupiter. les astéroïdes Troyens de Jupiter sont dans les points L4 et L5 Lagrange (DEMEO et CARRY, 2014).

Nous avons vu plus haut que les petits corps du Système solaire sont actuellement principalement concentrés dans la ceinture principale et dans les objets trans-Neptuniens. Les objets géo-croiseurs et les Centaures ont des présences transitoires à cause de leurs orbites fortement chaotiques dues aux rapprochements avec les planètes. La figure 2.8 montre la répartition des petits corps dans le Système solaire interne. On voit que la ceinture principale située entre Mars et Jupiter n'est pas uniformément peuplée. Elle est fractionnée par les résonances de moyen mouvement avec Jupiter. On voit aussi des points d'accumulation où les objets ont des orbites similaires, ceux ci correspondent aux familles dynamiques provenant d'une collision qui a produit de nombreux fragments aux orbites similaires. La plupart des astéroïdes ont des orbites stables. Cependant un mécanisme causé par les forces de Yarkovsky (PETERSON, 1976) peut faire dériver les petits objets vers les zones chaotiques comme celle de la résonance de moyen mouvement 3 : 1 avec Jupiter ou la résonance séculaire ν_6 avec Saturne fig : 2.9. Cette dernière résonance a en particulier l'effet de pomper l'excentricité en transformant les objets pris dans cette résonance en Mars-croiseurs puis géocroiseurs.

Nous avons donc un mécanisme expliquant la production des astéroïdes géo-croiseurs qui sont en partie à la source des météorites. À l'inverse nous avons peu d'information sur l'histoire dynamique des météorites qui sont très majoritairement récupérées sans que leur chute soit observée. Nous ne connaissons actuellement qu'une vingtaine d'orbites associées à des météorites (BOROVIČKA et al., 2013). C'est l'un des buts des réseaux d'observation de fireball, la difficulté étant qu'il faut couvrir de grandes surfaces sur Terre pour observer suffisamment de météores, ceux produisant des météorites restant rares (HALLIDAY, BLACKWELL et GRIFFIN, 1989).

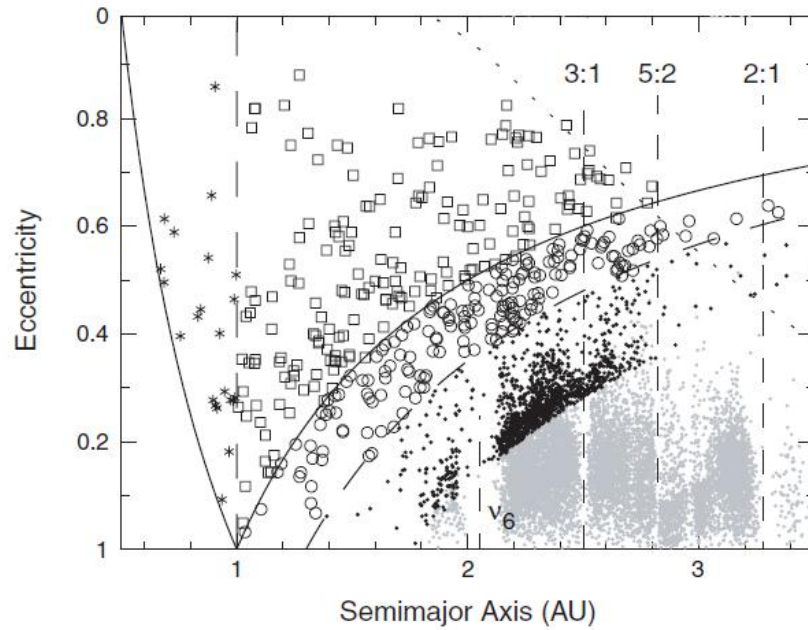


FIGURE 2.9 – Distribution des petits corps dans le Système solaire interne. Les points gris sont les 10 000 premiers astéroïdes, les points noirs sont les Mars-croiseurs (périhélie compris entre 1.3 et 1.8). Les objets Amors, Apollos et Atens sont représentés respectivement par des cercles, des carrés et des astérisques. Les résonances de mouvement moyen 3 :1, 5 :2 et 2 :1 avec Jupiter sont indiquées par les lignes pointillées verticales. La résonance séculaire ν_6 pour une inclinaison nulle est placée à 2 UA. MORBIDELLI et al., 2002

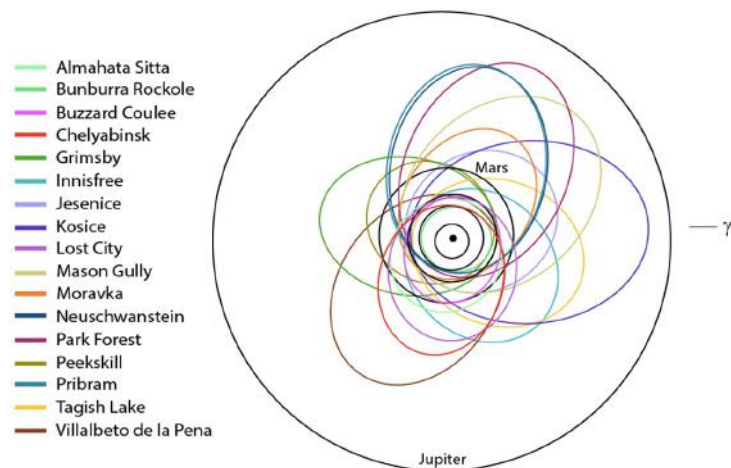


FIGURE 2.10 – Météorites avec des orbites associées (BOROVIČKA et al., 2013)

2.5 Les réseaux d'observation

Nous allons voir dans cette section les divers moyens d'observer les petits corps du Système solaire, de la poussière micronique aux plus gros astéroïdes. On verra ainsi quel est le rôle des réseaux d'observation de "fireball" dans ce contexte, et en particulier le réseau *FRIPON* qui a des caractéristiques à part. L'étude faite par BROWN et al., 2002 permet de bien comprendre les enjeux des observations qui tiennent principalement aux nombres d'objets percutant la Terre par an en fonction de leur taille (voir la figure 2.12). Il faut noter qu'avec un certain nombre de paramètres fixés (densité et vitesse initiale en particulier), il est possible de lier la taille d'un objet retombant dans l'atmosphère à sa brillance. Nous allons donc aborder les diverses méthodes d'observations avec leur cibles.

2.5.1 Météores

Historiquement les premières observations, d'abord visuelles, concernent les objets de magnitude inférieure à 5, ce qui correspond à des objets d'une taille de l'ordre de la centaine de microns. Les moyens numériques modernes ont permis d'étendre un peu la sensibilité mais surtout d'assurer un suivi constant permettant l'identification de nombreuses pluies. Les réseaux d'observations de météores peu brillants sont constitués de caméras particulièrement sensibles réparties sur de petites surfaces.

2.5.2 Boules de feu

D'après la définition en usage, une boule de feu est un météore de magnitude inférieure à -4. Il s'agit donc d'aérolithe de quelques millimètres jusqu'à 10 km comme pour la chute de Chicxulub. En fait la taille et la durée de vie des réseaux limitent fortement la taille supérieure des objets observés, les aérolithes les plus massifs étant aussi les plus rares. BROWN et al., 2002 indique que environ une trentaine météoroïdes de 1 mètre de diamètre ou plus tombent sur Terre en un an, soit pour une surface de 510 millions de km². Donc pour *FRIPON* (couvrant une zone d'environ 1 million de km²) cela nous fait un météoroïde de 1 mètre toutes les une ou deux décennies environ. En étendant à l'Europe et à l'ensemble des réseaux d'observation on pourra augmenter le nombre de météoroïdes massifs observés chaque décennie.

Les réseaux de recherche de "fireballs" travaillent sur des objets du centimètre à quelques mètres. À l'inverse des réseaux d'observations de météores de faible luminosité, qui privilégient la sensibilité de leurs caméras à l'étendue des réseaux, les réseaux d'observations de "fireballs" doivent privilégier leur étendue au détriment de la sensibilité des caméras.

Les "boules de feu" sont également observées par les réseaux servant à contrôler les essais nucléaires, on peut citer le réseau international infra-son (Comprehensive nuclear Test Ban Treaty Organization : CTBTO) et le réseau de satellites infra-rouge de l'armée américaine 2.11. Les objets détectés vont de 50 cm à 20 m (chute de Chelyabinsk).

2.5.3 Impacts sur les planètes

Une autre façon de regarder les impacts est d'étudier ceux sur les autres corps du Système solaire et, en premier lieu, sur notre proche voisine la Lune. ORTIZ et al., 2000 a été le premier à détecter des impacts sur la surface de la Lune lors de l'exceptionnelle pluie de météores des Léonides de 1999. Il reste que les impacteurs de la Lune ont des tailles similaires à ce que détectent les réseaux de fireball (SUGGS et al., 2014), avec

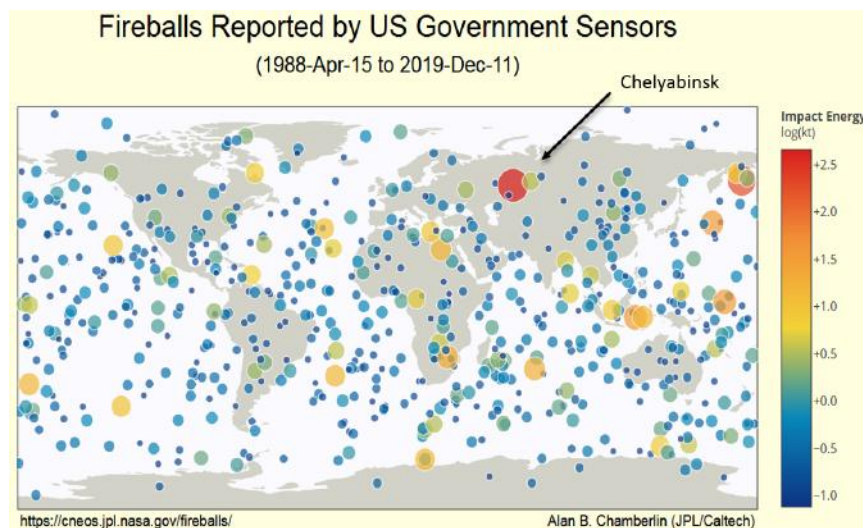


FIGURE 2.11 – Carte des "fireballs" détectés en infra-rouge par les satellites de l'armée américaines depuis 30 ans. Les tailles observées vont de 50 cm à 20m. La chute de Chelyabinsk indiquée correspondait à un objet initial de 17 m avec une fréquence de chute de plusieurs siècles (BROWN et al., 2002).

en plus de très grosses barres d'erreur dues au fait que l'on ne connaît ni leur vitesse ni leur angle d'impact. Tout au plus, en cas de pluie, nous pouvons supposer que leurs orbites sont similaires à celle de cette pluie. Ces observations sont donc difficiles et l'évaluation des masses est peu précise, SUGGS et al., 2014 montre qu'il y a un écart d'un facteur dix entre les mesures faites par divers auteurs.

Les impacts sur Jupiter ont le même souci d'incertitude, mais ils sont cependant plus intéressants car on détecte des objets de 5 mètres à plusieurs centaines de mètres comme pour la chute de la comète SL9 (COLAS et al., 1995). HUESO et al., 2018 évoquent une statistique d'un événement par an pour un objet de 50 mètres. Cette statistique est à nuancer tellement les données sont disparates et difficiles à débaiser, mais il est clair que c'est une voie prometteuse et la seule pour l'observation des objets de 5 mètres à 200 mètres.

2.5.4 Astéroïdes et comètes

Les grands surveys du passé tel LINEAR avaient pour but de détecter de façon exhaustive l'ensemble des astéroïdes géocroiseurs de plus de 1km de diamètre, ces objets pouvant faire des dégâts régionaux importants. Le but du nouveau télescope LSST est de descendre cette valeur à 150 m, ces objets étant déjà relativement dangereux. Un objet de seulement 17 mètres de diamètre a fait plus de 1000 blessés à Cheliabinsk. Ces nouvelles observations pourront permettre de faire le lien entre les observations des impacts sur Jupiter (5 à 200 mètres) et les astéroïdes déjà connus.

2.5.5 FRIPON

Le réseau *FRIPON* se classe bien entendu parmi les réseaux d'observation des fireballs. L'efficacité de détection des gros objets est purement linéaire en fonction de la surface du réseau. Par contre, compte tenu de la qualité des caméras, on est un peu plus sensible et on voit mieux les petits objets de l'ordre du centimètre que les

autres réseaux. *FRIPON* peut faire la connexion entre le monde des météores dominé par la matière cométaire et le monde des "fireballs" plus connecté avec le monde des astéroïdes géocroiseurs. Le but principal de *FRIPON* est donc l'étude de la matière interplanétaire du centimètre au mètre. Retrouver les corps parents sera sans doute difficile, mais caractériser cette matière sera le but principal de *FRIPON* en mesurant leurs orbites, leurs masses et leurs solidités. Bien sur il y a toujours le but de retrouver des météorites mais ce seront toujours des événements rares.

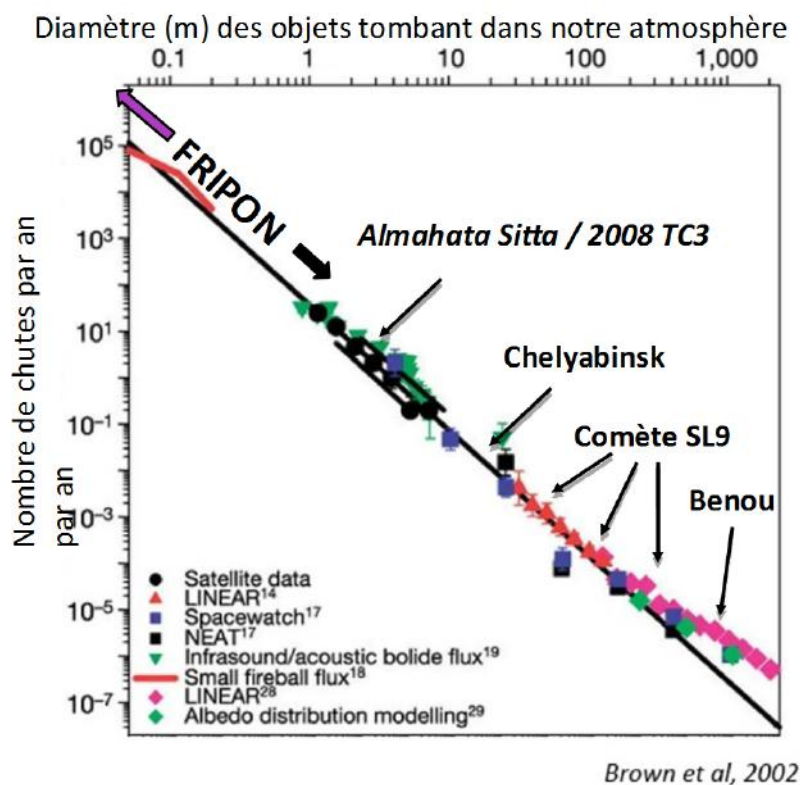
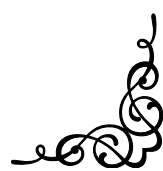


FIGURE 2.12 – Fréquence d'impact des petits corps du Système solaire. Ce graphe montre les moyens d'observation de petits corps de quelques centimètres à 1 km de diamètre. (BROWN et al., 2002).



Chapitre 3

Programme d'observation FRIPON

3.1 Caméras et hardware

Comme nous l'avons vu précédemment, pour qu'un réseau de détection de "fireballs" soit efficace il faut que sa surface soit grande, de l'ordre du million de km^2 , ce qui est le cas de la France ($600\,000\text{ km}^2$) en tenant compte que l'on peut détecter au-delà des frontières. Le projet *FRIPON* a été financé par l'ANR (ANR grant N.13-BS05-0009-03) en 2014 pour 4 ans, il a permis d'installer une centaine de caméras en France et de développer des collaborations en Europe. Le projet comporte actuellement 150 caméras. Le but était d'avoir une distance moyenne entre deux caméras d'une centaine de kilomètres, afin que les météores puissent être observés par un nombre relativement grand de caméras. Le réseau comporte également des récepteurs radio calés sur le radar militaire GRAVES (RAULT, 2014). La figure 3.1 montre l'état actuel du réseau.

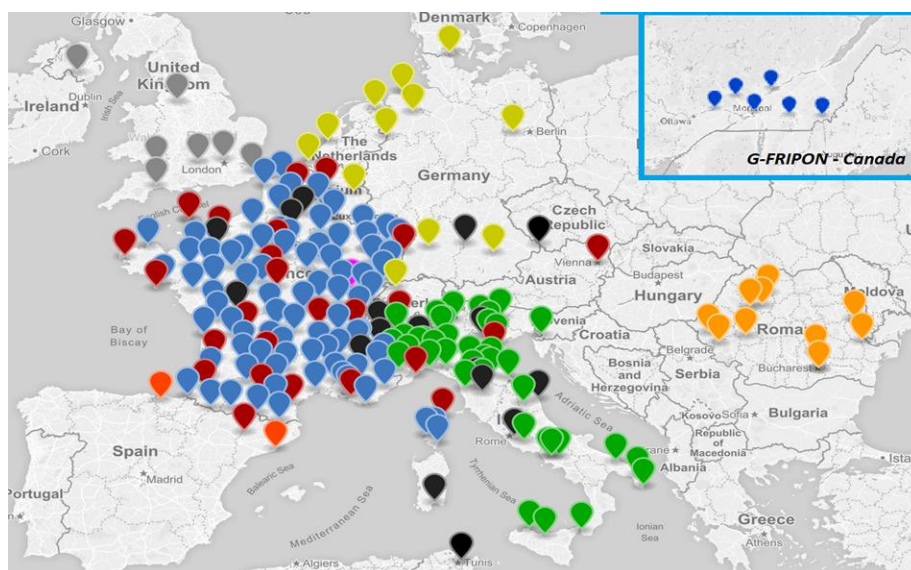


FIGURE 3.1 – Carte du réseau FRIPON (France) et G-FRIPON (réseau FRIPON étendu) fin 2019, code de couleur pour les stations :

- Bleu : stations optiques en France - Rouge : Stations optiques et radio - Vert : PRISM (Italie) - Orange clair : MOROI (Roumanie) - Jaune : G-FRIPON (Europe du nord) - Gris : Scamp (Royaume Uni) - Bleu foncé : FRIPON Québec - Noir : stations en cours d'installation - Orange foncé : SPMN (Espagne)

3.1.1 Optique des caméras

Pour la fiabilité du programme nous avons choisi d'utiliser des caméras et des optiques industrielles. Bien qu'elles ne soient pas conçues pour l'astronomie et ses contraintes thermiques importantes de -30°C l'hiver à $+40^{\circ}\text{C}$ en été, elles demeurent très robustes et bon marché, la figure 3.2 présente l'ensemble des caméras et objectifs testés.

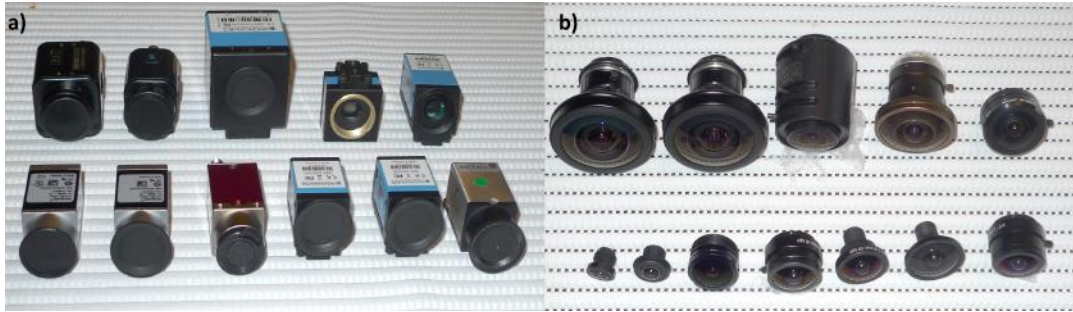


FIGURE 3.2 – Caméra GigaBit Ethernet a) et objectifs fish-eye b) testés en 2014.

Nous n'avons pas voulu utiliser de système à pose longue avec un obturateur soit mécanique comme pour l'European Fireball network (OBERST et al., 2010) soit digital à cristaux liquides comme pour le Desert Fireball Network (BLAND, 2004) relativement onéreux. Nous nous sommes inspirés du projet Canadien ASGARD (BROWN et al., 2010) qui a montré son efficacité lors de la chute de Grimsby (BROWN et al., 2011). Il est constitué d'objectifs fish-eye avec des caméras analogiques VGA (640x480 pixels). La résolution spatiale peut sembler médiocre mais la densité du réseau (100 km entre chaque station) fait qu'il y a toujours une station proche du météore, si bien que la précision de la trajectoire est de quelques dizaines de mètres. Une telle précision est suffisante à la fois pour calculer le vol sombre et la zone de chute d'une potentielle météorite, ainsi que l'orbite du météoroïde. Comme notre réseau est postérieur, nous avons pu profiter des progrès techniques et utiliser des caméras numériques de meilleure résolution. La puissance de calcul étant limitée à cause du coût des ordinateurs de pilotage, nous nous sommes orientés vers des caméras méga-pixel et des ordinateurs à base de processeurs Intel-i3. Les tests faits à l'observatoire du Pic du Midi en 2004 ont conduit au choix d'une caméra à base du CCD Sony ICX445 (1296 x 964 pixels) équipée d'un objectif fish-eye de 1.25mm de longueur focale ouvert à $f/2.0$. Nous avons conçu avec la société Shelyak un boîtier robuste pouvant résister à des conditions thermiques extrêmes (figure 3.3). Une attention particulière a été portée à l'évacuation des calories produites par la caméra qui n'est pas négligeable, il peut se produire un échauffement du récepteur qui produit un courant thermique détériorant le rapport signal sur bruit global. La magnitude limite de détection pour un objet statique avec une fréquence d'acquisition de trente images par seconde est de zéro. Comme on le verra dans le chapitre 7 le système est pleinement opérationnel pour des météores de magnitude -4 et moins.

3.1.2 Configuration d'une station

Nous avons fait le choix d'utiliser le protocole de connexion PoE (Power over Ethernet) entre le PC et la caméra qui permet de la piloter et de l'alimenter avec un seul fil d'une longueur pouvant atteindre 100 mètres. Ce système est donc très

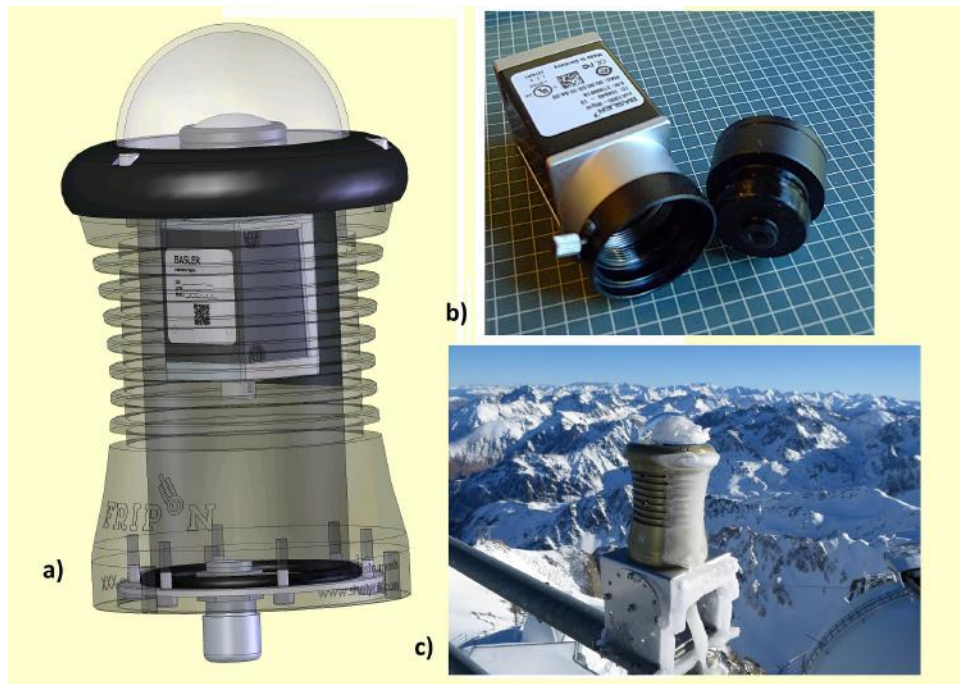


FIGURE 3.3 – Caméra FRIPON : a) Conception du boîtier de protection, b) Caméra GigaBit Ethernet avec l'objectif fish-eye, c) Caméra installée à l'observatoire du Pic du Midi dans des conditions climatiques sévères

pratique lorsqu'il est impossible d'installer le PC de commande près de la caméra. Après un prototypage, le boîtier a été conçu et fabriqué par la société Shelyak 3.3. Nous utilisons des PCs Intel NUCi3 pour le pilotage des caméras. Le but de ces PCs est qu'ils soient de véritables "boîtes noires" sans accès local, ce qui est fondamental pour la fiabilité du réseau. Ces machines incluent : un disque dur de 1 To pour le stockage des données permettant de stocker 2 mois de données et un disque SSD de 128 Go pour le système (Linux Debian) et enfin une mémoire vive de 8Go permettant de garder une minute de données en permanence. Il faut ajouter à cela un switch pilotable PoE pour alimenter la caméra et contrôler à distance le bon fonctionnement de la station. La figure 3.4 montre le câblage d'une station.

Nous avons développé un programme d'acquisition FreeTure (AUDUREAU et al., 2014) dédié à notre type de caméra. Ce programme est open-source (<https://github.com/fripon/freeture>) il a été utilisé par exemple par le réseau Polonais (WIŚNIEWSKI et al., 2015). Le principe est simple, on soustrait de l'image courante l'image précédente, on applique ensuite un seuil de détection. Le programme cherche si il y a des pixels allumés (au dessus du seuil) adjacents, signe de la présence d'une source lumineuse (contrairement à un pixel isolé provenant d'un parasite ou d'un rayon cosmique). Enfin FreeTure cherche si ce genre de paquets de pixels est détecté sur une quinzaine d'images consécutives avec une vitesse compatible avec celle d'un météore. Si c'est le cas, FreeTure déclare qu'il y a une détection, il stocke toutes ces images plus celles 10 secondes avant la première détection et 10 secondes après la dernière. De plus il envoie une information au serveur central de *FRIPON* lui indiquant l'heure de la détection.

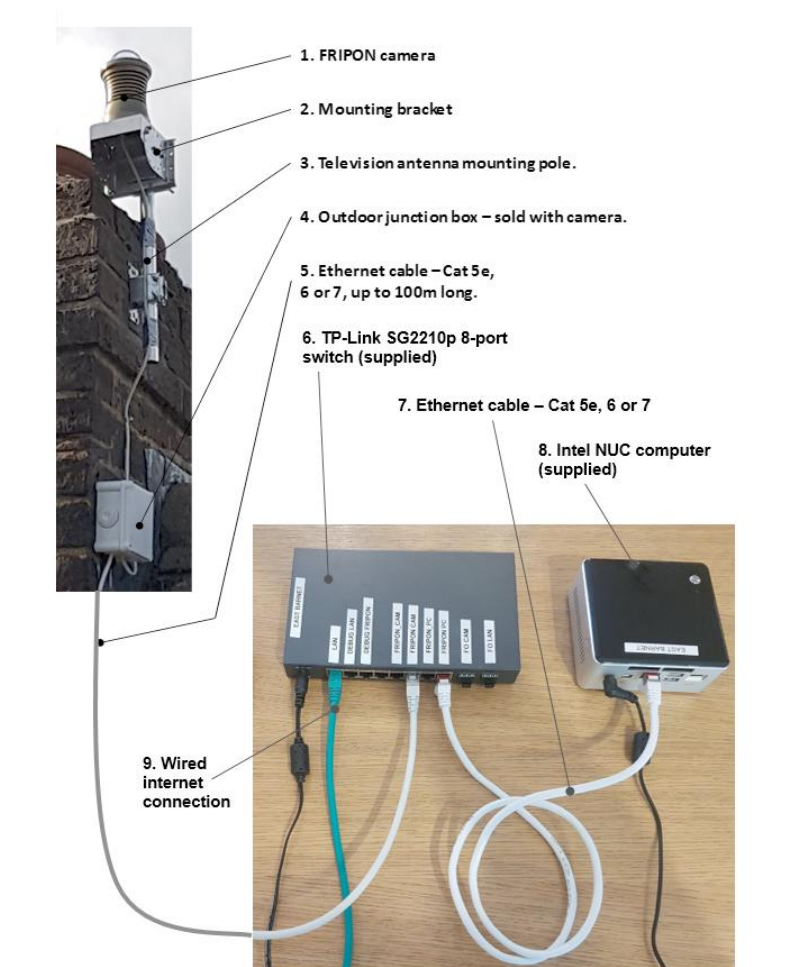


FIGURE 3.4 – Schéma "électrique" d'une station (figure faite par Jim Rowe pour le réseau au Royaume Uni)

3.1.3 Fonctionnement du réseau

Classement et rapatriement des données des détections

Nous sommes maintenant à la fin du processus de détection. Si le serveur central, situé à Marseille, reçoit pour un moment donné plus ou moins 3 secondes une seule information de détection provenant d'une unique station, il la classe parmi les "single detections" et ne télécharge que quelques informations (somme des images de la détection aux formats jpeg et Fits sans compression). Par contre si pendant ce laps de temps le serveur reçoit plusieurs détections, il la classe comme une "multiple detection", et télécharge l'ensemble des données, en particulier les données brutes nécessaires pour mesurer la position du bolide. Pour le cas des détections multiples ne concernant que deux caméras, nous avons également ajouté un critère de distance : les caméras doivent être à moins de 250 km l'une de l'autre pour que la détection soit considérée comme "multiple". Dans le cas contraire, nous considérons ces deux alertes comme deux détections "single" indépendantes. Ce critère permet de désengorger la liste des "multiple détections" de nombreuses fausses détections (pouvant être produites par des avions, les phares d'un véhicule, le reflet de la Lune sur un nuage, et caetera). Pour chaque "multiple detection" nous téléchargeons les données radio de toutes les stations disposant d'une antenne.

Images de calibration des caméras

Comme dit précédemment les images brutes prises à une cadence de trente images par seconde ne sont pas très sensibles, il est impossible de mesurer plus que quelques étoiles. C'est donc fâcheux pour la calibration des caméras, opération nécessitant de mesurer des centaines d'étoiles de positions connues et réparties sur l'ensemble de la voûte céleste. Pour répondre à ce besoin, une image de 5 secondes de temps de pose est effectuée toutes les dix minutes. En cas de ciel clair, une telle image peut contenir une cinquantaine d'étoiles. Évidemment on ne fait pas de détection pendant cette pose, ce qui diminue l'efficacité de détection du réseau, chaque caméra étant inopérante durant cinq secondes toutes les dix minutes, soit un peu moins de 1% du temps.

3.2 Contraintes liées à la nature du réseau

Pour conclure et introduire la suite de cette thèse, le réseau FRIPON produit en continu :

- Des images "longue pose" prises toutes les dix minutes servant à la calibration pour chaque station
- Des images pour les détections simples (ne concernant qu'une unique caméra)
- Toutes les vidéos des stations qui ont participé à une détection multiple (c'est à dire l'ensemble des caméras émettant une alerte durant un intervalle de six secondes).
- Un fichier contenant les coordonnées grossières (X,Y) du bolide dans chaque image, d'après le programme FreeTure. Ces données sont ensuite utilisées pour remesurer correctement la position du bolide dans les images grâce à SExtractor (BERTIN et ARNOULTS, 1996).
- Tous les fichiers de toutes les stations comportant un récepteur radio enregistrés à l'heure de la détection.

En pratique on s'aperçoit que FreeTure n'est pas complètement efficace, parfois certaines stations ne détectent rien pour un événement alors qu'elles sont au coeur de la zone de détection. On a aussi en permanence 10 à 20 % des stations soit en panne soit couvertes par des nuages. Un phénomène n'est donc pas toujours observé

par un groupe de stations contiguës. Il manque aussi parfois des observations même si on sauve 10 secondes avant et après chaque événement, dans les cas des météores exceptionnellement longs. Pour finir, malgré le critère de distance, nous avons encore quelques fausses détections provenant d'artefacts (reflet dans les nuages, sur une goutte d'eau sur le hublot, etc...).

Les données retournées sont donc loin d'être parfaites. Pour les événements importants, lorsque l'on suspecte une météorite par exemple, il est indispensable de contrôler visuellement les détections et bien souvent de refaire les mesures pour ajouter des points ou/et retirer des artefacts.

3.3 Astrométrie

3.3.1 Modèle décrivant les caméras

Fonction de distorsion

Lorsque la lumière d'un météore frappe le CCD d'une des caméras du réseau *FRIPON*, nous en tirons une position (x,y) en pixels, qui est la position de l'image du météore formée sur le CCD à travers l'optique. Cette position est calculée par un ajustement d'une fonction gaussienne (BERTIN et ARNOUTS, 1996). Pour que cette mesure soit utilisable, il faut la convertir en une direction : un vecteur unitaire pointant de la caméra vers le météore, ou encore des coordonnées célestes. La calibration consiste en la détermination d'une fonction permettant de passer de mesures exprimées sous la forme d'une position (x,y) sur le CCD vers une forme adaptée aux calculs des trajectoires (Ascension droite et Déclinaison en repère J2000).

Dans un premier temps, il nous faut choisir quelle forme prendra cette fonction. Nous disposons de plus de 150 caméras à calibrer, aussi nous ne pouvons pas nous permettre de travailler au cas par cas : la calibration devra être automatique. Il nous faut une fonction permettant de décrire, au moyen de quelques paramètres, n'importe laquelle de nos caméras.

Étudions d'abord la distorsion de l'image due aux caméras. À travers l'optique, l'image d'un hémisphère est projetée sur un plan, le plan du CCD. En supposant une parfaite symétrie autour de l'axe optique, cette projection prend la forme :

$$z = f(R) \quad R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (3.1)$$

$$\lambda_{(x-x_0)>0} = \text{atan} \left(\frac{y - y_0}{x - x_0} \right) \quad \lambda_{(x-x_0)<0} = \text{atan} \left(\frac{y - y_0}{x - x_0} \right) + \pi \quad (3.2)$$

où z et λ sont respectivement la colatitude et la longitude de la source dans le référentiel canonique de la caméra, (x_0, y_0) la position du centre optique dans l'image, et R la distance au centre optique exprimée en millimètres ou en pixels. Le référentiel canonique d'une caméra est celui défini par son axe optique ainsi que par les axes O_x et O_y de son CCD. Aussi, lorsque nous parlerons du zénith dans ce référentiel, il s'agira de la direction dans laquelle pointe la caméra, et non pas du zénith du lieu d'installation (même si les deux sont très proches, les caméras étant naturellement installées de manière à pointer vers le zénith de leur lieu d'installation).

Il existe plusieurs projections f , permettant de décrire les déformations dues à l'optique des caméras all-sky. Les constructeurs cherchent à rapprocher la distorsion de leurs optiques d'une de ces projections. On peut citer par exemple la projection équisolide la plus courante ou la projection stéréo-graphique, à un seul paramètre k

(HUGHES et al., 2010) :

$$z_{equi} = 2 \sin \left(\frac{\text{atan}(kR)}{2} \right) \quad (3.3)$$

$$z_{stereo} = 2 \tan \left(\frac{\text{atan}(kR)}{2} \right) \quad (3.4)$$

Bien sur, il est en réalité extrêmement difficile, pour ne pas dire impossible, pour les constructeurs de fabriquer des optiques respectant exactement ce type de projections. Aussi existe-il des modèles empiriques ou semi-empiriques comme :

$$z = k_1 \text{asin}(1 + k_2 R) \quad (3.5)$$

$$z = k_1 \text{atan}(k_2 R) \quad (3.6)$$

On peut en particulier citer le modèle développé par BOROVÍČKA, SPURNÝ et KECLIKOVA, 1995 pour l'observation de météores :

$$z = VR + S(e^{DR} - 1) + P(e^{QR^2} - 1) \quad (3.7)$$

Toutefois, notre but ici n'est pas de comprendre le fonctionnement des optiques en trouvant une équation décrivant leur fonctionnement interne. Nous cherchons seulement à prédire leur comportement. De plus, nous devons garder à l'esprit que, à l'avenir, de nouvelles caméras, possiblement d'un autre modèle, seront ajoutées au réseau. Il faudra que notre calibration automatique continue de fonctionner pour celles-ci. Aussi, les fonctions trop spécifiques ou à peu de paramètres, comme les fonctions équisolide ou stéréo-graphique vues ci-dessus, sont à écarter (BETTONVIL, 2005). Nous nous contenterons d'une fonction de distorsion plus simple et polyvalente : un polynôme comme celui de HIVON, MOUETTE et LEGAULT, 2017 ou de HUGHES et al., 2010. Les paramètres d'un modèle polynomial ont l'énorme avantage d'être calculables analytiquement, quel que soit leur nombre. Cela réduit drastiquement le temps de calcul par rapport à un modèle exigeant la mise en place d'algorithmes coûteux comme les moindres carrés. Du monde physique, nous ne garderons qu'une propriété : la fonction de distorsion radiale f doit être impaire pour respecter la continuité de ses dérivées au niveau de l'axe optique. Le polynôme ne contiendra donc que des termes de degrés impairs (KINGSLAKE, 1978), (RAY, 1978). On peut noter que les constructeurs cherchent à être proches d'une distorsion équisolide ou stéréo-graphique, donc une fonction en tangente ou en sinus (equations 3.5 et 3.6) dont le développement limité se fait en termes impairs. Ce polynôme est donc efficace car tout de même proche d'une réalité physique, il permet de diminuer par deux le nombre de paramètres à ajuster par rapport à un polynôme de même degré non impair. Empiriquement, nous sommes arrivés à la conclusion qu'un polynôme impair de degré 9 était suffisant pour exprimer le comportement de nos caméras pour toutes les distances angulaires à l'axe optique z :

$$z = a_1 R + a_3 R^3 + a_5 R^5 + a_7 R^7 + a_9 R^9 \quad (3.8)$$

Les coefficients du polynôme permettent de s'adapter correctement à la distorsion d'un fish-eye dont le constructeur a tenté de s'approcher, que cette distorsion soit équisolide, stéréographique ou autre.

Correction asymétrique

À cette fonction de distorsion que nous avons supposée symétrique, nous ajoutons un effet asymétrique qui a pour but d'absorber des défauts que peuvent présenter certaines caméras. Nous remplaçons la formule de R vu en 3.1 par une nouvelle formule, inspirée de BOROVÍČKA, SPURNÝ et KECLIKOVA, 1995 :

$$R = (1 + k_1 \sin(\lambda + \phi)) \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (3.9)$$

où k_1 est l'amplitude de la composante asymétrique, et ϕ sa phase. Cette nouvelle formule vise à corriger une différence d'échelle entre deux axes. Une telle différence d'échelle peut avoir plusieurs sources. Elle peut venir du capteur lui-même (les capteurs peuvent être rectangulaires, et non carrés), ou bien d'une lentille inclinée qui étend l'image selon un axe et la contracte selon un autre. La figure 3.5 montre les résidus des élévations des étoiles avec et sans cette correction asymétrique pour la caméra de Bedonia, une des caméras pour laquelle cette correction est la plus indispensable.

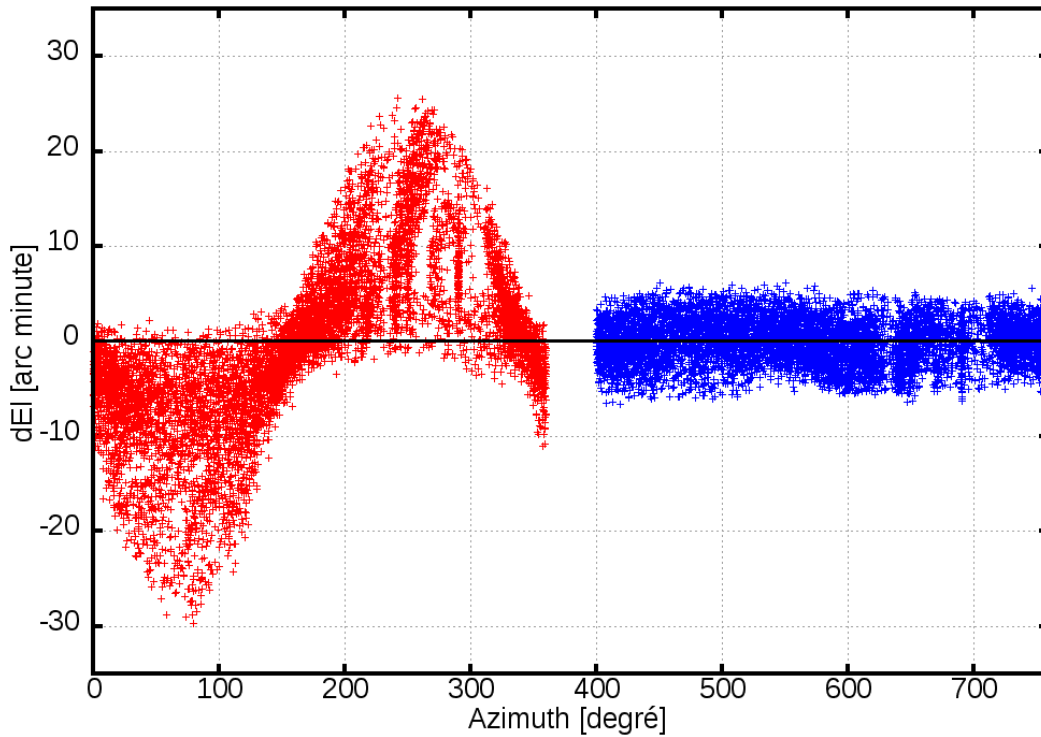


FIGURE 3.5 – Comparaison de l'erreur sur les élévations des étoiles en fonction de l'azimut sans correction asymétrique (rouge) et avec correction asymétrique (bleu). L'élévation et l'azimut sont ici à prendre comme les coordonnées sphériques dans le référentiel canonique de la caméra. Pour plus de clarté, les coordonnées azimutales des points bleus sont décalées de 400 degrés. Mesures prises par la caméra *FRIPON* de Bedonia.

Orientation des caméras

Notre modèle comporte pour le moment neuf paramètres : la position du centre optique sur le CCD (x_0, y_0) , les cinq paramètres du polynôme 3.8, et pour finir l'amplitude de l'asymétrie k_1 et sa phase ϕ . Ces paramètres nous permettent de convertir une position (x, y) en pixel sur le CCD vers la longitude λ et la colatitude z de l'objet

dans le référentiel canonique de la caméra. Ces coordonnées pourront être exprimées sous la forme d'un vecteur unitaire que nous nommerons vecteur direction.

Bien entendu, exprimé dans le référentiel canonique d'une caméra, ce vecteur direction ne sert pas à grand-chose. Pour pouvoir analyser les données, il faut pouvoir convertir ces vecteurs direction des référentiels canoniques des caméras vers des référentiels de référence. À ces neuf paramètres, il nous faut donc rajouter trois angles θ_1 , θ_2 et θ_3 permettant la transformation du vecteur direction dans le référentiel canonique de la caméra vers un référentiel lié à la Terre en rotation, comme par exemple le référentiel *ITRF93*. Les caméras étant fixes par rapport à la Terre, ces trois angles sont constants. Ils décrivent l'orientation des caméras par rapport à la Terre. On peut remarquer ici que les positions géographiques des caméras ne sont pas prises en compte. Une direction donnée par une caméra orientée d'une certaine manière par rapport à la Terre sera la même que cette caméra soit dans un lieu ou dans un autre. Si, bien entendu, la connaissance de ces positions géographiques est importante pour trianguler les positions des météores, la calibration des caméras peut être faite sans aucune connaissance de ces positions.

$$\begin{pmatrix} u_{x\oplus} \\ u_{y\oplus} \\ u_{z\oplus} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ 0 & \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{x_{cam}} \\ u_{y_{cam}} \\ u_{z_{cam}} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Au final, chaque caméra est caractérisée par douze paramètres permettant de transformer une position dans l'image vers un vecteur direction dans le référentiel lié à la Terre en rotation. À condition de connaître la date de la mesure, il est ensuite possible de convertir ce vecteur dans n'importe quel référentiel classique utilisé en astronomie, en particulier le référentiel inertiel centré sur la Terre *ECI J2000*.

3.3.2 Calibration des caméras

Pour déterminer les douze paramètres caractérisant une caméra, nous nous basons sur l'observation des étoiles. En effet, non seulement les directions de celle-ci sont connues, mais en plus elles ne dépendent pas de la position géographique de l'observateur, du moins à la précision à laquelle nous sommes. Dit autrement, nous pouvons considérer les étoiles à l'infini, si bien que le vecteur unitaire pointant d'une caméra vers une étoile, à un instant donné, sera le même que cette caméra se trouve à Paris ou à Rio de Janeiro. Grâce à cela, la calibration des caméras est complètement indépendante de la connaissance de la position géographique, ce qui évite d'avoir à entièrement refaire toute la calibration dès que nous apprenons que la position d'une caméra a été mal renseignée par son responsable, ce que arrive plus souvent qu'on ne l'imaginerait de prime abord.

Pendant la détection, les caméras fonctionnent avec une vitesse d'acquisition de 30 images/sec soit un temps de pose de 33ms. Dans ces conditions, la magnitude limite de détection est seulement de zéro, donc sur une image on ne peut observer que une à trois étoiles ainsi que les planètes brillantes comme Jupiter. Il est impossible dans ces conditions d'avoir suffisamment de mesures pour ajuster notre modèle. Pour remédier à cela, nous faisons l'acquisition d'une image "longue pose" de 5 secondes toutes les 10 minutes, cela permet de ne pas trop perturber le processus de détection

tout en obtenant des images où il est possible de voir des étoiles jusqu'à la magnitude 4 dans les endroits sombres et 3 en ville. Nous identifions, dans un premier temps à la main, une centaine des étoiles les plus brillantes dans les images "longue pose". Cette première étape est importante, car elle nous permet d'ajuster un modèle initial. Ce modèle initial servira ensuite à identifier, cette fois automatiquement, d'autres étoiles (environ quelques milliers par nuit) sur lesquels un ajustement plus complet est effectué. Cet ajustement automatique sera ensuite répété tous les mois pour suivre des modifications possibles de l'état des caméras. Nous avons bien sûr tenté d'automatiser cette première étape à l'aide du logiciel *SCAMP*, mais nous ne sommes jamais arrivés à un taux de réussite satisfaisant, ce logiciel n'étant pas optimisé pour les champs larges comme ceux des caméras fish-eyes (BERTIN et ARNOUITS, 1996). Le taux d'échec trop important de l'identification des constellations par *SCAMP*, notamment pour les caméras se trouvant proches de divers sources de lumières artificielles, nous ont poussés à nous rabattre sur une identification manuelle des étoiles. Comme les étoiles tournent dans le référentiel des caméras, en suivre seulement quelques unes pendant toute une nuit sur les images de "pose longue" permet déjà d'obtenir une assez bonne couverture de la voûte céleste, bien qu'il persiste fatalement des zones vides d'étoiles identifiées. Nous verrons comment nous résolvons ce problème un peu plus loin.



Nous disposons donc d'une liste d'étoiles identifiées, c'est à dire de mesures (x_i, y_i, t_i) ainsi que des coordonnées équatoriales (α_i, δ_i) correspondantes. Nous recherchons ensuite, par la méthode des moindres carrés, les sept paramètres $x_0, y_0, k_1, \phi, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ minimisant l'écart entre les positions sur la voûte céleste prédites et les positions réelles des étoiles. Il n'est pas nécessaire de rechercher les cinq paramètres du polynôme a_1, a_3, a_5, a_7, a_9 par la même méthode. En effet ceux-ci sont calculables analytiquement. Il suffit pour cela de trouver la combinaison de paramètres $(a_1, a_3, a_5, a_7, a_9)$ pour laquelle les dérivées partielles de la somme des carrés des résidus s'annulent :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial a_1} &= 0 = a_1 \mathbf{R}_2 + a_3 \mathbf{R}_4 + a_5 \mathbf{R}_6 + a_7 \mathbf{R}_8 + a_9 \mathbf{R}_{10} - \mathbf{Z}_1 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial a_3} &= 0 = a_1 \mathbf{R}_4 + a_3 \mathbf{R}_6 + a_5 \mathbf{R}_8 + a_7 \mathbf{R}_{10} + a_9 \mathbf{R}_{12} - \mathbf{Z}_3 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial a_5} &= 0 = a_1 \mathbf{R}_6 + a_3 \mathbf{R}_8 + a_5 \mathbf{R}_{10} + a_7 \mathbf{R}_{12} + a_9 \mathbf{R}_{14} - \mathbf{Z}_5 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial a_7} &= 0 = a_1 \mathbf{R}_8 + a_3 \mathbf{R}_{10} + a_5 \mathbf{R}_{12} + a_7 \mathbf{R}_{14} + a_9 \mathbf{R}_{16} - \mathbf{Z}_7 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial a_9} &= 0 = a_1 \mathbf{R}_{10} + a_3 \mathbf{R}_{12} + a_5 \mathbf{R}_{14} + a_7 \mathbf{R}_{16} + a_9 \mathbf{R}_{18} - \mathbf{Z}_9 \end{aligned}$$

Dans ce système d'équations, les coefficients $\mathbf{R}_j$ et $\mathbf{Z}_j$ sont définis comme suit :

$$\mathbf{R}_j = \sum_{i=1}^n R_i^j \qquad \mathbf{Z}_j = \sum_{i=1}^n z_i R_i^j$$

où les valeurs (R_i, z_i) sont respectivement les distances au centre optique et les distances zénithales des étoiles dans le référentiel de la caméra. Ces valeurs sont calculées

d'après un jeu de paramètres $x_0, y_0, k_1, \phi, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ choisi. Ainsi, à chaque combinaison de ces sept paramètres, nous pouvons associer les cinq paramètres du polynôme optimal pour cette combinaison.

Une fois une première estimation des paramètres obtenue grâce aux étoiles identifiées manuellement, nous l'affinons de la manière suivante : nous utilisons la précédente estimation pour identifier, cette fois automatiquement, les étoiles observées par la caméra. En effet cette première solution nous permet de prédire, en fonction de l'heure, où la lumière des étoiles les plus brillantes devrait frapper le CCD. La comparaison entre ces prédictions et les sources lumineuses réellement observées dans l'image nous permettent ainsi de relier ces sources à des étoiles précises, avec un très faible taux d'échecs. Nous obtenons donc un nouveau catalogue d'étoiles identifiées, plus volumineux que le précédent, et couvrant une plus grande portion de la voûte céleste. Nous réitérons notre recherche des meilleurs paramètres sur ce nouveau catalogue, obtenant ainsi une nouvelle estimation, plus précise, de ces paramètres. Cette opération est réitérée plusieurs fois. À chaque nouvelle itération, la connaissance des paramètres s'affine, et leur domaine de validité s'étend, jusqu'à recouvrir toute la voûte céleste. Le nombre d'itérations nécessaires dépendra de la répartition des étoiles identifiées manuellement. Si celles-ci ont toutes une élévation supérieure à 35° , par exemple, il nous faudra 4 ou 5 itérations pour atteindre l'horizon.

Cette calibration doit être refaite régulièrement, car les calibrations des caméras sont périssables. Celles-ci ne sont pas parfaitement figées et immuables : elles évoluent lentement au cours du temps. Les matériaux de la caméra ou de son support se distordent légèrement sous l'effet de leurs propres poids ou de la tension qu'ils supportent. Ces distorsions sont de plus influencées par l'état des matériaux (la rouille des métaux par exemple), l'humidité ou encore la température. Par conséquent, il n'est pas possible de considérer une calibration acquise une fois pour toutes. Il faut régulièrement recalibrer chaque caméra, et chaque météore doit être analysé en utilisant les calibrations des caméras au moment de la chute. Cela peut sembler fastidieux, mais en réalité la recalibration est une opération plus simple à effectuer qu'une première calibration à partir de rien. En effet, il n'est pas indispensable de refaire une série d'identifications à la main des étoiles pour chaque recalibration. Dans le cadre de la calibration vue plus haut, cette première étape sert à nous fournir une première estimation, relativement grossière, des paramètres de la caméra. Cette première estimation sert ensuite de point de départ à un algorithme automatique d'identification d'étoiles et de raffinement des paramètres. Dans le cadre d'une recalibration, nous reprenons les résultats de la calibration précédente comme première estimation, rendant la recalibration complètement automatique. Ainsi, une fois une caméra installée et calibrée une première fois, l'assistance humaine n'est plus nécessaire à l'exception d'un changement brutal, par exemple si la caméra a été démontée puis remontée dans une position différente.

Si les caméras doivent être recalibrées régulièrement, le choix du rythme de renouvellement de la calibration n'est pas évident. Choisir une période trop longue n'est pas souhaitable, comme nous venons de le voir. Mais choisir une période courte, c'est également moins d'étoiles pour affiner la calibration. Le meilleur rythme va donc dépendre de la vitesse à laquelle la caméra évolue, qui peut être très différente d'une caméra à l'autre puisque chaque installation est unique. Il va également dépendre de la pollution lumineuse, de la météo, de la phase de la Lune ou encore la durée de la nuit au moment concerné, tout ces facteurs jouant sur le nombre d'étoiles observées.

Nous avons initialement choisi de recalibrer chaque caméra une fois par semaine. Malheureusement, il s'est trouvé que ce rythme entraînait des erreurs importantes. En effet, il arrive régulièrement que des caméras n'observent pas assez d'étoiles durant une

semaine en particulier durant les courtes nuits d'été, pour permettre une calibration décente. Nous avons donc finalement choisi de passer à des recalibrations tous les mois, rythme rendant le réseau *FRIPON* bien plus stable et donc plus facile à entretenir.

Quant à la dérive de calibration entre deux mois successifs, elle est généralement acceptable, de l'ordre d'une demi minute d'arc. Malgré tout, il arrive parfois qu'une caméra se modifie plus brutalement, formant des "sauts" de une à quelques minutes d'arc. La figure 3.6 montre ces deux types d'évolutions pour la caméra du Pic du Midi.

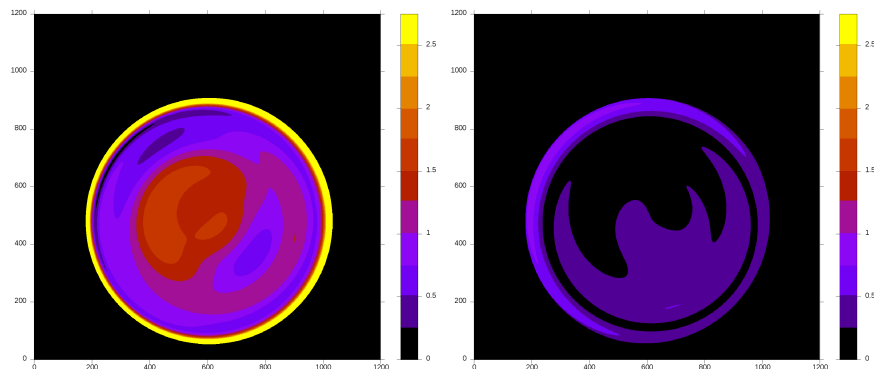


FIGURE 3.6 – Cartes des différences de direction (en minutes d'arc) attribuée à un point du CCD entre deux calibrations effectuées à deux mois d'intervalle (caméra du Pic du Midi). Ces différences sont indicatives de l'évolution de cette caméra et de son installation entre ces deux mois. La première image donne cette différence entre les mois de mars et d'avril 2018, tandis que la deuxième donne la différence entre les mois de septembre et d'octobre 2018.

3.3.3 Efficacité de la calibration et précision des caméras

Les caméras étant désormais calibrées, nous pouvons nous pencher sur la précision des caméras, ainsi que donner quelques chiffres et caractéristiques marquantes.

Au mois de janvier 2019, le réseau *FRIPON* comportait 126 caméras fonctionnelles, c'est à dire installées, reliées au réseau et calibrées. Pour chacune de ces caméras nous mesurons l'écart-type entre les mesures des positions des étoiles et leurs positions réelles. La médiane de cet écart-type est de 2.58 minutes d'arc. Cela nous donne une précision de 75 mètres à une distance de 100 kilomètres.

Pour les météores, nous nous attendons à des précisions au moins aussi bonnes dans la direction orthogonale au déplacement, voire meilleures pour les météores brillants. En effet cet écart-type de 2.58 minutes d'arc est celui de toutes les étoiles de calibration, il est par conséquent dominé par la précision de mesure des étoiles les plus faibles. Pour un bolide brillant, la précision interne de mesure est souvent meilleure que le dixième de pixel, c'est à dire environ une minute d'arc. La table 5.1 et la figure 5.17 en montrent un exemple, avec un météore dont les mesures de direction ont un écart-type moyen de 0.7 minute d'arc, soit une précision de 20 mètres à 100 kilomètres.

La situation n'est pas la même pour la précision angulaire dans le sens de déplacement du météore, en particulier si l'aérolithe se déplace plus rapidement que 1 pixel par image (environ 0.5° par seconde). Or il est courant d'avoir des vitesses angulaires apparentes de plus de 20° par seconde. Un objet se déplaçant à 72 km/s (la vitesse maximale à laquelle un météoroïde du Système solaire peut impacter la Terre) à une distance de 100 km d'un observateur pourra même atteindre une vitesse angulaire de 36° par seconde. Le flou de mouvement entraîne alors un étalement de

l'image du météore sur quelques pixels. Le processus d'ajustement de PSF gaussienne (Point Spread Function, fonction d'étalement du point) permet d'obtenir une mesure du centre de la traînée, mais fatalement l'erreur dans le sens de la trajectoire sera plus grande que perpendiculairement.

Par ailleurs, on remarque une assez grande variabilité d'une caméra à l'autre, l'écart-type minimal sur les positions des étoiles étant légèrement inférieur à 2 minutes d'arc, et l'écart-type maximum légèrement supérieur à 4 minutes d'arc, comme le montre la figure 3.7. Ces mesures nous ont parfois permis de faire des modifications sur des installations comme à Epinal où le mât supportant la caméra était trop long. Celui-ci vibrail et se tordait légèrement sous les effets des vents, ce qui impactait fatalement les mesures. Après raccourcissement de celui-ci nous sommes revenus à des écarts-types de mesure normaux. Par contre il y a d'autres stations pour lesquelles nous n'avons pas pu trouver de cause externe à la relativement faible qualité de leurs mesures, celle-ci pouvant également provenir de défauts internes aux caméras.

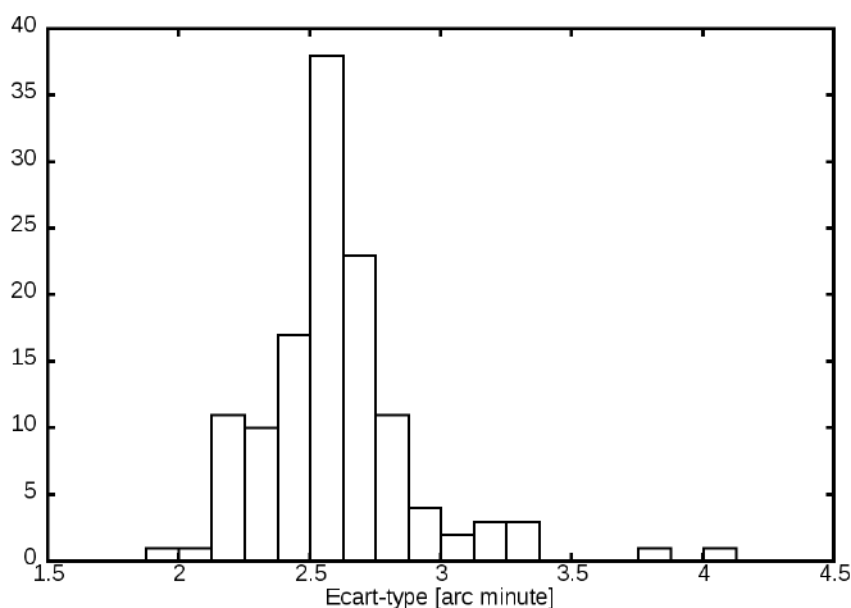


FIGURE 3.7 – Histogramme des écarts-types sur les mesures de position d'étoiles pour les 126 caméras en fonctionnement en janvier 2019.

Une aussi grande variabilité entre les stations peut étonner. Les caméras viennent du même constructeur, et sont censées être plus ou moins identiques. C'est pourtant l'inverse que l'on constate. Prenons par exemple la position de l'axe optique (x_0, y_0) sur le CCD. L'écart type à la position médiane (642.10, 491.14) est de 32.8 pixels ! Dans certains cas, le CCD est si décalé qu'il manque une partie de la voûte céleste. C'est par exemple le cas pour la station de Scandiano, en Italie, comme le montre la figure 3.8. Les différences peuvent également provenir de la manière dont la caméra est installée. Nous pouvons comparer, par exemple, l'angle formé entre l'axe optique de la caméra et le zénith du lieu d'installation. Là encore, les résultats peuvent surprendre, puisque la plupart des caméras sont penchées de quelques degrés, comme le montre la figure 3.9. Même si cette inclinaison n'est pas dérangement, puisque notre calibration ne présuppose pas de lieu géographique, cela montre malgré tout que les installations des caméras ne sont pas toutes faites avec la plus grande rigueur, et que des défauts peuvent apparaître de ce côté. Par chance l'objectif fish-eye que nous utilisons a un champ de 190° , donc même avec une caméra inclinée de 5° on observera toujours la voûte céleste entière.

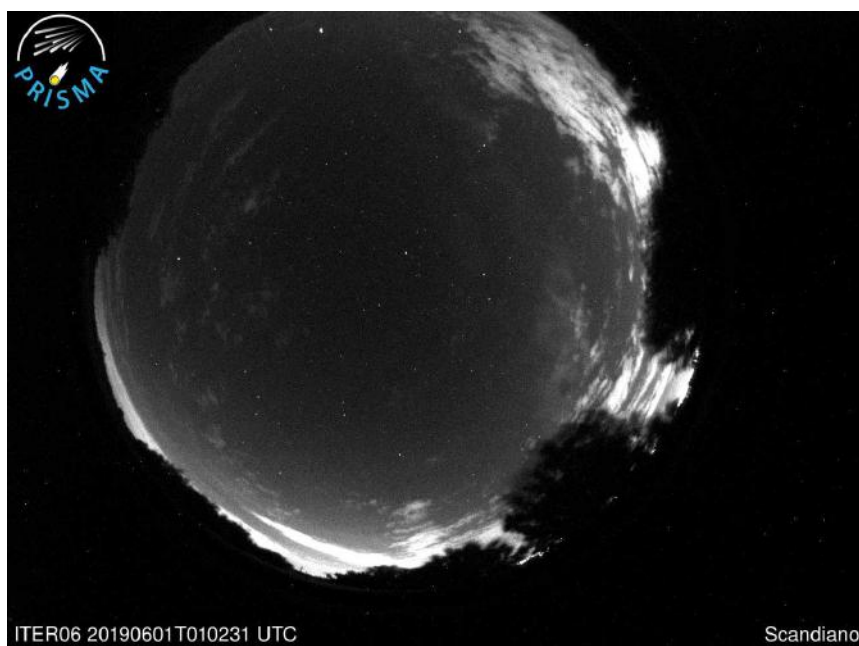


FIGURE 3.8 – Image prise depuis la station *FRIPON* de Scandiano. Pour cette caméra, l'axe optique passe à 104 pixels du centre géométrique du CCD, si bien qu'il manque la partie supérieure de l'image.

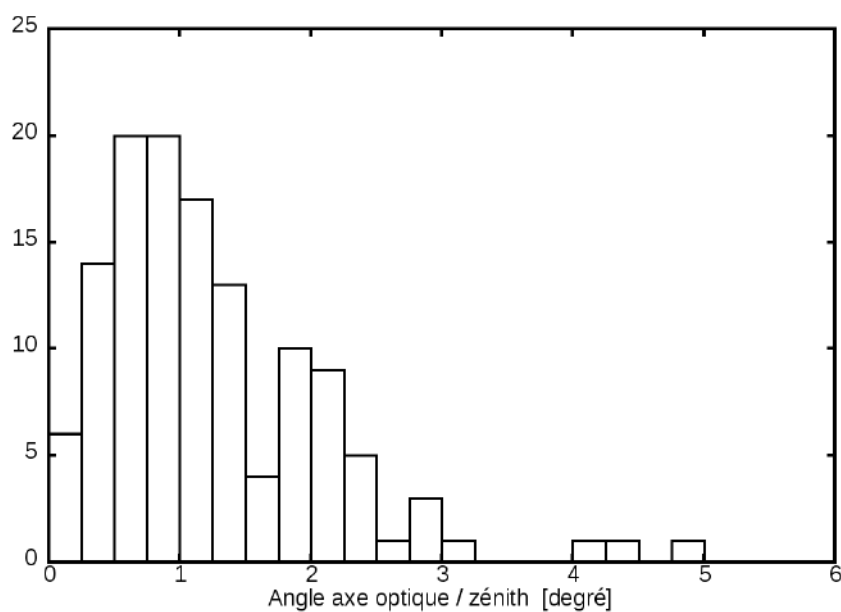


FIGURE 3.9 – Histogramme des angles entre l'axe optique des caméras et le zénith.

3.3.4 Photométrie

Une fois une caméra calibrée du point de vue des directions, c'est-à-dire que nous pouvons associer à une position (x, y) sur le CCD une direction dans un référentiel lié à la Terre en rotation, il nous est possible de calibrer également la photométrie, c'est à dire d'associer à un flux mesuré F la magnitude m de la source observée.

La relation entre la magnitude m d'une source est le flux F perçu par une caméra est la suivante :

$$mag = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F}{F_0} \right) \quad (3.11)$$

où F_0 est le flux qu'aurait une source de magnitude zéro observée dans les mêmes conditions. Pour chaque étoile de magnitude connue, observée avec un certain flux F , nous pouvons définir une mesure de ce flux F_0 :

$$F_0 = F 10^{\frac{mag}{2.5}} \quad (3.12)$$

Ce flux d'une source de magnitude zéro dépend des caractéristiques de la caméra, ainsi que des conditions d'observations. En particulier, il dépend de la quantité de lumière absorbée par l'atmosphère, et donc de la distance de l'élévation de la source ainsi que de l'altitude de la caméra.

L'absorption d'un flux F à travers un certain milieu peut être exprimé comme suit :

$$\frac{dF}{dx} = F\sigma\rho \quad (3.13)$$

où σ est un coefficient d'efficacité (dépendant de la nature du milieu et de la longueur d'onde) et ρ la densité de ce milieu. L'absorption de la lumière par l'atmosphère étant relativement faible pour les longueurs d'onde visibles, celle-ci peut être approximée comme une fonction linéaire de la masse d'air m traversée par la lumière.

$$F = F_{vide}(1 - \tau m) \quad (3.14)$$

Appliquée au flux de sources de magnitude zéro, cette équation devient

$$F_0 = F_{0vide}(1 - \tau m) \quad (3.15)$$

Cette droite de paramètre F_{0vide} et τ est appelée la droite de Bouguer (BOUGUER, 1729). Une fois ces deux paramètres estimés grâce aux mesures des étoiles sur les images à longue pose, il est possible de calculer la magnitude de n'importe quelle source observée sur ces images :

$$mag = 2.5 \log_{10} \left(\frac{F_{0vide}(1 - \tau m)}{F} \right) \quad (3.16)$$

Comme le temps de pose des images vidéo des météores est plus court que celui des images des étoiles, un trentième de seconde contre cinq secondes, le flux reçu d'un météore d'une certaine magnitude est 150 fois inférieur au flux reçu d'une étoile de même magnitude sur une image longue pose. Par conséquent, il faut soustraire $2.5 \log_{10}(150)$ à la magnitude calculée ci-dessus (ou encore diviser F_{0vide} par 150, ce qui revient strictement au même).

Bien sûr, cette manière de calculer la magnitude d'un objet a ses limites. Le coefficient d'extinction τ peut varier au cours d'une même nuit, la lumière de la Lune et du Soleil diffusée dans l'atmosphère écrasant plus ou moins les contrastes entre les sources et le fond de ciel. De plus, nos CCD ne sont pas adaptés à une mesure précise

de la photométrie. Ce ne sont donc pas sur ces mesures que nous concentrerons nos études, même si nous les analyserons succinctement à la section 7.1.3. Un prototype de photomètre à très haute résolution temporelle est en cours de test à la station *FRIPON* du Pic du Midi (RAULT et COLAS, 2019). Le déploiement de ce genre de photomètres sur l'ensemble du réseau *FRIPON* pourra permettre, à l'avenir, d'accéder à une nouvelle dimension des météores (notamment en ce qui concerne une observation précise des fluctuations très rapides de luminosité, des fragmentations et de l'ablation). Pour le travail en cours, nous nous concentrerons principalement sur les mesures de direction, c'est-à-dire sur le mouvement des aérolithes.

Chapitre 4

Méthode d'Analyse

Une des problématiques récurrentes lors d'observations de phénomènes est la méthode d'analyse des données recueillies, ainsi qu'une analyse rigoureuse des erreurs de mesure. Comment, à partir d'un jeu plus ou moins grand d'observations, extraire des informations pertinentes sur l'objet d'étude? Le programme d'observation des météores *FRIPON* n'échappe pas à cette question. Lorsqu'un aérolithe traverse l'atmosphère terrestre, son interaction avec l'air ambiant produit un fort dégagement d'énergie se traduisant, entre autres, par une émission de lumière : le météore. À partir de quelques centaines d'images provenant de quelques caméras, nous voulons extraire la trajectoire, la vitesse ou encore la décélération de l'aérolithe observé. Dans le présent chapitre, nous allons construire les méthodes d'analyse développées et mises en place pour le réseau *FRIPON*. Nous tâcherons malgré tout de ne pas faire trop référence aux spécificités de l'étude des météores. Ces techniques d'analyse pouvant être utilisées dans d'autres situations plus ou moins analogues, nous resterons dans un domaine général et abstrait afin que ces méthodes demeurent facilement adaptables à d'autres domaines par le lecteur. L'application de ces méthodes aux spécificités du réseau *FRIPON* sera abordée dans les futurs chapitres 5 et 6.

4.1 Construction d'un estimateur non biaisé

4.1.1 Considérations générales

Commençons par identifier le problème et les notations. Lors de l'observation d'un phénomène, nous réalisons n mesures, que nous notons $(y_1, \dots, y_n)$. Nous disposons également d'un modèle décrivant ce type de phénomène à l'aide d'un certain nombre de paramètres. Le vecteur de paramètres décrivant le phénomène observé sera noté θ . Par exemple, la course d'un corps autour d'une masse centrale est modélisé par une trajectoire elliptique ou hyperbolique, caractérisée par six paramètres orbitaux. La connaissance de ces paramètres orbitaux permet de prédire la position du corps à tout instant. C'est ce vecteur de paramètres que nous cherchons à estimer.

En supposant que le modèle soit parfait, ce vecteur θ décrit le phénomène à la fois complètement et bien plus succinctement et intelligemment que l'ensemble des mesures brutes $(y_1, \dots, y_n)$. Ces paramètres nous permettent en effet de prédire toutes les mesures que nous devrions obtenir, et ce à n'importe quel instant. Ainsi, lors de l'observation d'un phénomène de paramètres θ , nous notons $(\mu_1(\theta), \dots, \mu_n(\theta))$ les mesures prédites par le modèle. Bien sûr, les mesures ne sont jamais exactement en accord avec les prédictions : elles subissent un bruit, une erreur aléatoire. Ce bruit de mesure, noté ϵ_i , suit une certaine loi de probabilité. Dans un premier temps, nous considérerons que cette loi de probabilité est quelconque. Plus loin dans ce chapitre,

nous travaillerons avec des lois de probabilités particulières. Nous notons :

$$y_i = \mu_i(\boldsymbol{\theta}) + \epsilon_i \quad (4.1)$$

Il est important de noter que les fonctions μ_i ne sont pas obligatoirement les mêmes pour toutes les mesures $(y_1, \dots, y_n)$. Par exemple, la mesure de la position d'un météore à un instant précis, puis de sa position une seconde plus tard donneront évidemment deux résultats très différents, bien qu'il s'agisse du même météore pouvant être décrit par les mêmes paramètres. De plus, toutes les mesures $(y_1, \dots, y_n)$ ne sont pas obligatoirement de même nature. Certaines peuvent être des positions, d'autres des vitesses, d'autres encore des énergies. Il suffit pour cela d'observer un même phénomène à l'aide de plusieurs instruments fournissant des mesures de nature différente. La seule contrainte est que toutes ces mesures doivent se rapporter au même phénomène, décrit par le même jeu de paramètres $\boldsymbol{\theta}$.

4.1.2 Cas de mesures indépendantes

Notre objectif est, à partir d'un ensemble de mesure $(y_1, \dots, y_n)$, de construire un estimateur $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ des paramètres du phénomène observé. Dans toute la suite, la notation ' $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ' désignera un estimateur des paramètres. Bien entendu, les estimateurs $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ne seront pas égaux aux paramètres réels $\boldsymbol{\theta}$ du phénomène observé. En effet, les estimateurs ne peuvent être construits qu'à partir des observations, or ces observations suivent elles-mêmes une loi aléatoire, du fait des erreurs de mesure. Par conséquent, les estimateurs suivent eux-mêmes des lois de probabilité. Hormis si les mesures sont de précision infinie, c'est-à-dire que les erreurs ϵ_i sont strictement nulles, l'estimateur $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ n'a aucune raison d'être strictement égal au vecteur des paramètres réels $\boldsymbol{\theta}$.

Il existe une infinité de manières de construire des estimateurs. Toutefois, pour être utile et avoir un sens, un estimateur doit suivre certaines propriétés. Ainsi, son espérance $E(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ doit être le plus proche possible du vecteur de paramètres réels $\boldsymbol{\theta}$. Un estimateur suivant exactement cette égalité est dit "non biaisé". De plus, sa variance doit être la plus faible possible, c'est-à-dire que la probabilité de tirer un estimateur très différent du vecteur de paramètres réels doit être faible. Pour construire un tel estimateur, nous sommes obligés de faire certaines hypothèses sur la loi de probabilité que suivent les erreurs ϵ_i . Classiquement, on suppose que ce bruit suit une loi normale de moyenne nulle et de variance σ_i . De plus, les mesures sont supposées indépendantes entre elles. En supposant que les erreurs suivent ce type de loi, la vraisemblance L d'obtenir les mesures $(y_1, \dots, y_n)$ à partir d'un phénomène de paramètres réels $\boldsymbol{\theta}$ est donnée par l'équation ci-dessous :

$$L(\vec{y}|\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^n \sigma_i} \exp \left(- \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mu_i(\boldsymbol{\theta}))^2}{2\sigma_i^2} \right) \quad (4.2)$$

Il s'agit simplement du produit des vraisemblances de chacune des différentes mesures y_i prises indépendamment les unes des autres. Toutefois, cette vraisemblance n'est pas ce qui nous intéresse directement. Nous ne sommes pas dans une situation où, connaissant $\boldsymbol{\theta}$, nous chercherions à prédire les mesures $(y_1, \dots, y_n)$ que nous obtiendrions. À l'inverse, nous sommes dans la situation où, ayant obtenu les mesures $(y_1, \dots, y_n)$, nous cherchons à estimer les paramètres $\boldsymbol{\theta}$ du phénomène observé. Aussi, bien plus que $L(\vec{y}|\boldsymbol{\theta})$, c'est $L(\boldsymbol{\theta}|\vec{y})$, c'est à dire la vraisemblance du vecteur de paramètres $\boldsymbol{\theta}$ connaissant les mesures $(y_1, \dots, y_n)$, qui nous intéresse. En effet, la

connaissance de cette vraisemblance nous donnerait un estimateur simple θ : l'espérance $E(\theta|\vec{y})$. Nous noterons cet estimateur particulier θ_E .

$$\widehat{\theta}_E = E(\theta|\vec{y}) = \int \theta \cdot L(\theta|\vec{y}) d\theta \quad (4.3)$$

Cette seconde vraisemblance $L(\theta|\vec{y})$ nous est inconnue pour le moment. Toutefois, elle est reliée à la première via la formule de Bayes-Laplace, formule publiée pour la première fois à titre posthume par Thomas Bayes en 1763, puis re-découverte et approfondie par Pierre-Simon de Laplace en 1774 (LAPLACE, 1812) :

$$L(\theta|\vec{y}) = \frac{L(\vec{y}|\theta)L(\theta)}{L(\vec{y})} \quad (4.4)$$

Dans cette formule, en plus de $L(\vec{y}|\theta)$ que nous connaissons déjà, deux autres termes interviennent : la vraisemblance a priori du vecteur de paramètre $L(\theta)$ et la vraisemblance a priori d'obtenir précisément ces mesures $L(\vec{y})$. Passons rapidement sur ce deuxième terme : le vecteur des paramètres θ n'y intervenant pas, ce terme n'agit que comme simple constante de normalisation. Son calcul est donc trivial si les autres termes sont connus via l'intégrale suivante :

$$L(\vec{y}) = \int L(\vec{y}|\theta)L(\theta)d\theta \quad (4.5)$$

Le terme $L(\theta)$ quant à lui, est plus litigieux. Il représente la vraisemblance a priori du vecteur de paramètres θ . Ainsi, si nous considérons par exemple que l'état θ_1 a deux fois plus de chances de se produire que l'état θ_2 , alors nous aurons $L(\theta_1) = 2L(\theta_2)$. Naïvement, nous pourrions nous figurer qu'une position neutre et objective serait simplement de ne pas privilégier un état par rapport à un autre, et de simplement considérer que la probabilité a priori $L(\theta)$ est constante pour tout θ . Toutefois, cela serait une erreur épistémologique, car le choix de l'espace des paramètres dans lequel évolue θ dissimule déjà un choix caché de vraisemblance $L(\theta)$.

Explicitons ce point par un exemple. Prenons un phénomène caractérisé par un seul paramètre V , sa vitesse. Nous pouvons également choisir de caractériser ce système non pas par sa vitesse, mais par son énergie cinétique massique $E = \frac{1}{2}V^2$. Ces deux paramètres, V et E , permettent tout les deux de caractériser le système, et nous pouvons passer de l'un à l'autre de manière univoque. Nous pouvons considérer que la vraisemblance de la vitesse est uniforme sur un intervalle $[V_{min} : V_{max}]$. $L(V)$ est alors une constante, il n'y a pas plus de chances de tirer une vitesse V_1 qu'une vitesse V_2 .

Tout change si nous nous plaçons du point de vue de l'énergie. Comme l'énergie et la vitesse ne sont que deux manières distinctes de décrire le même phénomène, si nous avons une certaine probabilité P de tirer une vitesse comprise entre V_1 et V_2 , alors, nous aurons la même probabilité P de tirer une énergie comprise entre $E(V_1)$ et $E(V_2)$. Par conséquent, la vraisemblance de l'énergie n'est pas uniforme : $L(E) \propto E^{-\frac{1}{2}}$. Autrement dit, en considérant que la vraisemblance des vitesses est uniforme, nous avons privilégié les états de faible énergie, qui ont plus de chance d'advenir que les états de haute énergie. A l'inverse, si nous considérons que la vraisemblance de l'énergie est uniforme, alors pour la vitesse nous avons $L(V) \propto V$. Nous privilégions ici les états de vitesse élevée.

De manière générale, pour tout changement d'un système de paramètres θ vers un système de paramètres ϕ , on a, en notant $|J(\phi)|$ le déterminant de la jacobienne

de changement de paramètres :

$$L(\phi) = \frac{L(\theta)}{|J(\phi)|} \quad J_{ij}(\phi) = \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta_j} \quad (4.6)$$

Ainsi, le fait de choisir un espace de paramètres plutôt qu'un autre revient à choisir une certaine vraisemblance a priori $L(\theta)$ plutôt qu'une autre. Il s'agit en réalité du même choix, qui peut revêtir deux formes différentes. Ces deux formes, bien que d'apparences distinctes, sont les deux faces d'une même pièce. Leur différence réside dans le fait que, dans sa première forme, la forme du choix d'un espace de paramètres, l'impact du choix sur la vraisemblance $L(\theta|\vec{y})$ est dissimulé. A l'inverse, dans sa deuxième forme, la forme d'un choix de vraisemblance $L(\theta)$, l'impact de ce choix sur la vraisemblance $L(\theta|\vec{y})$ est explicite. Ainsi, si après avoir présenté un modèle et ses paramètres θ , nous nous entourons de l'habit de l'objectivité et de la neutralité en arguant que $L(\theta)$ est constant, et donc que $L(\theta|\vec{y}) \propto L(\vec{y}|\theta)$, alors nous tromperions les autres et nous-mêmes car nous n'observerions notre choix que sous sa première forme, oubliant la deuxième.

Un autre élément vient renforcer cette illusion : il s'agit du fait que, traditionnellement, ce n'est pas l'espérance $\widehat{\theta}_E$, présentée à l'équation 4.3, qui est utilisée comme estimateur. À la place, on utilise le plus souvent la maximisation de la vraisemblance de $\vec{y}$. Il s'agit du célèbre estimateur des moindres carrés, appelé aussi estimateur du χ^2 , que nous noterons $\widehat{\theta}_{\chi^2}$. Cet estimateur fut développé indépendamment par Adrien-Marie Legendre (LEGENDRE, 1805) et par Carl Friedrich Gauss (GAUSS, 1809). Il servit notamment à déterminer l'orbite de la planète naine Cérès découverte en 1801.

$$L(\vec{y}|\widehat{\theta}_{\chi^2}) = \max(L(\vec{y}|\theta)) \quad (4.7)$$

Maximiser cette vraisemblance est équivalent à minimiser la somme des carrés des résidus S (d'où l'appellation "moindres carrés") :

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mu_i(\theta))^2}{\sigma_i^2} \quad S(\widehat{\theta}_{\chi^2}) = \min(S(\theta)) \quad (4.8)$$

Dans le cas général, cet estimateur n'est pas obligatoirement l'estimateur optimal. En particulier, cet estimateur n'est pas forcément égal à l'espérance $\widehat{\theta}_E$. Par contre, cet estimateur dispose d'une propriété remarquable : il est indépendant du système de paramètres choisi. En effet, cet estimateur désigne l'état minimisant la somme des carrés des résidus. Que l'on exprime cet état dans le système de paramètres θ ou ϕ , cela importe peu. Ainsi, si nous reprenons notre exemple du phénomène caractérisé soit par sa vitesse, soit par son énergie, nous avons $\widehat{E}_{\chi^2} = \frac{1}{2} (\widehat{V}_{\chi^2})^2$.

De manière générale, pour tout couple de systèmes de paramètres θ et ϕ , les estimateurs des moindres carrés respectent la propriété suivante :

$$\widehat{\phi}_{\chi^2} = \phi(\widehat{\theta}_{\chi^2}) \quad (4.9)$$

Ainsi, lorsque l'on utilise l'estimateur des moindres carrés $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ au lieu de l'estimateur des l'espérance $\widehat{\theta}_E$, nous cachons encore un peu plus le problème du choix de l'espace des paramètres, puisque nous le cachons derrière un estimateur indépendant du système de paramètres. Malheureusement, dans le cas général, cet estimateur des moindres carrés n'est pas obligatoirement optimal, et il peut être biaisé. Pire, cet estimateur pourra être biaisé dans un certain système de paramètres θ , tout en ne l'étant

pas dans un autre système de paramètres ϕ , comme nous le verrons plus loin.

Cas particuliers dans lesquels l'estimateur des moindres carrés est optimal

À ce stade, nous pourrions désespérer de trouver un estimateur $\widehat{\theta}$ non biaisé. En effet, comment obtenir un tel estimateur si nous nous voyons dans l'obligation soit d'effectuer un choix a priori (via la vraisemblance $L(\theta)$ ou de manière détournée et cachée via le choix de l'espace des paramètres lui-même), soit d'utiliser un estimateur indépendant de tels choix mais non optimal ? Cela est impossible dans le cas général. Toutefois, il existe des cas particuliers pour lesquels l'estimateur des moindres carrés est non biaisé. Cela se produit lorsque le modèle est linéaire, c'est-à-dire lorsque les prévisions $\mu_i(\theta)$ s'expriment comme une combinaison affine des k paramètres :

$$\mu_i = C_i + \sum_{j=1}^k A_{ij} \theta_j \quad (4.10)$$

Dans ce cas, le théorème de Gauss-Markov nous indique que l'estimateur des moindres carrés est le meilleur estimateur linéaire non biaisé (AITKEN, 1935) : $E(\widehat{\theta}_{\chi^2}) = \theta_{\text{reel}}$. De plus, la somme des carrés des résidus $S(\theta)$ peut être explicitée par l'équation suivante :

$$S(\theta) = S(\widehat{\theta}_{\chi^2}) + \frac{1}{2}(\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2})^T \mathbf{H}(\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2})(\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2}) \quad (4.11)$$

où $\mathbf{H}$ est la matrice hessienne de $S(\widehat{\theta}_{\chi^2})$. De cette formule découle un résultat remarquable : à condition de choisir $L(\theta)$ uniforme, on trouve que $\widehat{\theta}_E = \widehat{\theta}_{\chi^2}$. Cela découle directement du fait que $S(\theta + \widehat{\theta}_{\chi^2})$ est paire et du fait que $L(\vec{y}|\theta) \propto \exp\left(\frac{S(\theta)}{2}\right)$. Ainsi, la vraisemblance $L(\theta + \widehat{\theta}_{\chi^2}|\vec{y})$ est elle-même paire lorsque $L(\theta)$ est uniforme. On a donc $E_{\theta}(L(\theta + \widehat{\theta}_{\chi^2}|\vec{y})) = 0$, et donc finalement $\widehat{\theta}_E = E_{\theta}(L(\theta|\vec{y})) = \widehat{\theta}_{\chi^2}$, ce que nous voulions démontrer.

Corollairement, $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ étant le meilleur estimateur, $L(\theta)$ uniforme devient le meilleur choix objectif afin que $\widehat{\theta}_E = \widehat{\theta}_{\chi^2}$. On pourrait bien sûr faire remarquer que, pour obtenir l'équivalence entre ces deux estimateurs, nous avons juste besoin que la vraisemblance $L(\theta + \widehat{\theta}_{\chi^2})$ soit paire, ce qui est une condition moins forte que $L(\theta)$ uniforme. Toutefois, la vraisemblance $L(\theta)$ étant une vraisemblance a priori, c'est-à-dire sans la connaissance des estimateurs, le choix a priori de $L(\theta)$ uniforme est le seul permettant la parité de $L(\theta + \widehat{\theta}_{\chi^2})$ quelle que soit la valeur obtenue pour l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$. Ce choix est donc le choix a priori le plus raisonnable.

Nous pouvons remarquer qu'il existe des systèmes de paramètres équivalents entre eux, c'est-à-dire que passer de l'un à l'autre ne change pas la loi de probabilité à un facteur de normalisation près : $L(\phi) \propto L(\theta)$. Cela se produit dans les cas où la jacobienne $J(\phi)$ est constante, c'est-à-dire lorsque les paramètres ϕ sont obtenus via une combinaison linéaire des paramètres θ . Dans ce cas particulier, passer d'un système de paramètres à un autre ne change en rien le comportement de la vraisemblance : $L(\theta|\vec{y}) \propto L(\phi|\vec{y})$. Ainsi, l'estimateur espérance $\widehat{\theta}_E$ obtient, dans ce cas particuliers, la même propriété d'indépendance au système de paramètres vue à l'équation 4.9 pour l'estimateur des moindres carrés : $\widehat{\phi}_E = \phi(\widehat{\theta}_E)$.

On peut par ailleurs remarquer que tous les systèmes de paramètres tels que le modèle est linéaire sont équivalents entre eux. En effet, la jacobienne de passage

entre deux tels systèmes est toujours constante. Autrement dit, si deux systèmes de paramètres θ et ϕ sont tous les deux des systèmes de paramètres de modèles linéaires, alors les paramètres ϕ peuvent être exprimés comme une combinaison linéaire des paramètres θ . Ainsi, choisir $L(\phi)$ uniforme est équivalent à choisir $L(\theta)$ uniforme, et on obtient alors les égalités suivantes :

$$\widehat{\phi}_E = \widehat{\phi}_{\chi^2} = \phi(\widehat{\theta}_E) = \phi(\widehat{\theta}_{\chi^2}) \quad (4.12)$$

Nous venons donc de trouver un estimateur non biaisé, au moins dans les cas où les prédictions dépendent linéairement des paramètres que nous cherchons à estimer. Nous pouvons donc poser la méthodologie suivante : pour tout phénomène observé, s'il existe un système de paramètres θ tel que les prédictions sont fonction linéaire de ces paramètres, alors choisir ce système de paramètres associé à une vraisemblance $L(\theta)$ uniforme est le choix permettant d'obtenir le meilleur estimateur linéaire non biaisé. Cette estimateur s'obtient alors soit par calcul de l'espérance $\widehat{\theta}_E$, soit par minimisation des moindres carrés $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ (ces deux estimateurs étant identiques dans ce cas). Nous appellerons désormais ces systèmes de paramètres les systèmes de paramètres optimaux.

Reprenons notre exemple du phénomène caractérisé par sa vitesse ou son énergie. Si nous mesurons la distance D parcourue par l'objet durant une seconde, alors nos prévisions prennent la forme $D = V = \sqrt{2E}$. Ici les prédictions dépendent linéairement de la vitesse, le système de paramètre V sera donc à privilégier, assorti d'une vraisemblance $L(V)$ uniforme. Pour le système de paramètre E , cela revient à choisir $L(E) \propto E^{-\frac{1}{2}}$, comme nous l'avons vu précédemment. Changeons de mesure. Si désormais nous mesurons la hauteur maximale atteinte pour l'objet de vitesse V lancé verticalement dans un champ de gravité, alors les prévisions deviennent $h = \frac{V^2}{2g} = \frac{E}{g}$. Dans ce cas le meilleur choix sera celui du système de paramètre E avec $L(E)$ uniforme, ce qui revient à $L(V) \propto V$ dans le système de paramètre V .

Par cet exemple, nous mettons en lumière un fait intéressant : pour un même phénomène observé, un système de paramètres θ pourra être optimal dans certains cas, tout en ne l'étant pas dans d'autres. Cela dépend de la nature des mesures, c'est-à-dire du protocole expérimental. *"Un résultat n'est rien sans son devenir"* HEGEL, 1807.

Cas particuliers dans lesquels l'estimateur des moindres carrés est quasiment optimal

Dans la section précédente, nous avons vu que l'estimateur des moindres carrés est le meilleur estimateur linéaire non biaisé dans le cas où le modèle est linéaire, c'est-à-dire lorsque les prévisions μ_i peuvent s'écrire comme une combinaison linéaire des paramètres θ , comme présenté dans l'équation 4.10. Malheureusement, il n'est pas toujours possible de trouver un tel système de paramètres. Malgré tout, il reste possible de s'en rapprocher par linéarisation des modèles. Un modèle est linéarisable dans un voisinage autour de θ_0 si les prévisions μ_i peuvent être écrites comme un développement linéaire :

$$\mu_i(\theta_0 + d\theta) \simeq \mu_i(\theta_0) + \sum_{j=1}^k A_{ij} d\theta_j \quad (4.13)$$

Un modèle linéarisable sur un voisinage sera, bien évidemment, moins optimal qu'un modèle réellement linéaire. Mais, faute de mieux, il peut nous permettre de trouver

des estimateurs qui, certes, ne seront pas optimaux, mais s'en rapprocheront.

Étudions ce type de modèle : soit un jeu de mesures $\vec{y} = (y_1, \dots, y_n)$ d'un phénomène caractérisé via le système de paramètres θ . Soit $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ l'estimateur des moindres carrés. Supposons à présent qu'il existe un voisinage $\mathcal{V}$ de $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ tel que :

$$\int_{\mathcal{V}} L(\vec{y}|\theta) d\theta \simeq \int L(\vec{y}|\theta) d\theta \quad (4.14)$$

Autrement dit la vraisemblance $L(\vec{y}|\theta)$ est quasiment nulle à l'extérieur de ce voisinage. Si, par ailleurs, ce voisinage est suffisamment petit pour que les prévisions μ_i puissent être correctement approximées par linéarisation sur tout le voisinage $\mathcal{V}$, alors nous aurons :

$$\mu_i(\theta|\theta \in \mathcal{V}) \simeq \mu_i(\widehat{\theta}_{\chi^2}) + \sum_{j=1}^k A_{ij}(\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2}) \quad (4.15)$$

$$S(\theta|\theta \in \mathcal{V}) \simeq S(\widehat{\theta}_{\chi^2}) + \frac{1}{2}(\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2})^T \mathbf{H}(\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2}) \quad (4.16)$$

On se retrouve dans une situation similaire à celle décrite dans la section 4.1.2. Ainsi, même si l'estimateur des moindres carrés n'est pas strictement optimal et non biaisé, il le sera quasiment si les approximations décrites ci-dessus sont bien respectées. c'est-à-dire s'il existe un voisinage $\mathcal{V}$ de $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ tel que, premièrement, l'intégrale de la vraisemblance de $\vec{y}$ sur ce voisinage soit quasiment égale à l'intégrale de cette vraisemblance sur tout l'espace des paramètres; et que, deuxièmement, le modèle soit linéarisable sur ce voisinage. Si un tel voisinage existe, on dira alors que l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ est quasiment optimal. De plus, en choisissant une vraisemblance $L(\theta)$ uniforme sur le voisinage $\mathcal{V}$, nous aurons $\widehat{\theta}_E \simeq \widehat{\theta}_{\chi^2}$. On dira donc du système de paramètres θ associé à une vraisemblance $L(\theta)$ uniforme qu'il est quasiment optimal. Nous faisons remarquer ici qu'un système de paramètres θ pourra être considéré comme quasiment optimal dans certains cas, mais pas dans d'autres. Ainsi, si on effectue les mêmes mesures sur le même phénomène avec, d'un côté, un instrument très performant et de l'autre un instrument peu précis, un espace de paramètres particulier pourra être quasiment optimal pour les mesures prises par le premier instrument, mais pas pour celles du second.

De manière analogue, nous pouvons définir la notion de systèmes de paramètres θ et ϕ quasiment équivalents lorsque la jacobienne de passage de l'un vers l'autre est quasiment constante sur le voisinage $\mathcal{V}$. Ainsi nous aurons $L(\theta) \simeq L(\phi)$ sur ce voisinage. Si la notion d'espaces de paramètres équivalents est indépendante du phénomène observé ou du protocole expérimental, puisque cette notion ne fait intervenir que la jacobienne de passage d'un système vers l'autre, ce n'est pas le cas pour la notion de quasi-équivalence. En effet celle-ci fait en plus intervenir le voisinage $\mathcal{V}$. Ainsi, de la même manière que les notions d'espace de paramètre optimal ou quasiment optimal, les notions d'espaces de paramètres quasiment équivalents dépendent du phénomène observé ainsi que du protocole expérimental. Deux espaces de paramètres pourront être quasiment équivalents selon certaines circonstances, mais pas dans d'autres. Nous verrons un exemple de cela plus loin.

De ce qui précède nous déduisons les propriétés suivantes :

1) Tout système de paramètres équivalent à un système de paramètres optimal est un système de paramètre optimal.

- 2) Tout système de paramètres quasiment équivalent à un système de paramètres optimal est un système de paramètres quasiment optimal.
- 3) Tout système de paramètres équivalent à un système de paramètres quasiment optimal est un système de paramètres quasiment optimal.
- 4) Tout système de paramètres quasiment équivalent à un système de paramètres quasiment optimal est un système de paramètres quasiment optimal ou optimal.
- 5) Tout système de paramètres ni équivalent ni quasiment équivalent à un système optimal ou quasiment optimal ne sera ni optimal ni quasiment optimal.



Reprenons notre exemple concernant la vitesse et l'énergie cinétique. Nous avons vu que si nous mesurons la distance parcourue par l'objet pendant un certain laps de temps, alors la vitesse est un paramètre optimal, contrairement à l'énergie cinétique. Néanmoins, si les incertitudes sont suffisamment faibles pour qu'il existe un voisinage $\mathcal{V}$ de $\widehat{V}_{\chi^2}$ tel que l'intégrale de la vraisemblance des mesures $\overline{y}$ sur ce voisinage soit presque égale à l'intégrale de cette vraisemblance sur tout l'espace des vitesses, et que, sur ce même voisinage, $E(V) \simeq \frac{1}{2}\widehat{V}_{\chi^2}^2 + \widehat{V}_{\chi^2}(V - \widehat{V}_{\chi^2})$, alors l'énergie est un paramètre quasiment équivalent à la vitesse. En conséquence, l'énergie est un paramètre quasiment optimal. Ainsi, il sera possible d'utiliser l'énergie plutôt que la vitesse tant que ces conditions seront remplies. Par contre, dès que les incertitudes augmentent, l'estimateur $\widehat{E}_{\chi^2}$ devient de plus en plus biaisé, et il faudra alors privilégier l'estimateur $\widehat{V}_{\chi^2}$.

Prenons un autre exemple, celui d'un astéroïde en orbite autour du Soleil. Nous nous concentrerons, pour cet exemple, uniquement sur deux paramètres de l'orbite : son excentricité e et sa distance au périastre p . Nous pourrions également choisir un autre espace de paramètres en remplaçant la distance au périastre par le demi-grand axe a . En effet on a $a = \frac{p}{1-e}$. Si les incertitudes sont suffisamment faibles, alors le système de paramètres (a, e) pourra être quasiment équivalent au système (p, e) . Mais si, tout en conservant les mêmes incertitudes, l'excentricité se rapproche de 1, alors on perdra cette propriété de quasi-équivalence. Ainsi, si le système de paramètres (p, e) est toujours quasiment optimal, le système de paramètres (a, e) ne le sera que dans les cas où $\sigma_e \ll (1 - e)$. Cet exemple se retrouve concrètement dans l'étude des météores, les météoroïdes croisant la Terre à très grande vitesse ayant fréquemment une excentricité proche de 1.

4.1.3 Cas de mesures inter-dépendantes par groupe

Pour le moment, nous n'avons étudié que le cas où les différentes mesures $(y_1, \dots, y_n)$ sont indépendantes entre elles. Nous allons à présent étudier le cas où il existe une certaine dépendance au sein de groupes de mesures. Concrètement, ce type de situation arrive lorsqu'un phénomène est mesuré par différents instruments. Chaque instrument possède ses propres défauts de calibration, car ces calibrations ne peuvent pas être absolument parfaites. Ces défauts entraînent de nouvelles erreurs de mesures. Ces erreurs supplémentaires seront inter-dépendantes au sein d'un groupe, car elles dépendront des mêmes défauts liés à ce groupe. C'est une situation typique dans le cadre de l'observation des météores, où un météore est observé par plusieurs caméras, chacune prenant plusieurs images. Nous noterons désormais les mesures y_{ij} , le premier indice indiquant le groupe, et le second l'index de la mesure au sein de son groupe. Ainsi, la mesure y_{23} a une relation de dépendance avec les autres mesures y_{2j} , mais est indépendante des mesures y_{ij} pour i différent de 2.

Dans ce cas de figure, les mesures y_{ij} suivent désormais la loi suivante :

$$y_{ij} = \mu_{ij}(\boldsymbol{\theta}) + s_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (4.17)$$

où les ϵ_{ij} sont des erreurs aléatoires indépendantes entre elles, tandis que les s_{ij} correspondent à l'erreur due aux imperfections des instruments et de calibration. Si nous reproduisons la mesure avec exactement les mêmes conditions, le terme ϵ_{ij} aura changé, mais pas le terme s_{ij} qui lui est lié à ces conditions particulières. On parle d'erreur aléatoire et d'erreur systématique. Attention toutefois, il ne faut pas croire que, pour un instrument donné, les termes s_{ij} sont forcément égaux entre eux. Les caméras all-sky utilisées pour l'observation des météores en sont un exemple : une imprécision dans le modèle de distorsion de l'image entraînera une erreur différente selon l'endroit de l'image concerné. Par contre, ces erreurs sont reliées entre elles, car elles découlent de la différence entre le modèle de distorsion et la distorsion réelle : elles sont interdépendantes. Pour les caméras all-sky, l'erreur systématique n'est pas une unique valeur d'erreur qui serait valable en tout point de l'image, mais une fonction qui, à chaque point de l'image, relie la différence entre le modèle de distorsion et la distorsion réelle.



L'erreur systématique reste, au même titre que l'erreur aléatoire, une variable aléatoire. Les termes s_{ij} étant inconnus (sinon nous n'aurions qu'à la compenser), ils suivent une certaine loi de probabilité. Cependant, au lieu d'être tirés aléatoirement à chaque nouvelle mesure, à la manière des ϵ_{ij} , ils sont tirés une unique fois par groupe de mesures inter-dépendantes. La différence fondamentale entre erreur aléatoire et erreur systématique n'est pas que l'une serait issue d'un tirage aléatoire et pas l'autre, mais bien la vitesse de renouvellement de ce tirage. L'erreur aléatoire est entièrement "consommée" à chaque mesure individuelle. Elle est donc "renouvelée", tirée à nouveau, à chaque nouvelle mesure. A l'inverse, l'erreur systématique reste la même sur un nombre important de mesures, qui constituent un groupe. Elle n'est "renouvelée" que lorsqu'on change de groupe (c'est-à-dire, en général, lorsqu'on change d'instrument, qu'on re-calibre un instrument, ou qu'un temps long s'écoule entre deux séries de mesures).

Par exemple, pour les caméras all-sky utilisées par *FRIPON*, ce qui est tiré, c'est la fonction qui à chaque point de l'image associe la différence entre le modèle de distorsion et la distorsion réelle. C'est cette fonction qui est la variable aléatoire. On considère que les caméras évoluent au cours du temps (dilatation ou contraction des pièces métalliques, par exemple), mais que cette évolution est lente devant la durée d'un météore (au plus quelques secondes), alors, pour un météore particulier, l'erreur systématique d'une caméra n'est pas renouvelée durant la durée de vie du météore. La différence entre le modèle de distorsion et la distorsion réelle est tirée une seule fois par caméra durant l'observation d'un météore, et les mesures provenant d'une même caméra forment une groupe de mesures inter-dépendantes.

Ainsi, à chaque groupe de mesures on peut associer une fonction de vraisemblance de l'erreur systématique $L(\vec{s}_i)$ caractérisant la probabilité d'avoir tiré le vecteur d'erreurs $\vec{s}_i$ pour ce groupe. On obtient alors une nouvelle vraisemblance $L(\vec{y}_i|\boldsymbol{\theta})$ d'obtenir le vecteur de mesure $\vec{y}_i$ sur le groupe i :

$$L(\vec{y}_i|\boldsymbol{\theta}) = \int \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \prod_{j=1}^{n_i} \sigma_{ij}} \exp \left(- \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(y_{ij} - s_{ij} - \mu_{ij}(\boldsymbol{\theta}))^2}{2\sigma_{ij}^2} \right) L(\vec{s}_i) \cdot d\vec{s}_i \quad (4.18)$$

Les groupes de mesures étant, quant à eux, toujours considérés comme indépendants entre eux, la vraisemblance de l'ensemble des mesures est donnée par le produit des vraisemblances de chaque groupe pris individuellement :

$$L(\vec{y}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_i L(\vec{y}_i|\boldsymbol{\theta}) \quad (4.19)$$

Pour exprimer cette nouvelle vraisemblance, on doit faire des hypothèses sur la vraisemblance $L(\vec{s}_i)$, de la même manière que nous avons dû faire des hypothèses sur le bruit aléatoire ϵ_{ij} dans les sections précédentes. Premièrement, nous supposons que l'espérance $E(\vec{s}_i) = 0$, c'est-à-dire que, au moment de la calibration, il n'est pas possible de savoir si l'erreur systématique sera dans un sens plutôt qu'un autre. Une autre manière de voir la chose est de dire que l'on suppose que l'estimation de la calibration de l'instrument est elle-même non biaisée. Deuxièmement, on suppose que le vecteur $\vec{s}_i$ suit lui aussi une loi normale. c'est-à-dire que $L(\vec{s}_i)$ prend la forme :

$$L(\vec{s}_i) \propto \exp\left(-\frac{\|\vec{s}_i\|^2}{2\sigma_{\vec{s}_i}^2}\right) \quad (4.20)$$

De plus, nous voulons que le fait de dédoubler les mesures ne change pas la vraisemblance de $\vec{s}_i$. Si, par exemple, nous répétons trois fois la même mesure dans les mêmes conditions, nous obtiendrons alors par trois fois la même erreur systématique. Nous voulons donc que la vraisemblance d'obtenir trois fois de suite la même erreur systématique soit égale à celle d'obtenir cette erreur systématique sur une seule mesure. Pour obtenir cette propriété, il faut que l'écart type $\sigma_{\vec{s}_i}$ prenne la forme :

$$\sigma_{\vec{s}_i}^2 = n_i s_i^2 \quad (4.21)$$

avec n_i le nombre de mesures prises par l'instrument i et s_i l'amplitude caractéristique de l'erreur systématique attendue sur cet ensemble de mesures.

Avec ces hypothèses, l'équation 4.18 se résout comme suit :

$$L(\vec{y}|\boldsymbol{\theta}) \propto \exp\left(-\sum_{i,j} \frac{(y_{ij} - \mu_{ij}(\boldsymbol{\theta}))^2}{2(\sigma_{ij}^2 + n_i s_i^2)}\right) \quad (4.22)$$

Nous pouvons remarquer que cette nouvelle vraisemblance a la même forme que la vraisemblance 4.2 que nous avons utilisée dans les sections précédentes, à ceci près que l'écart type σ_i devient ici $\sqrt{\sigma_{ij}^2 + n_i s_i^2}$. Ainsi, les notions vues dans les sections précédentes, notamment celles des systèmes de paramètres optimaux et quasiment optimaux restent valables. La maximisation de cette vraisemblance nous fournit donc (dans le cadre d'un système de paramètres optimaux ou quasiment optimaux) un estimateur non biaisé même dans le cas où des groupes de mesures subissent des erreurs systématiques. Dans le cadre de l'observation des météores, cela nous permet de combiner des images prises par des caméras différentes, certaines de bonne qualité, et d'autres moins, et d'en obtenir une estimation non biaisée de la trajectoire de l'aérolithe.

4.2 Incertitudes sur cet estimateur

4.2.1 Construction de la matrice de covariance et des intervalles de confiance

Nous nous plaçons dans la situation décrite dans les sections précédentes, c'est-à-dire celle d'un phénomène décrit par un système de paramètres θ qui est au moins quasiment optimal, et dont les erreurs (aléatoires comme systématiques) sont tirées selon des lois de probabilité normales. La vraisemblance $L(\theta|\vec{y})$ suit alors une loi de la forme :

$$L(\theta|\vec{y}) \propto L(\vec{y}|\theta) \propto \exp\left(-\sum_i \frac{(y_i - \mu_i(\theta))^2}{2\omega_i^2}\right) \quad (4.23)$$

Pour le moment, la nature des termes ω_i^2 nous importe peu. Autrement dit, nous ne nous préoccupons pas pour le moment de différencier le cas de mesures indépendantes (voir la section 4.1.2) du cas de mesures dépendantes par groupe (voir la section 4.1.3). Seule nous importe la forme de la vraisemblance décrite par l'équation 4.23 ci-dessus. La somme des résidus prend ici la forme :

$$S(\theta) = \sum_i \frac{(y_i - \mu_i(\theta))^2}{\omega_i^2} \quad (4.24)$$

Comme nous nous plaçons dans le cas optimal ou quasiment optimal, cette somme est approximable par l'équation 4.11, au moins dans un voisinage de l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ de taille supposée suffisante. La vraisemblance peut donc finalement s'écrire :

$$L(\theta|\vec{y}) \propto \exp\left(-\frac{\frac{1}{2}(\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2})^T \mathbf{H}(\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2})}{2}\right) \quad (4.25)$$

Matrice de covariance

Dans le cadre de ces hypothèses, l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ suit une loi normale dont la matrice de covariance, que nous notons $\mathbf{V}_{\widehat{\theta}_{\chi^2}}$, est directement reliée au hessien $\mathbf{H}$ de $S(\widehat{\theta}_{\chi^2})$:

$$\mathbf{V}_{\widehat{\theta}_{\chi^2}} = 2\mathbf{H}^{-1} \quad (4.26)$$

Dans la pratique, cette matrice hessienne ne sera pas toujours facilement exprimable. Il est par contre toujours possible de connaître la matrice de covariance en calculant numériquement l'intégrale suivante :

$$V_{kl} = \frac{\int (\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2})_k \cdot (\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2})_l \cdot \exp\left(\frac{S(\theta)}{2}\right) d\theta}{\int \exp\left(\frac{S(\theta)}{2}\right) d\theta} \quad (4.27)$$

Intervalles de confiance

Il nous est également possible de construire les intervalles de confiance. Un intervalle I de confiance γ est défini comme une portion de l'espace des paramètres telle que l'intégrale de la vraisemblance $L(\theta|\vec{y})$ sur cet intervalle soit égale à γ , et telle que la vraisemblance le long de la frontière de cet intervalle soit constante. Or, les surfaces d'iso-vraisemblance sont également les surfaces le long desquelles la somme $S(\theta)$ est

constante, c'est-à-dire :

$$\frac{1}{2}(\boldsymbol{\theta} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2})^T \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta} - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}) = \mathcal{K} \quad (4.28)$$

avec $\mathcal{K}$ une constante positive. Cette équation est celle d'une ellipse en dimension deux, d'un ellipsoïde en dimension trois, d'un hyper-ellipsoïde en dimension quatre, et caetera. Aussi nous parlerons parfois "d'ellipse de confiance". Les intervalles de confiance forment donc des ellipsoïdes centrés sur $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}$. La vraisemblance $L(\boldsymbol{\theta}|\vec{y})$ suivant une loi normale, la probabilité que la solution réelle se trouve dans cet ellipsoïde suit la loi du χ^2 à m degrés de liberté, m étant le nombre de paramètres du modèle. On peut trouver $\mathcal{K}_\gamma$ la constante décrivant l'ellipsoïde de confiance γ en inversant la fonction de répartition de la loi du χ^2 :

$$\mathcal{K}_\gamma = F_{\chi^2}^{-1}(\gamma) \quad \text{avec} \quad F_{\chi^2}(u) = \frac{1}{2\Gamma(\frac{m}{2})} \int_0^u e^{-\frac{t}{2}} \left(\frac{t}{2}\right)^{\frac{m}{2}-1} dt \quad (4.29)$$

Il est à noter que, si dans le cadre de nos hypothèses les intervalles de confiance forment des ellipsoïdes, ce n'est pas toujours le cas. Par contraposée, si un intervalle de confiance ne forme pas un ellipsoïde, cela signifie que ces hypothèses sont fausses. Cela pourra être le signe, par exemple, que le système de paramètres choisi ne peut pas être considéré comme quasiment optimal.

4.2.2 Études du lien entre variance de l'estimateur et protocole expérimental

La variance de l'estimateur $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}$ est reliée à la matrice hessienne de la somme des résidus. Dans le cas linéaire, ce hessien se résout facilement :

$$H_{kl} = \sum_{i=1}^n 2 \frac{A_{ik} A_{il}}{\omega_i^2} \quad (4.30)$$

où les termes A_{ik} et A_{il} sont les termes servant à décrire le modèle linéaire, déjà vu à l'équation 4.10. On remarque au passage que le hessien est une matrice symétrique.

Pour plus de simplicité, on suppose que la matrice hessienne est diagonale, c'est-à-dire que les axes principaux des ellipsoïdes de confiance sont alignés avec les axes canoniques de l'espace des paramètres. Cela s'obtient facilement par un changement de variables, toute matrice symétrique étant diagonalisable par une matrice orthogonale d'après le théorème spectral en dimension finie (WEIERSTRASS, 1858).

Comme, par ailleurs, la variance de l'estimateur $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}$ est égale au double de l'inverse de ce hessien, comme montré à l'équation 4.26, la matrice de covariance $\mathbf{V}$ est elle-même une matrice diagonale dont les termes diagonaux V_k sont les variances des paramètres :

$$V_k = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{A_{ik}^2}{\omega_i^2}} \quad (4.31)$$

On en déduit plusieurs propriétés. Premièrement, ajouter de nouvelles mesures ne peut que diminuer la variance. En particulier, dans le cas où les poids ω_i sont indépendants du nombre de mesures, c'est-à-dire le cas où les mesures sont indépendantes les unes des autres, alors la variance de l'estimateur $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}$ diminue comme l'inverse du nombre de mesures. Il est donc virtuellement possible de faire tendre la variance vers zéro en augmentant le nombre de mesures.

Dans le cas où les mesures sont inter-dépendantes par groupe, par contre, les poids ω_{ij} ne sont plus indépendants du nombre de mesures, mais augmentent avec lui. En

particulier, en faisant tendre le nombre de mesures de tous les groupes vers l'infini, on obtient :

$$\lim_{n_i \rightarrow \infty} V_k = \lim_{n_i \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^{n_{\text{groupes}}} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{A_{ijk}^2}{n_i s_i^2 + \sigma_{ij}^2} \right)^{-1} = \left(\sum_{i=1}^{n_{\text{groupes}}} \frac{E_j(A_{ijk}^2)}{s_i^2} \right)^{-1} \quad (4.32)$$

où les termes A_{ijk} sont les termes de l'application linéaire reliant les paramètres aux mesures y_{ij} , i indexant le groupe et j indexant la mesure individuelle. En augmentant le nombre de mesures prises dans chaque groupe, on affine, potentiellement jusqu'à la perfection, la connaissance des vecteurs $\vec{\mu}_i(\theta_{reel}) + \vec{s}_i$. La connaissance de l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ n'est alors plus limitée que par l'erreur systématique. Il s'opère alors un saut d'échelle. Tout se passe comme si ces vecteurs $\vec{\mu}_i(\theta_{reel}) + \vec{s}_i$ étaient nos nouvelles mesures. À cette échelle, le terme $\vec{s}_i$ n'est plus un vecteur d'erreurs systématiques, mais une erreur aléatoire. Tout se passe comme si chaque groupe de mesures était devenu une unique mesure individuelle et indépendante des autres, une "mesure-groupe". Pour continuer à augmenter la connaissance de l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$, il ne sert plus à rien d'augmenter le nombre de mesures au sein des différents groupes. Il faut augmenter le nombre de groupes lui-même, ou plutôt, le nombre de "mesures-groupe". La variance diminue alors comme l'inverse du nombre de groupes.

Pour les observations de météores, cela revient à ne plus considérer chaque image comme une mesure, mais à la place l'ensemble des images prises par la même caméra, c'est-à-dire la vidéo. Chaque caméra produit sa mesure-vidéo qui est indépendante des autres vidéos provenant des autres caméras. C'est l'avantage que nous avons avec le réseau *FRIPON* qui est très dense en nombre de caméras. Un météore peut être vu par plus de 20 caméras et donc produire 20 mesures vidéo du même météore.

4.2.3 Vérification a posteriori de la cohérence de la solution

Dans les sections précédentes, nous avons construit un estimateur non biaisé, et calculé sa variance. Toutefois, cela s'est fait au prix d'un certain nombre d'hypothèses. Si ces hypothèses se révèlent finalement être fausses, alors les résultats obtenus seront eux-mêmes faussés. Par conséquent, il nous faut des critères qui permettent, a posteriori, de vérifier la véracité des hypothèses faites a priori. Cette section présente une liste non-exhaustive de critères qu'il peut être intéressant de vérifier.

Premièrement, dans le cas où un système de paramètres optimal n'est pas trouvable, nous voudrions vérifier que le système des paramètres θ que nous avons choisi d'utiliser est bel et bien un système de paramètres quasiment optimal. Pour cela, une bonne manière de procéder est de vérifier le comportement de la somme des résidus au voisinage de l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$. Nous avons vu à l'équation 4.29 comment trouver la constante $\mathcal{K}_\gamma$ permettant, dans le cas où les erreurs sont normales et le modèle linéaire (c'est-à-dire dans le cas d'un système de paramètres optimal), de trouver les ellipses de confiance γ . Si nous sommes effectivement dans un cas quasiment optimal, alors nous aurons :

$$\int_{S(\theta) < S(\widehat{\theta}_{\chi^2}) + \mathcal{K}_\gamma} \exp\left(\frac{S(\theta)}{2}\right) d\theta \simeq \gamma \int \exp\left(\frac{S(\theta)}{2}\right) d\theta \quad (4.33)$$

Cela revient à vérifier que l'intervalle de confiance décrit par la constante $\mathcal{K}_\gamma$ est effectivement un intervalle de confiance γ .

Une autre vérification, plus visuelle celle-ci, consiste à vérifier que les surfaces d'iso-vraisemblance forment bel et bien des ellipsoïdes, et non pas d'autres formes

géométriques. Un ellipsoïde déformé est le signe que l'approximation linéaire du modèle n'est pas valide dans ce voisinage, et donc que le système de paramètres choisi n'est pas quasiment optimal. Il est également possible de vérifier cette hypothèse en vérifiant l'égalité entre les deux estimateurs $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ et $\widehat{\theta}_E$:

$$\widehat{\theta}_E = \frac{\int \theta \cdot \exp\left(\frac{S(\theta)}{2}\right) d\theta}{\int \exp\left(\frac{S(\theta)}{2}\right) d\theta} \simeq \widehat{\theta}_{\chi^2} \quad (4.34)$$

Nous voudrions également pouvoir vérifier les valeurs des écarts-types des erreurs aléatoires σ_{ij} et celles des grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i . Dans la pratique, il n'est pas toujours aisé de connaître parfaitement ces valeurs, en particulier s_i . Aussi, pour vérifier que les valeurs utilisées sont crédibles, nous pouvons comparer les résidus de la solution des moindres carrés avec les erreurs attendues. Si le résidu $(\mu_{ij}(\widehat{\theta}_{\chi^2}) - y_{ij})^2$ est très supérieur à $(s_i^2 + \sigma_{ij}^2)$, cela peut être le signe que les incertitudes sont sous-estimées pour la mesure y_{ij} . Si la même chose se constate pour toutes les mesures provenant d'un même instrument, cela peut signifier que la grandeur caractéristique s_i de son erreur systématique est sous-évaluée. Attention toutefois : avec un grand nombre de mesures prises par un grand nombre d'appareils, il est normal de tirer une erreur systématique particulièrement grande pour certains instruments, ou bien une erreur aléatoire particulièrement grande pour certaines mesures. Aussi, regarder les résidus des mesures un par un n'est pas forcément pertinent, sauf pour éliminer les fausses mesures qui sont, en général, très éloignées des autres. Pour l'observation des météores, une fausse mesure pourra être, par exemple, une source lumineuse qui n'est pas le météore (lampadaire, étoile, et caetera).

Pour vérifier a posteriori les valeurs de σ_{ij} et s_i , il sera plus pertinent de regarder la moyenne des carrés des résidus, c'est-à-dire la variance des mesures. Si cette variance est trop différente de la moyenne $E(s_i^2 + \sigma_{ij}^2)$, c'est-à-dire de la variance attendue, cela signifie que les σ_{ij} et les s_i ne sont pas correctement déterminés. Ce critère est de plus en plus pertinent au fur et à mesure que le nombre d'instruments et de mesures par instrument augmente. A l'inverse, il perd de la pertinence lorsque ces nombres baissent. En particulier, lorsque le nombre d'instruments tombe à un seul, alors son erreur systématique sera cachée par la recherche du minimum des carrés des résidus, si bien que la variance de ces résidus sera plus faible que celle attendue. Bien entendu, cela ne signifie pas que l'erreur systématique de l'instrument est nulle, mais simplement que nous ne pouvons pas la vérifier a posteriori par ce moyen.

Par contre, cela nous donne un avantage concernant l'erreur aléatoire. En effet, utiliser un seul instrument a pour effet de rendre invisible, au moins en partie voire totalement, l'erreur systématique de cet instrument (car il n'y a alors plus de comparaison possible avec un autre instrument qui présenterait des erreurs systématiques différentes). Par conséquent, lorsqu'on utilise les données provenant d'un seul et unique groupe de mesures inter-dépendantes pour le calcul de l'estimateur des moindres carrés, la variance des résidus devrait se trouver autour de $E(\sigma_j^2)$. Il est donc possible de vérifier la crédibilité des écart-types des erreurs aléatoires σ_{ij} d'un instrument particulier en le traitant à part, sans les autres, afin de cacher son erreur systématique.

Pour vérifier la crédibilité des grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i , il sera pertinent de regarder la variance des mesures par rapport à l'estimateur instrument par instrument. c'est-à-dire les variances suivantes :

$$V_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (\mu_{ij}(\widehat{\theta}_{\chi^2}) - y_{ij})^2 \quad (4.35)$$

où $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ est l'estimateur calculé à l'aide de toutes les mesures provenant de tous les instruments. Ces variances ont la particularité d'être calculées sur un nombre n_i de mesures, que nous supposons suffisamment grand, mais provenant d'un seul et unique instrument. Ces variances devraient avoir des valeurs proches de $E_i(\sigma_{ij}^2) + s_i^2$, c'est-à-dire la somme de la moyenne des variances des erreurs aléatoires des mesures prises par le i -ème instrument et le carré de la grandeur caractéristique de l'erreur systématique sur cet instrument. Plus précisément, elles devraient être comprises entre $E_i(\sigma_{ij}^2)$ et $E_i(\sigma_{ij}^2) + K^2 s_i^2$, avec K un nombre choisi arbitrairement supérieur à 1. En effet, si le nombre n_i de mesures est suffisamment grand, alors la variance due aux erreurs aléatoires tendra vers $E_i(\sigma_{ij}^2)$, qui forme notre minimum. A ce minimum s'ajoute la variance due à l'erreur systématique. Or cette erreur n'est tirée qu'une seule fois. Elle peut donc être proche de zéro, mais également dépasser sa grandeur caractéristique d'un facteur 2 ou 3 si on manque de chance (de la même manière qu'une mesure unique peut parfois tomber à deux ou trois fois son écart-type de la valeur attendue). Si la variance V_i est inférieure à ce minimum, cela signifie que les erreurs aléatoires ont été surestimées pour le i -ème instrument. Si, à l'inverse, cette variance est très supérieure à la valeur attendue $E_i(\sigma_{ij}^2) + s_i^2$, cela est le signe que les erreurs, aléatoires et/ou systématiques, ont été sous-estimées.

4.2.4 Propagation des incertitudes

Nous avons vu qu'il peut exister, pour un même phénomène observé, plusieurs systèmes de paramètres optimaux et quasiment optimaux pouvant le décrire (ces systèmes de paramètres sont alors équivalents ou quasiment équivalents entre eux). Nous avons également vu, à la section 4.2.1, comment calculer la matrice de covariance $V_{\widehat{\theta}_{\chi^2}}$ de l'estimateur des moindres carrés dans un de ces systèmes de paramètres.

Une des problématiques que nous pouvons rencontrer est que, dans certains cas, ce calcul de la matrice de covariance peut demander d'assez lourds calculs numériques. Aussi, si nous voulons connaître les incertitudes sur de nouveaux paramètres ϕ , nous chercherons à propager la matrice de covariance déjà connue des paramètres θ vers les paramètres ϕ plutôt que de lancer de nouveaux calculs fastidieux.

Supposons que nous nous trouvons dans un cas au moins quasiment optimal. Nous étudions un phénomène sous un système de paramètres θ . Nous avons connaissance de l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$, ainsi que sa matrice de covariance $V_{\widehat{\theta}_{\chi^2}}$, soit par calcul direct si nous nous trouvons dans le cas optimal, soit par résolution numérique de l'intégrale 4.27. Quel que soit le système de paramètres ϕ équivalent ou quasiment équivalent à θ , il est possible de retrouver son estimateur et sa matrice de covariance :

$$\widehat{\phi}_{\chi^2} \simeq \phi(\widehat{\theta}_{\chi^2}) \quad (4.36)$$

$$V_{\widehat{\phi}_{\chi^2}} = \int \left(\phi - \widehat{\phi}_{\chi^2} \right)^2 L(\phi) d\phi = \int \left(\phi(\theta) - \phi(\widehat{\theta}_{\chi^2}) \right)^2 L(\theta) d\theta \quad (4.37)$$

$$V_{\widehat{\phi}_{\chi^2}} \simeq \int J \cdot \left(\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2} \right)^2 \cdot J^T \cdot L(\theta) d\theta \simeq J \cdot V_{\widehat{\theta}_{\chi^2}} \cdot J^T \quad (4.38)$$

Avec J la matrice jacobienne $J_{kl} = \frac{\partial \phi_k}{\partial \theta_l}(\widehat{\phi}_{\chi^2})$. Ces équations deviennent exactes si les deux systèmes de paramètres θ et ϕ sont équivalents entre eux.

Lorsqu'on étudie un phénomène, il peut arriver que celui-ci soit décrit par un système de paramètres dont certains sont déjà connus. Dans la suite de cette section,

nous noterons les prédictions $\mu(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi})$, où $\boldsymbol{\theta}$ désigne le vecteur de paramètres déjà connu et $\boldsymbol{\phi}$ le vecteur de paramètres restant à déterminer. L'étude des météores nous donne un exemple de ce type de situation. On verra au chapitre 5 que nous pouvons déterminer les paramètres $\boldsymbol{\theta}$ décrivant la géométrie de la trajectoire d'un météore sans tenir compte de sa dynamique (et donc des mesures du temps). A l'inverse, lorsque nous chercherons à estimer les paramètres décrivant la dynamique de l'aérolithe, au chapitre 6, nos prédictions (la position au cours du temps de l'aérolithe) dépendront non seulement des paramètres de la dynamique $\boldsymbol{\phi}$, mais également des paramètres de la trajectoire $\boldsymbol{\theta}$ que nous aurons précédemment estimés. Dans cette section, nous verrons comment propager les incertitudes des paramètres $\boldsymbol{\theta}$ décrivant partiellement un phénomène vers les paramètres $\boldsymbol{\phi}$ décrivant le reste de ce phénomène.

Voici la situation que nous allons étudier. Un phénomène observé peut être décrit par des paramètres que nous séparerons en deux vecteurs : $\boldsymbol{\theta}$ et $\boldsymbol{\phi}$. Une partie des mesures y_i peuvent être comparées à des prédictions ne dépendant que des paramètres $\boldsymbol{\theta}$ (dans le cadre de la trajectoire des météores, il s'agira des mesures de position du météore, sans tenir compte du temps). Grâce à ces mesures, nous pourrons déjà trouver l'estimateur $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}$ ainsi que sa matrice de covariance $\widehat{\mathbf{V}}_{\boldsymbol{\theta}_{\chi^2}}$. Nous chercherons ensuite, grâce au reste des mesures z_i (dans le cadre de la dynamique des météores, en utilisant les mesures du temps) à trouver l'estimateur des moindres carrés des autres paramètres $\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2}$ ainsi que sa matrice de covariance $\widehat{\mathbf{V}}_{\boldsymbol{\phi}_{\chi^2}}$. Comme nous connaissons déjà l'estimateur des moindres carrés $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}$, nous pouvons fixer les paramètres $\boldsymbol{\theta}$ lors de la recherche des meilleurs paramètres $\boldsymbol{\phi}$. L'estimateur $\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2}$ est alors fonction des mesures z_i et de l'estimateur $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}$:

$$\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} = f(\vec{z}, \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}) \quad (4.39)$$

Ainsi, si nous utilisons nos précédentes méthodes pour déterminer la variance de ce nouvel estimateur $\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2}$, l'état $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}$ étant supposé vrai, nous n'obtiendrions que sa variance conditionnée $\mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} | \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2})$. Pour obtenir sa variance $\widehat{\mathbf{V}}_{\boldsymbol{\phi}_{\chi^2}}$, nous devons utiliser le théorème de la variance totale (PELAT, 2015) :

$$\widehat{\mathbf{V}}_{\boldsymbol{\phi}_{\chi^2}} = \mathbf{E}(\mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} | \boldsymbol{\theta})) + \mathbf{V}(\mathbf{E}(\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} | \boldsymbol{\theta})) \quad (4.40)$$

Étudions les termes de cette formule, en commençant par étudier le premier terme $\mathbf{E}(\mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} | \boldsymbol{\theta}))$. Il s'agit de l'espérance de la matrice de covariance de l'estimateur $\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2}$ conditionnée à l'état $\boldsymbol{\theta}$. Cette espérance est résultat de l'équation :

$$\mathbf{E}(\mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} | \boldsymbol{\theta})) = \int \mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} | \boldsymbol{\theta}) \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta} \quad (4.41)$$

Cette intégrale peut être très coûteuse à calculer numériquement. En effet, la matrice de covariance $\mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} | \boldsymbol{\theta})$, c'est-à-dire la covariance de l'estimateur $\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2}$ calculée en supposant l'état $\boldsymbol{\theta}$, est elle-même le résultat d'une intégrale de la forme de l'équation 4.27. Il nous est toutefois possible d'éviter des calculs trop coûteux en supposant que le système des paramètres $\boldsymbol{\theta}$ est un système de paramètres quasiment optimal pour la matrice de covariance $\mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} | \boldsymbol{\theta})$, c'est-à-dire que cette matrice de covariance évolue en fonction linéaire des paramètres $\boldsymbol{\theta}$ sur un voisinage suffisamment grand de $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}$. Dans ce cas, nous obtenons l'approximation suivante :

$$\mathbf{E}(\mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} | \boldsymbol{\theta})) \simeq \mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\phi}}_{\chi^2} | \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}) \quad (4.42)$$

Cette équation signifie que l'espérance de la matrice de covariance de $\widehat{\phi}_{\chi^2}$ conditionnée à θ est à peu près égale à la matrice de covariance de $\widehat{\phi}_{\chi^2}$ conditionnée à l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$. Cette approximation est vraie si l'ensemble de tous les paramètres θ et ϕ est un système de paramètres quasiment optimal. Dans ce cas la matrice de covariance $V(\widehat{\phi}_{\chi^2}|\theta)$ sera à peu près constante sur un voisinage suffisamment grand de $\widehat{\theta}_{\chi^2}$.

Voyons à présent le second terme de l'équation 4.40 : $V(E(\widehat{\phi}_{\chi^2}|\theta))$. Il s'agit de la variance de l'estimateur $\widehat{\phi}_{\chi^2}$ conditionnée à θ , qui peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$V(E(\widehat{\phi}_{\chi^2}|\theta)) = \int \left(\widehat{\phi}_{\chi^2}(\theta) - \widehat{\phi}_{\chi^2}(\widehat{\theta}_{\chi^2}) \right)^2 L(\theta) d\theta \quad (4.43)$$

On reconnaît la forme de l'équation 4.38. En effet, nous n'avons fait que propager la variance de l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ vers l'estimateur $\widehat{\phi}_{\chi^2}$. On peut donc, si nous sommes toujours dans des espaces quasiment optimaux à la fois pour les paramètres θ et les paramètres ϕ , écrire l'approximation suivante :

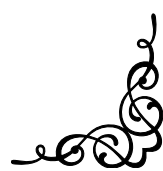
$$V(E(\widehat{\phi}_{\chi^2}|\theta)) \simeq J \cdot V(\widehat{\theta}_{\chi^2}) \cdot J^T \quad (4.44)$$

où J est la matrice jacobienne de la fonction $\widehat{\phi}_{\chi^2}(\widehat{\theta}_{\chi^2})$.

En combinant ces deux approximations, nous obtenons la formule de la variance totale simplifiée :

$$V(\widehat{\phi}_{\chi^2}) \simeq V(\widehat{\phi}_{\chi^2}|\widehat{\theta}_{\chi^2}) + J \cdot V(\widehat{\theta}_{\chi^2}) \cdot J^T \quad (4.45)$$

Cette formule signifie que la matrice de covariance de $\widehat{\phi}_{\chi^2}$ est environ égale à la somme de deux termes. Le premier est la matrice de covariance de $\widehat{\phi}_{\chi^2}$ due aux erreurs sur les mesures $\vec{z}$ tout en considérant que l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ est absolument vrai. Le second terme est la propagation de l'incertitude de l'estimateur $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ vers l'estimateur $\widehat{\phi}_{\chi^2}$. Dans la pratique, calculer uniquement le premier terme de cette somme, grâce aux méthodes vues à la section 4.2.1, revient à sous-estimer l'erreur sur $\widehat{\phi}_{\chi^2}$. Dans notre exemple tiré de l'étude des météores, cela reviendra à sous-estimer l'erreur sur la vitesse de l'aérolithe, et donc, par propagation, l'erreur sur l'excentricité de l'orbite du météoroïde parent.



Chapitre 5

La trajectoire des météores

5.1 Géométrie des météores

5.1.1 Introduction

Un météore est un phénomène lumineux provoqué par l'entrée dans l'atmosphère terrestre d'un aérolithe, également appelé météoroïde ou encore bolide. Toutefois, comme ce premier terme "*météoroïde*" désigne également les petits corps du Système Solaire destinés à rentrer un jour en collision avec la Terre, et que le second terme "*bolide*" désigne spécifiquement les aérolithes les plus massifs, provoquant des météores de magnitude comparable à celle de Vénus, nous resterons sur l'appellation "*aérolithe*" afin d'éviter toute confusion. Un aérolithe est un petit corps qui, par son interaction avec l'atmosphère, chauffe et ionise les gaz, ce qui provoque une émission de lumière : un météore.

Le météore est donc une émission de lumière provenant de l'air chauffé à proximité de l'aérolithe. Ainsi, la zone d'émission de cette lumière nous renseigne sur la position de l'aérolithe lui-même. La position du météore suit une loi géométrique correspondant à la trajectoire de l'aérolithe. Cette trajectoire est elle-même gouvernée par des interactions entre l'aérolithe et son environnement. En l'absence de toute interaction, la trajectoire de l'aérolithe est rectiligne uniforme. Le météore forme alors une ligne droite dans l'atmosphère.

Il est courant dans l'étude des météores de considérer leurs trajectoires comme étant des lignes droites. Cette hypothèse permet, comme nous le verrons plus tard, de facilement résoudre les difficultés inhérentes à la triangulation d'un objet hyper-vélocé. La validité et les limites de cette hypothèse seront étudiés dans le présent chapitre aux sections 5.1.5 et 5.1.6.

Dans ce chapitre nous expliquerons toutes les hypothèses de travail ainsi que la chaîne de traitement permettant d'aller de l'observation du météore par une caméra jusqu'au calcul final de la trajectoire de l'objet. La trajectoire dans ce cas représente ce qu'on appelle le "vol lumineux" (bright flight). Dans ce chapitre, nous nous concentrerons uniquement sur la trajectoire en tant qu'objet géométrique. Dans le chapitre 6 nous aborderons la dynamique du phénomène, c'est-à-dire l'évolution de l'aérolithe sur sa trajectoire au cours du temps. Nous étudierons alors les modèles de freinage et d'ablation permettant de décrire ces interactions. (BOROVIČKA, SPURNÝ et KECLIKOVA, 1995)

5.1.2 Mesure d'un bolide

Avant de commencer à réfléchir à comment modéliser une trajectoire, il est important de comprendre ce que l'on mesure. Par exemple la position du météore est-elle celle du centre de gravité de l'aérolithe ou non ? L'entrée atmosphérique est un phénomène physique complexe, difficile à modéliser car la physique en jeu est mal maîtrisée

et difficilement reproductible en laboratoire (DROUARD et al., 2018). De plus la composition, la taille, la densité et la structure de l'objet entrant dans l'atmosphère ne sont pas connus. On peut cependant avoir une idée des différents processus en jeu. Au tout début de l'entrée dans l'atmosphère, le choc induit un chauffage qui peut atteindre 10000 K (BOROVICKA, 1993), il se produit alors un plasma qui entoure l'objet. A un instant donné on a de la lumière provenant des rayonnements de corps noir de l'objet et du plasma ainsi qu'à des raies d'émission du plasma. Il s'avère (DROUARD et al., 2018) que le processus d'émission de raies du plasma domine la production de lumière de l'ensemble du phénomène. Les différents processus en jeu sont expliqués sur la figure 5.1. Pour les gros événements qui ont engendré un plasma important, celui ci peut mettre plusieurs minutes à refroidir et créer ce qu'on appelle des traînées persistantes, comme sur ces images du bolide du 1^{er} octobre 2019 figure 5.2.

Nous allons maintenant nous intéresser à la forme du plasma qui domine le flux lumineux, et finalement à ce que l'on mesure sur les images. MARSHALL, BROWN et CLOSE, 2017 montrent que le plasma a une densité électronique qui décroît en $1/R^2$ avec un rayon médian de 50 cm, au delà de 50 cm la densité électronique devient faible. Pour un météore d'un mètre de diamètre situé à 100 kilomètres de distance de la caméra, cela correspond à un diamètre angulaire apparent de 0.034 minute d'arc, ce qui est largement en deçà de la précision que nous atteignons, comme nous l'avions vu à la section 3.3.3. On peut donc considérer sans trop se tromper la boule de plasma comme une source ponctuelle. Nous devons cependant apporter une limite à ce raisonnement : le plasma n'a pas une forme sphérique, il est allongé, formant une queue à l'arrière du météore, comme on peut le voir sur les images de la caméra de Caen du bolide du 1er octobre 2019, figure 5.3. Cette queue est visible sur nos images pour les météores les plus brillants (donc avec une plus longue queue) et les plus lents (les queues des météores trop rapides sont cachées par le flou de mouvement).

Cette queue a une influence sur le calcul du centre de lumière. Cependant, comme cette élongation se fait dans la direction de déplacement de l'aérolithe, et donc le long de la trajectoire de cette dernière, ce phénomène n'est pas réellement gênant en ce qui concerne la détermination de la trajectoire. Il pourra par contre être une source d'erreur supplémentaire lorsque nous chercherons à mesurer la vitesse et la décélération de l'aérolithe, comme nous le verrons au chapitre 6.

5.1.3 Forces influençant directement la géométrie des météores

Nous allons étudier ici les perturbations à la linéarité du mouvement des météores, soit les forces influençant directement la géométrie des météores soit celles l'éloignant d'une trajectoire rectiligne, c'est-à-dire celles exerçant un moment sur l'aérolithe. En effet, le rayon de courbure de la trajectoire d'un objet de masse m et de vitesse V soumis à une force F est donné par l'équation 5.1.

$$R_c = \frac{mV^3}{|F \wedge V|} \quad (5.1)$$

Dans le référentiel lié à la Terre en rotation, autrement dit le référentiel des caméras et de l'atmosphère (abstraction faite du vent), ces forces sont au nombre de trois : l'attraction gravitationnelle d'une part, ainsi que la force d'inertie centrifuge et la force d'inertie de Coriolis d'autre part. Le freinage par l'atmosphère s'exerçant parallèlement au mouvement de l'aérolithe, celui-ci ne fournit aucun moment.

Intéressons nous d'abord à l'accélération gravitationnelle. Cette dernière est, à peu de chose près, constante dans l'atmosphère terrestre. Elle ne varie en effet que de 3%

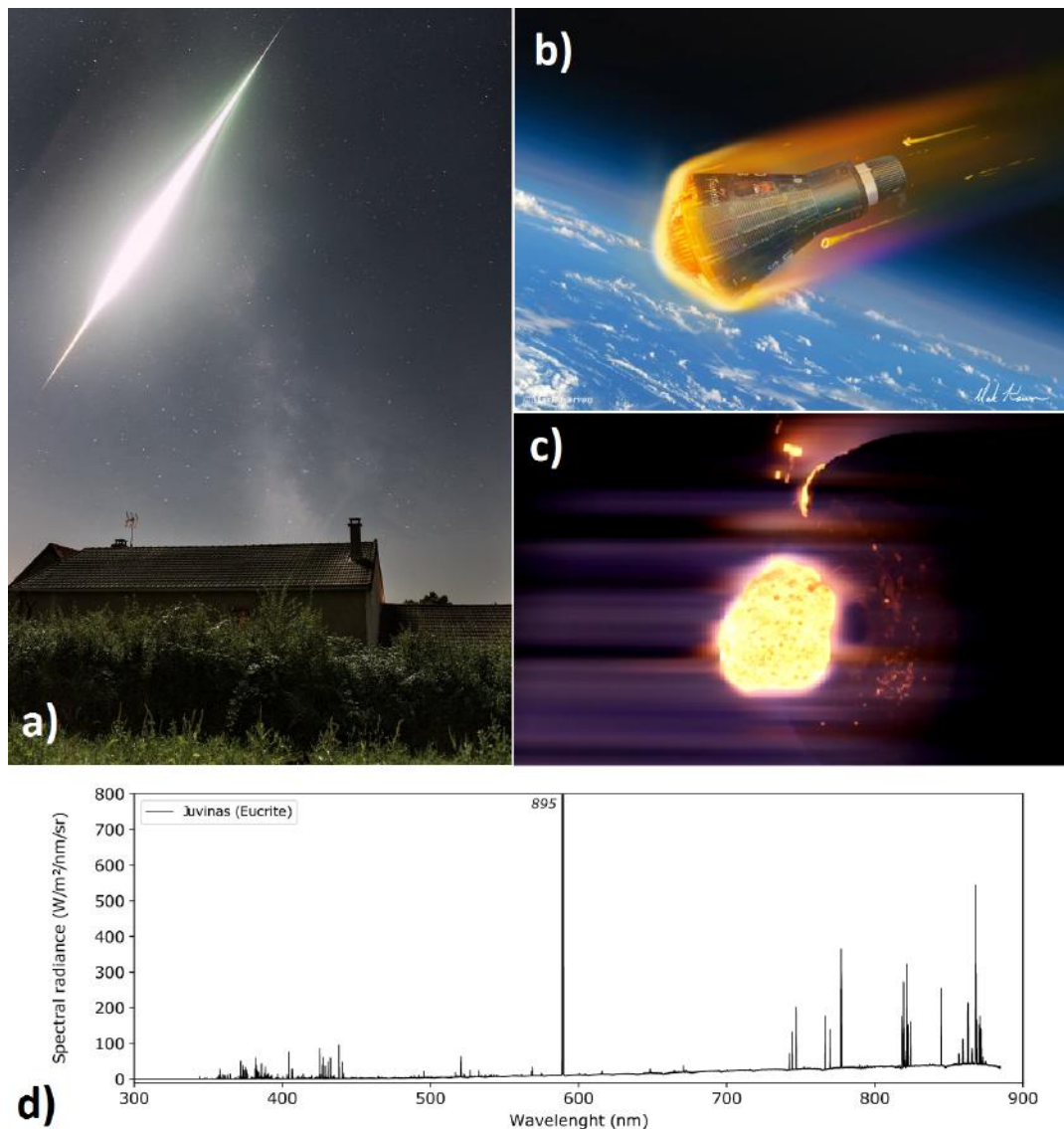


FIGURE 5.1 – Phénomènes lumineux provoqués par l'entrée atmosphérique d'un aérolithe a) Bolide du 6 août 2016 à 22h08m UTC à l'origine de la première retombée au sol détectée par le réseau FRIPON. Image prise par Gaël Le Bas depuis Céron (Saône-et-Loire), Canon 6D, $f = 24$ mm, pose de 24 s Crédit : Gaël Le Bas. b) Représentation de l'entrée atmosphérique de la capsule Mercury Friendship 7, comme il y avait un problème avec le bouclier thermique, il a été décidé de laisser l'ensemble des rétrofusées qui sont normalement larguées avant la rentrée dans l'espoir qu'elles fourniraient une aide pour maintenir en place le bouclier thermique. John Glenn a décrit la rentrée comme "une véritable boule de feu à l'extérieur", il voyait les morceaux des rétrofusées se désintégrer tout au long de la rentrée. On voit bien sur ce schéma les différentes sources de lumière produites par un bolide : le rayonnement de corps noir de l'objet, le rayonnement de corps noir du plasma entourant la capsule ainsi que les raies d'émission du plasma. c) Essai de reproduction d'une entrée atmosphérique avec la soufflerie hypersonique dans le tunnel à plasma de l'"Institute of Space Systems, University of Stuttgart". L'idée de cette opération était d'obtenir des spectres de la lumière émise afin de pouvoir reconnaître la composition d'une météorite juste avec une observation spectrale (DROUARD et al., 2018). d) Spectre de la météorite de Juvinas (1821) qui est une Eucrite. Il a été démontré qu'il est quasi impossible de distinguer le type de météorite avec un spectre observé lors de sa retombée atmosphérique sauf pour une météorite métallique.



FIGURE 5.2 – Phénomène de traînée persistante provenant de la dé-excitation lente des ions provenant du plasma créé lors de l'entrée atmosphérique. (1er octobre 2019, 00h01m59s UTC par Emmanuel Pellegrin)

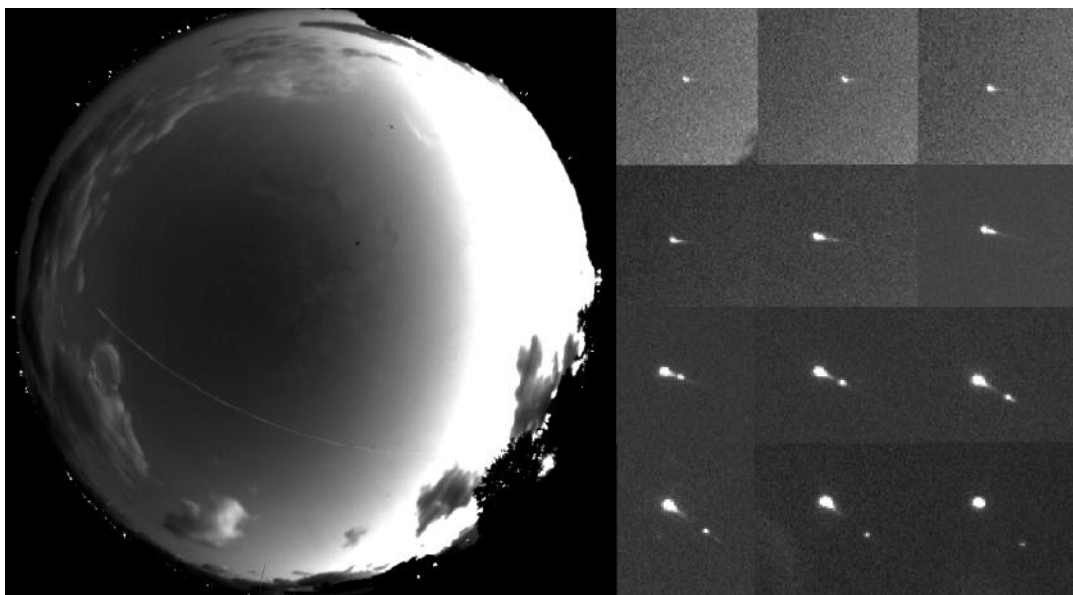


FIGURE 5.3 – Bolide du 8 septembre 2019 à 4h51m UT. Sur ces images obtenues par la caméra de Caen on voit très bien la queue de plasma à l'arrière de la tête du bolide. Sur les images de droite obtenues toutes les 0.5 s on voit très bien une fragmentation également à l'origine d'une autre queue de plasma.

entre 0 et 100 km d'altitude. Elle induit le rayon de courbure suivant :

$$R_{grav} = \frac{V^2}{g \cos(\gamma)} \quad (5.2)$$

où γ est l'angle entre la direction de l'aérolithe et la surface. S'il tombe verticalement, cet angle vaut $\pi/2$ radians. S'il se déplace parallèlement au sol, cet angle est nul.

Le rayon de courbure induit par l'attraction terrestre sera infini dans le cas d'un aérolithe tombant verticalement. A l'inverse, il sera minimal dans le cas d'un aérolithe lent se déplaçant parallèlement au sol. Le cas extrême est celui d'un aérolithe se déplaçant horizontalement à la vitesse de libération de la Terre, soit environ 11 km/s. Dans ce cas, le rayon de courbure de la trajectoire de l'objet sera exactement de deux fois le rayon de la planète (ceci est vrai pour n'importe quel corps sphérique), soit 12800 km.

$$R_{grav} \geq \frac{V_L^2}{g} = \frac{\frac{2GM_\oplus}{R_\oplus}}{\frac{GM_\oplus}{R_\oplus^2}} = 2R_\oplus \quad (5.3)$$

Passons rapidement sur l'accélération centrifuge. Celle-ci est en effet particulièrement faible : à 100 km d'altitude au niveau de l'équateur, elle ne vaut que $\Omega_\oplus^2 (R_\oplus + 100\text{km}) = 0.034 \text{ m/s}^2$. Par conséquent nous la négligerons.

Intéressons nous de plus près à l'accélération de Coriolis. Cette dernière a la particularité d'être toujours orthogonale à la vitesse de l'objet. Elle participe donc pleinement à la courbure de la trajectoire des météores. De plus, elle est proportionnelle au produit vectoriel de la vitesse par le moment cinétique de la planète. Ainsi, elle est maximale pour les aérolithes se déplaçant parallèlement au plan de l'équateur, et nulle pour les aérolithes se déplaçant parallèlement à l'axe de rotation terrestre :

$$\vec{a}_c = 2\vec{V} \wedge \vec{\Omega}_\oplus \quad (5.4)$$

où $\vec{\Omega}_\oplus$ est la vitesse angulaire de rotation de la Terre. Contrairement à la force centrifuge, l'accélération de Coriolis n'est pas toujours négligeable. Pour un aérolithe se déplaçant à 72 km/s, elle peut atteindre 10.5 m/s^2 , soit plus que la force d'attraction terrestre. Le rayon de courbure induit par la force de Coriolis suit l'inégalité suivante :

$$R_{Coriolis} = \frac{V^2}{\|\vec{a}_c\|} \geq \frac{V_L}{2\Omega_\oplus} = 12R_\oplus \quad (5.5)$$

Encore une fois, le rayon de courbure est minimal pour les faibles vitesses. Pour un aérolithe se déplaçant à la vitesse de libération de la Terre, nous obtenons un rayon de courbure minimale de 76700 km, soit environ 12 rayons terrestres. Ainsi, même si la force de Coriolis peut être supérieure à la force de gravitation, la courbure qu'elle induit à la trajectoire reste relativement faible devant celle induite par l'attraction gravitationnelle.

Voyons à présent l'influence conjointe de ces deux forces sur la courbure de la trajectoire. Les deux forces n'ont pas la même direction : l'attraction terrestre pointe vers le centre de la Terre (abstraction faite de l'aplatissement des pôles) tandis que la force de Coriolis pointe dans une direction dépendant de la direction du déplacement de l'aérolithe. Dans le cas d'un objet se déplaçant à l'équateur, parallèlement au sol et en direction de l'Est, la force de Coriolis sera directement opposée à l'attraction gravitationnelle, réduisant ainsi la courbure de la trajectoire. Si, à l'inverse, l'objet se déplace vers l'Ouest, les deux forces s'ajoutent et le rayon de courbure sera alors

minimal :

$$R_{min} = \frac{V_L^2}{2\Omega_{\oplus} V_L + g} = \frac{1}{\frac{1}{12R_{\oplus}} + \frac{1}{2R_{\oplus}}} = \frac{12}{7} R_{\oplus} = 10900 \text{ km} \quad (5.6)$$

Le rayon de courbure de la trajectoire d'un aéroliithe ne pourra pas descendre en dessous de cette valeur. En particulier, les trajectoires des météores seront toujours moins courbées que la surface de la planète.

La figure 5.4 représente l'influence de la force de Coriolis sur la trajectoire d'un météoroïde approchant la Terre dans son plan équatorial avec une orbite d'excentricité de 1, c'est-à-dire la situation dans laquelle l'aéroliithe frôle l'équateur de la Terre à la vitesse de libération. C'est dans cette situation que le rayon de courbure est minimal et que l'influence de la force de Coriolis est maximisée. Ce graphe montre clairement que si l'influence de la force de Coriolis sur le rayon de courbure n'est pas négligeable, ce dernier reste malgré tout dominé par l'attraction gravitationnelle.

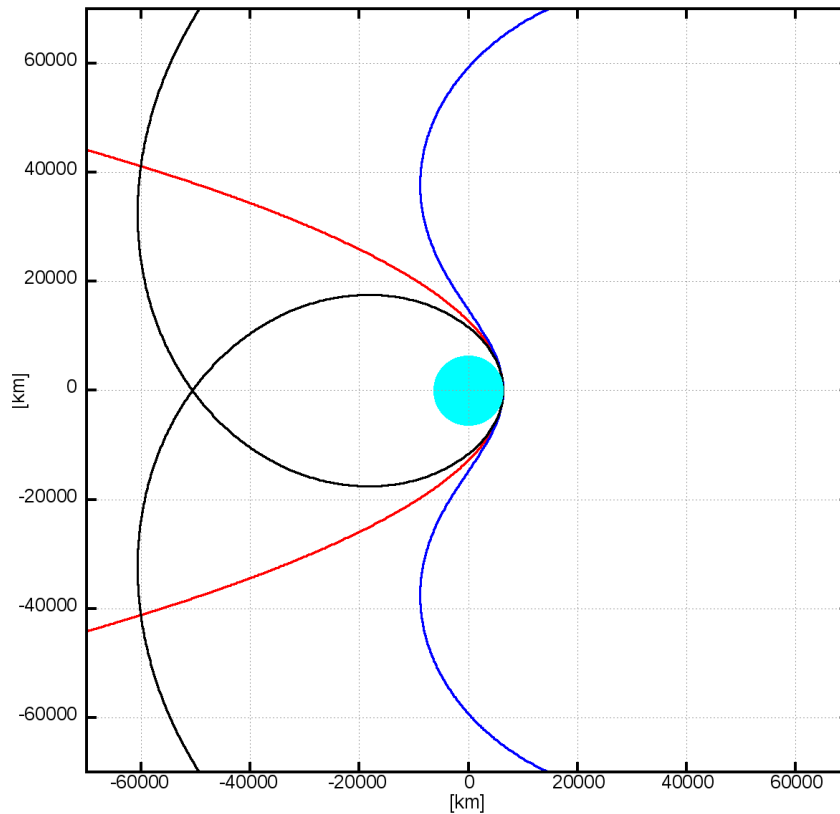


FIGURE 5.4 – Trajectoire d'un météoroïde approchant la Terre de manière à la "frôler" à une vitesse égale à la vitesse de libération V_L . Cette orbite, d'excentricité égale à 1, est celle minimisant le rayon de courbure de l'aéroliithe. En rouge nous représentons cette trajectoire avec uniquement la gravitation, sans force de Coriolis. En bleu la force de Coriolis est dans le sens opposé à la gravitation (aéroliithe dans le plan équatorial et se déplaçant vers l'Est). Dans ce cas, elle augmente légèrement le rayon de courbure. En noir, la force de Coriolis s'ajoute à la gravitation (aéroliithe dans le plan équatorial et se déplaçant vers l'Ouest). Elle diminue alors légèrement le rayon de courbure.

5.1.4 Forces influençant indirectement la géométrie des météores

Comme nous venons de le voir, la courbure de la trajectoire d'un aérolithe en un point donné est extrêmement dépendante de sa vitesse. Toutes forces exerçant un travail, c'est-à-dire les forces transformant l'énergie cinétique de l'aérolithe sous une autre forme, ou à l'inverse les forces transformant une énergie quelconque en énergie cinétique, auront un impact sur la quantité de mouvement de l'aérolithe, et donc par conséquent un impact indirect sur le rayon de courbure de sa trajectoire. Ces forces dont le travail est non nul sont au nombre de trois : l'attraction gravitationnelle, la force d'inertie centrifuge et le freinage dans l'atmosphère. La force de Coriolis n'intervient pas ici, car elle ne travaille pas.

Pour les mêmes raisons que celles explicitées dans la section 5.1.3, la force centrifuge peut être négligée. La force de gravitation transforme de l'énergie potentielle de pesanteur en énergie cinétique : 981 joules par kilogramme pour un objet passant de 100 km d'altitude à 0. Pour un objet se déplaçant à 11 km/s, cela revient à une augmentation de 1.6% de son énergie cinétique massique, ce qui revient à augmenter sa vitesse de 89 m/s. Pour un objet se déplaçant à 72 km/s, ces chiffres tombent à 0.04% et 27 m/s. La gravitation n'apporte donc, finalement, que relativement peu d'énergie à l'aérolithe durant sa chute dans l'atmosphère.

A contrario, les interactions avec l'air sont d'une importance primordiale. En effet, dans la très large majorité des cas, les aérolithes dissipent l'intégralité de leur énergie cinétique initiale au contact de l'atmosphère. Cette énergie est alors transformée par le travail des interactions avec l'atmosphère, en chaleur, en enthalpie de fusion et de vaporisation du matériau de l'aérolithe, en énergie de liaison des molécules dissociées, en énergie de liaison des électrons arrachés à leurs atomes (formant alors le plasma), ou encore en énergie de cohésion des structures éclatées. Ces transformations se traduisent en partie par la décélération et en partie par la perte de masse de l'aérolithe.

A partir de là, il y a deux scénarios possibles. Dans la majorité des cas, la masse de l'aérolithe atteint zéro en premier. L'aérolithe est entièrement détruit dans le processus d'entrée atmosphérique. A l'inverse, si la vitesse devient suffisamment faible pour que les interactions destructrices entre l'aérolithe et l'atmosphère n'aient plus lieu, alors un fragment de l'aérolithe survit. Il finit sa course en chute libre vers le sol par simple attraction gravitationnelle à des vitesses bien plus faibles que les vitesses des météores. Ce sont ces fragments que nous appelons "météorites".

En plus des cas vus précédemment, il existe deux autres possibilités bien plus rares pour qu'un aérolithe ne dissipe pas toute son énergie cinétique initiale dans l'atmosphère. Soit il rase l'atmosphère, perd un peu d'énergie mais en conserve suffisamment pour repartir dans l'espace (SHOBER et al., 2019), soit il est suffisamment massif pour toucher le sol avant d'avoir perdu toute son énergie initiale. Il y a alors formation d'un cratère plus ou moins large en fonction de l'énergie restante. Ces cas, particulièrement rares, ne sont pratiquement jamais observés.

Dans tous les cas, la vitesse du météore va ralentir jusqu'à la désintégration de l'aérolithe, ou bien jusqu'à atteindre une vitesse insuffisante à la production d'un météore visible par nos caméras. Dans les faits, nous avons observé des météores jusqu'à une vitesse minimale de 8 km/s. La figure 5.5 montre un exemple d'un météore observé jusqu'à cette vitesse. Le rayon de courbure diminuant comme le carré de la vitesse (voir l'équation 5.1), le rayon de courbure minimal d'un météore ayant ralenti jusqu'à 8 km/s sera environ moitié moindre que le rayon de courbure du même météore allant à la vitesse de libération. Ainsi, un aérolithe se déplaçant à 8 km/s parallèlement au sol dans le plan équatorial et d'Est en Ouest (soit la pire configuration possible)

aura un rayon de courbure d'environ six septièmes du rayon terrestre, soit environ 5500 kilomètres.

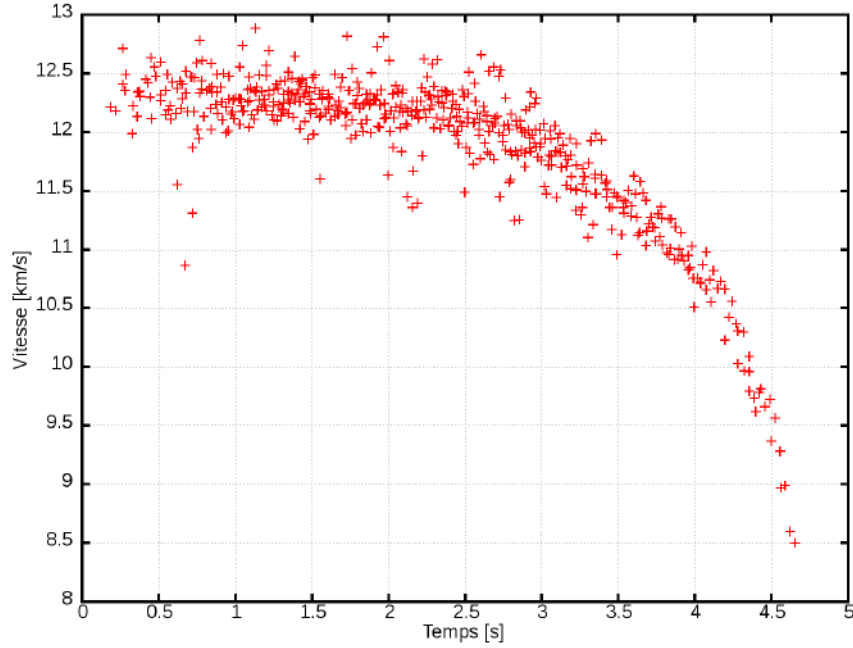


FIGURE 5.5 – Vitesse observée du météore tombé le 21 juin 2018 à 21 : 02 : 06 UTC. Cet aérolithe, particulièrement lent et massif (avec une masse initiale de l'ordre de 2 Kg) est un de ceux que nous avons observés jusqu'à des vitesses minimales de l'ordre de 8 km/s.

5.1.5 Différence entre la trajectoire réelle et la ligne droite

Nous venons de voir que les trajectoires des météores ne sont pas de parfaites lignes droites. Elles se courbent légèrement, principalement sous l'effet de la gravitation, mais aussi, dans une moindre mesure, par la force de Coriolis. Supposons, dans un premier temps, un rayon de courbure R_c constant le long d'un météore de longueur L . Dans un référentiel adapté, la trajectoire est décrite par un arc de cercle d'équation $y^2 = R_c^2 - x^2$, pour x allant de $-L/2$ à $+L/2$. Comme les météores sont courts par rapport à leurs rayons de courbure, on peut approximer cette équation par $y \simeq R_c(1 - \frac{x^2}{2R_c^2})$. Par intégration immédiate, on trouve que la meilleure ligne droite approximant ce météore est la ligne d'équation $y_l = R_c(1 - \frac{L^2}{24R_c^2})$. L'écart-type entre cette ligne et la courbe du météore est donné par :

$$\sigma = \frac{L^2}{12\sqrt{5}R_c} \quad (5.7)$$

Cet écart-type est représenté schématiquement à la figure 5.9.

Supposons à présent un météore se déplaçant à vitesse constante V et de durée D . L'écart-type entre sa trajectoire courbée et la ligne droite servant à la modéliser suivra alors l'inégalité suivante :

$$\sigma = \frac{D^2 \|(\vec{a}_g + \vec{a}_c) \wedge \vec{V}\|}{12\sqrt{5}V} \leq \frac{D^2(g + 2\Omega_{\oplus}V)}{12\sqrt{5}} \quad (5.8)$$

La figure 5.6 montre les lignes le long desquelles cet écart-type maximal est constant. On constate que la grandeur affectant le plus l'éloignement de la trajectoire des météores à la simple ligne droite est leur durée. En effet, si le rayon de courbure augmente comme le carré de la vitesse, le carré de la longueur parcourue le fait également. Ainsi l'écart-type à la ligne droite σ ne dépend plus directement de la vitesse, mais de la durée du météore et des forces. Une dépendance à la vitesse n'est ré-introduite que par la force de Coriolis, celle-ci dépendant elle-même de la vitesse.

Dans les cas où la force de Coriolis s'aligne avec l'attraction terrestre, la courbure, et donc la différence entre une ligne droite et le météore, augmente avec la vitesse, comme représenté dans la figure 5.6. Mais à l'inverse, pour les météores se déplaçant vers l'Est, la force de Coriolis viendra compenser l'attraction gravitationnelle, si bien que les météores rapides seront moins courbés que les lents.

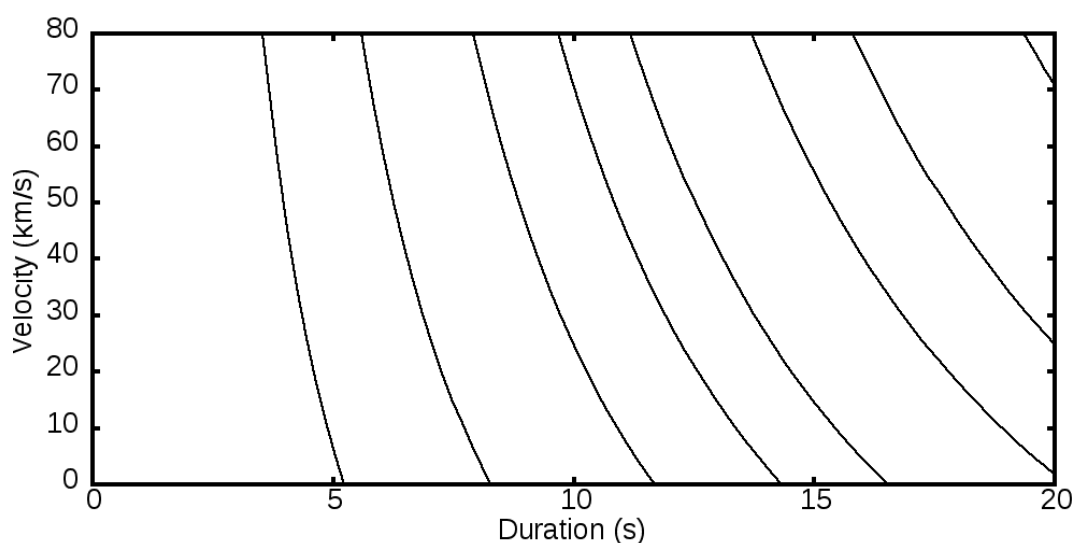


FIGURE 5.6 – Ligne de même écart-type maximal à la ligne droite (voir l'inégalité 5.8) pour des valeurs d'écarts-type (de gauche à droite) de 10, 25, 50, 75, 100, 150, 200 et 300 mètres.

Finalement, pour un météore se déplaçant à 72km/s, l'écart-type entre sa trajectoire et une ligne droite sera inférieur au mètre si le météore dure moins d'une seconde, ce qui est le cas de la grande majorité des bolides rapides. Il sera inférieur à trois mètres s'il dure deux secondes, vingt mètres s'il en dure cinq. Ainsi, pour une large majorité de météores, leurs trajectoires réelles sont pratiquement indiscernables de simples lignes droites, comme nous le vérifierons à la section 7.1.1.

Toutefois, il existe des exceptions. Pour les rares météores durant plus de dix secondes, l'écart-type peut atteindre cent mètres et plus. Un météore exceptionnel de vingt secondes pourra atteindre de 170 à 300 mètres d'écart-type, selon sa vitesse. De plus, les météores les plus longs possèdent généralement des trajectoires quasiment parallèles au sol. Ils restent ainsi plus longtemps dans les hautes couches de l'atmosphère, garantissant leur longue survie. Or cette propriété minimise leurs rayons de courbure. Les météores de longue durée auront donc plus de chance d'avoir un rayon de courbure proche du minimum. C'est le cas pour le bolide qui a survolé la Normandie et la Bretagne le 8 septembre 2019 à 4h51m UTC (figure 5.7). On remarque que dans ce cas l'écart était de 400 mètres. Dans ces cas particuliers, la courbure est discernable. L'hypothèse de la trajectoire droite atteint ici ses limites. Pour ces cas extrêmes, il est possible d'étudier à part le début de la trajectoire pour le calcul de la vitesse initiale et donc l'orbite, puis la fin pour les problèmes liés au vol sombre.

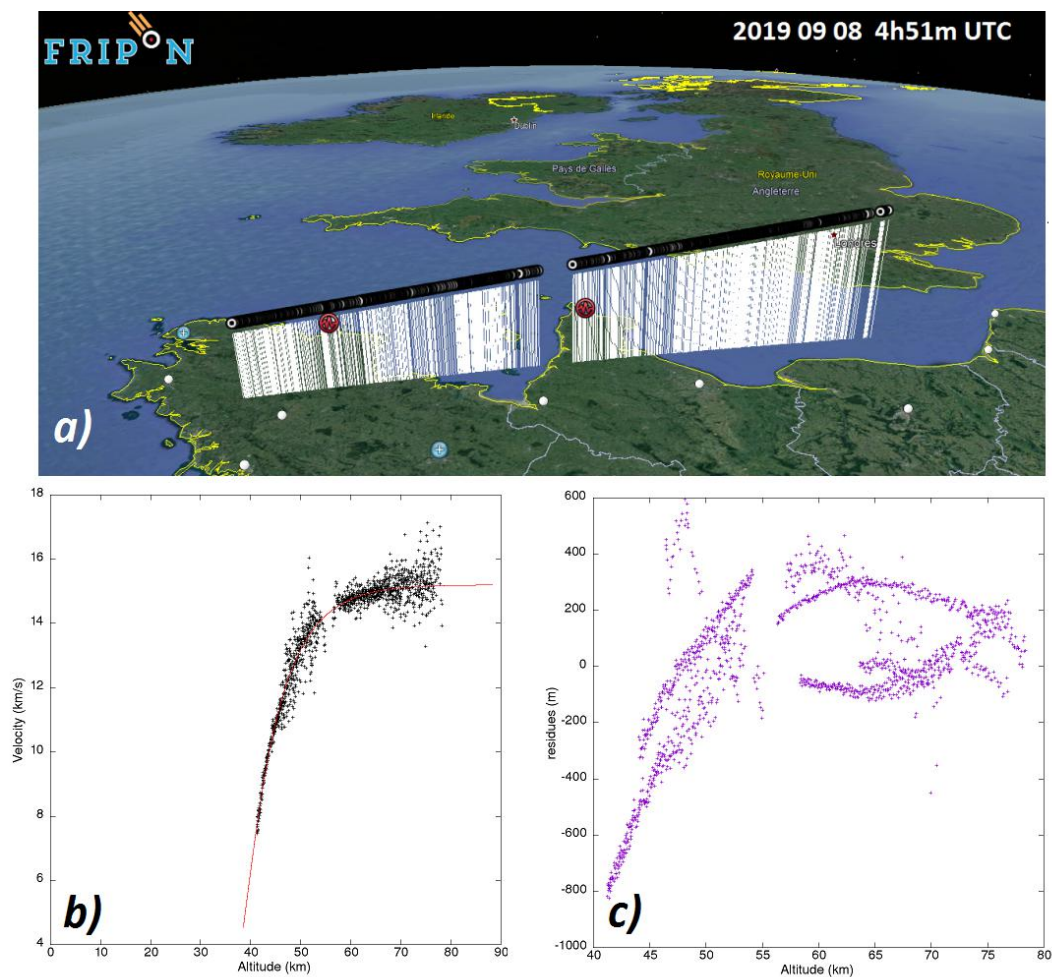


FIGURE 5.7 – a) Trajectoire du bolide du 8 septembre 2019 à 4h51m UTC. L'inclinaison initiale de 4° de la trajectoire a provoqué une trajectoire très longue de 400 km. b) Vitesse de l'aérolithe en fonction de l'altitude. La vitesse initiale était de 15.2 km/s. c) Ce schéma montre les écarts de tous les points de mesure avec le modèle de trajectoire rectiligne, on remarque comme pour la figure théorique 5.9 une évolution curviligne de l'ensemble des points ; à cela se superpose une erreur de mesure du centroïde des images. En conclusion on voit que pour ce cas extrême qui a duré 28 secondes l'hypothèse de la trajectoire rectiligne ne peut plus être considérée comme complètement valide.

Attardons-nous pour finir sur la variation de vitesse des météores. Durant son trajet dans l'atmosphère, les aérolithes décélèrent en frottant contre l'atmosphère. L'accélération due à l'attraction gravitationnelle est, comme nous l'avons vu dans la section 5.1.4, négligeable devant l'interaction avec l'atmosphère. Ainsi, la vitesse des météores ne fait que diminuer au cours du temps. Or, comme nous venons de le voir, diminuer la vitesse entraîne des modifications de l'écart-type par rapport à la droite : cet écart-type augmente avec la vitesse si la force de Coriolis et la gravité s'ajoutent, et il diminue si ces deux forces s'opposent. Toutefois, l'écart-type maximal diminue avec la vitesse. Ainsi, pour un météore de durée et de même vitesse initiale données, l'écart-type maximal sera d'autant plus faible que le météore décélère, et cela malgré le fait que le rayon de courbure, lui, augmente lorsque la vitesse diminue.

5.1.6 Différence entre la direction réelle et la ligne droite

Attardons nous à présent sur les changements de direction d'un aérolithe durant sa course. Reprenons notre modèle précédent : un météore de rayon de courbure constant R_c , de longueur L et de durée D , décrit par $y^2 = R_c^2 - x^2$ pour x entre $-L/2$ et $+L/2$. Alors, aux extrémités de la trajectoire, la direction du météore aura changé d'un angle ι par rapport à la direction de la ligne droite. Cet angle suit l'inégalité suivante :

$$\iota = \frac{L}{2R_c} = \frac{D \|(\vec{a}_g + \vec{a}_c) \wedge \vec{V}\|}{2V^2} \leq \frac{D(g + 2\Omega_{\oplus}V)}{2V} \quad (5.9)$$

Cet angle est représenté schématiquement à la figure 5.9. Nous représentons également, à la figure 5.8, les lignes le long desquelles le changement de direction maximal est constant.

La modification de la direction évolue comme l'inverse de la vitesse. La vitesse a donc un rôle prépondérant dans l'erreur sur la direction du météore, alors même que son rôle est moindre en ce qui concerne son écart à la ligne droite. La figure 5.8 ci-dessous représente les iso-courbes de changement de direction maximal.

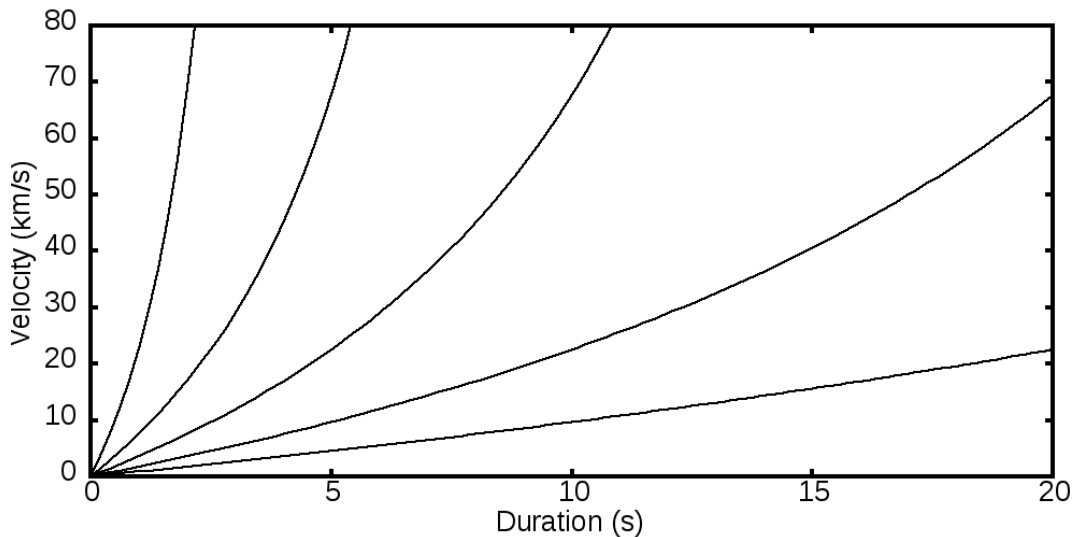


FIGURE 5.8 – Ligne de même changement de direction maximal (voir équation 5.9) pour des valeurs (de gauche à droite) de 1, 2.5, 5, 10 et 20 minutes d'arc.

Pour un météore se déplaçant à 11 km/s, ce changement de direction est, au maximum, de $1.78D$ minutes d'arc. Pour un météore allant à 72 km/s, on tombe à $0.48D$

minutes d'arc. Ce changement de direction peut donc devenir relativement important. Ce changement de direction limite la pertinence du radiant du météore, le radiant étant la position de la voûte céleste vers laquelle pointe la trajectoire droite d'un météore. Si, en réalité, la direction d'un aérolithe change de quelques minutes d'arc, alors il ne sera pas pertinent de parler de son radiant avec une précision supérieure à ces quelques minutes d'arc.

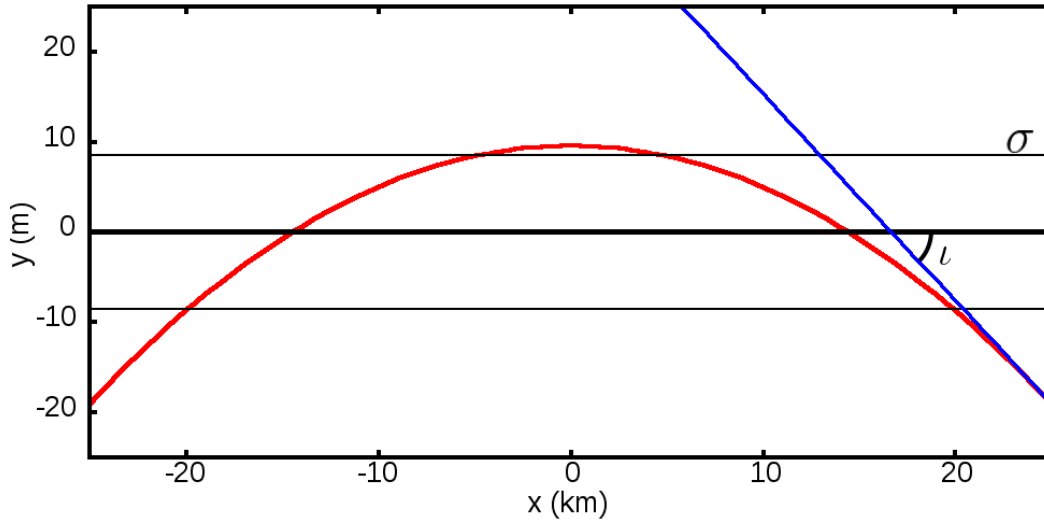


FIGURE 5.9 – Exemple pour un météore de 50 km de long avec une trajectoire courbe de rayon constant $R_c = 10900$ km de l'écart-type σ entre la trajectoire rectiligne en noir et la trajectoire courbe en rouge. Dans cet exemple, σ vaut 8.5 mètres, et ι , l'angle de déflexion 7.9 minutes d'arc.

Les deux caractéristiques que nous venons de définir, l'écart-type à la ligne droite σ et l'angle de changement de direction ι (définis aux équations 5.8 et 5.9) peuvent nous servir d'outils pour estimer la pertinence de l'hypothèse de la trajectoire droite pour chaque météore observé. En effet, une fois la trajectoire d'un météore connue, ainsi que sa longueur et sa durée, il est possible de donner une estimation de la force de Coriolis subie par l'aérolithe et du rayon de courbure de sa trajectoire. On peut ainsi estimer l'écart-type à la droite σ et le changement de direction ι pour chaque météore. Il devient alors possible de clairement quantifier la proportion de météores pour laquelle l'hypothèse d'une trajectoire droite se justifie, et la proportion de météores pour laquelle cette approximation est plus litigieuse. Les mesures de ces estimateurs que nous obtenons à partir de la campagne d'observation FRIPON seront détaillées à la section 7.1.1. Nous verrons alors que l'hypothèse de la trajectoire rectiligne est justifiée pour une très large majorité des météores que nous observons, même s'il existe quelques exceptions.

5.2 Méthode de calcul des trajectoires

5.2.1 Hypothèses de travail

Modèle de trajectoire

Les trajectoires des aérolithes sont calculées à partir des mesures faites par chaque caméra. Chacune des images permet d'obtenir la direction d'une caméra vers l'aérolithe à un instant donné. Si un aérolithe était observé à un instant précis par au moins deux caméras, ces directions mesurées permettraient la triangulation de la position du météore à cet instant.

C'est du moins ce que nous pourrions faire dans le meilleur des mondes, mais nous nous heurtons ici à un problème de taille : le manque de précision temporelle concernant la vitesse des météores. Les ordinateurs de chaque station d'observation sont mis à l'heure avec un protocole NTP qui ne garantit pas une précision temporelle meilleure que quelques millisecondes, une durée durant laquelle un aérolithe peut parcourir plusieurs centaines de mètres. À cela s'ajoute la désynchronisation des caméras. Deux caméras éloignées n'ont aucune raison de démarrer l'acquisition d'une nouvelle image au même instant : l'une peut démarrer l'acquisition d'une nouvelle image pendant qu'une autre est encore au milieu de l'acquisition de la sienne. Il faudrait installer un capteur GPS sur chaque ordinateur comme cela est fait par le *Desert Fireball Network* en Australie (SANSOM et al., 2019) où ils peuvent dater très précisément toutes leurs observations, et même synchroniser les périodes d'acquisition et d'obturation de leurs caméras.

Pour toutes ces raisons, il nous est impossible de réaliser une triangulation directe de la position du météore à un instant donné. À la place, nous devons nous contenter d'utiliser un modèle géométrique pour la trajectoire, et de trianguler, non plus la position du météore à chaque instant, mais sa trajectoire elle-même en tant qu'objet géométrique, nous débarrassant ainsi de la composante temporelle. Nous supposons donc, comme vu précédemment à la section 5.1, que le météore se déplace le long d'une ligne droite. Les mesures ne sont plus vues comme des directions vers le météore à des instants donnés, mais des directions vers différents points appartenant au même segment, segment formant la trajectoire de l'aérolithe. Le but de cette approximation est de séparer les composantes spatiale et temporelle de nos mesures. Ainsi la détermination de la trajectoire ne dépend plus que de la précision angulaire des directions mesurées. La précision de la datation des images, elle, n'intervient plus. Nous ne réintégrerons les mesures temporelles que plus tard, au chapitre 6, lorsque nous ajusterons un modèle d'interaction entre l'aérolithe et l'atmosphère.

Référentiels

Les mesures, nécessaires pour déterminer la trajectoire rectiligne le long de laquelle se déplace un aérolithe, sont donc des directions pointant des caméras vers l'objet. Ces directions doivent être exprimées dans un référentiel particulier. Nous distinguons trois référentiels distincts. Le premier est le référentiel canonique d'une caméra, dont l'axe O_z est donné par l'axe optique, et les axes O_x et O_y par le CCD. Chaque caméra possède son propre référentiel canonique. Le second est le référentiel *ITRF93*, pour International Terrestrial Reference Frame. C'est un référentiel lié à la Terre en rotation, dans lequel les caméras sont fixes. Et pour finir, le référentiel inertiel centré sur la Terre (*ECI*) *J2000*, dans lequel ce sont les étoiles qui nous servent pour les calibrations astrométriques qui sont fixes.

Les trajectoires des météores sont calculées dans le second référentiel, celui lié à la Terre en rotation. Malgré l'ajout de forces d'entraînement ajoutées par la rotation de ce référentiel, nous avons privilégié ce référentiel par rapport à un référentiel inertiel pour deux raisons.

Premièrement, dans le référentiel inertiel, les caméras sont en mouvement. À une latitude de 45° , elles voyagent à environ 330 m/s, soit de onze mètres entre chaque image prise à un trentième de seconde d'intervalle. Ce mouvement, bien que plus lent que celui de l'aérolithe, reste non négligeable. Aussi, il ré-introduit la composante temporelle de nos mesures pour le calcul des trajectoires, composante que nous voulons justement éviter, comme vu plus haut. À l'inverse, dans le référentiel en rotation, les caméras sont fixes, si bien que nous pouvons complètement oublier la composante temporelle. Déterminer la trajectoire de l'aérolithe ne devient plus qu'un problème purement spatial, et seules les mesures des directions du météore sont utilisées. Autrement dit, nous pouvons complètement séparer les composantes spatiales et temporelle de nos mesures, ce que nous voulions déjà faire en choisissant de modéliser la trajectoire par une ligne droite plutôt que de réaliser une triangulation directe. La composante temporelle ne sera réintroduite que plus tard, lorsque nous chercherons à déterminer la dynamique du météore.

Deuxièmement, l'ajout de forces d'entraînement peut certes éloigner encore un peu plus la trajectoire réelle de son modèle en ligne droite, mais nous avons vu dans les sections 5.1.5 et 5.1.6 que cet effet est finalement assez faible, la principale source de différence entre le modèle de la trajectoire droite et de la trajectoire réelle restant avant tout la gravité. On pourrait également objecter que les étoiles, qui servent à calibrer les caméras sont, elles, en mouvement dans le référentiel en rotation. La précision de nos datations est donc réintroduite de manière indirecte lors de la calibration. A cela nous pouvons répondre que la vitesse angulaire des étoiles dans le ciel est très faible : moins de 0.25 minute d'arc par seconde. Par conséquent notre précision de datation, insuffisante pour les météores, peut être considérée comme suffisante pour les mesures des positions des étoiles.

5.2.2 Calcul de l'estimateur des moindres carrés

Comme nous l'avons vu à la section 3.3.3, nos caméras peuvent présenter de grandes différences qualitatives les unes avec les autres. De plus, dans le futur, ces différences ne pourront que s'accroître, notamment avec l'ajout de nouvelles caméras provenant de constructeurs différents. La méthode d'analyse développée au long du chapitre 4 vise justement à produire une estimation réaliste des trajectoires et vitesses des météores lorsque ceux-ci sont observés par une combinaison de caméras disparates. Nous rappelons ici que nous avons défini notre estimateur des moindres carrés modifié $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ comme étant le vecteur de paramètre minimisant la somme S des carrés des résidus munis d'un certain poids :

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^{n_{cam}} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\epsilon_{ij}(\theta)^2}{(\sigma_{ij}^2 + n_i s_i^2)} \quad S(\widehat{\theta}_{\chi^2}) = \min(S(\theta)) \quad (5.10)$$

Où θ est le vecteur de paramètres caractérisant le phénomène observé (dans notre cas, la droite de la trajectoire), n_{cam} est le nombre de caméras ayant observé le météore, n_i le nombre d'images prises par la i -ème caméra, les $\epsilon_{ij}(\theta)$ sont les différences entre les mesures et les prédictions, σ_{ij} est l'écart-type de l'erreur aléatoire attendue pour la j -ème mesure de la i -ème caméra, et enfin s_i est la grandeur caractéristique de l'erreur systématique attendue pour la i -ème caméra.

Explicitons dans un premier temps le vecteur de paramètres θ . Celui-ci désigne les paramètres d'une droite dans le référentiel lié à la Terre en rotation *ITRF93*. Dans toute cette section, c'est dans ce référentiel que nous travaillerons. L'ensemble des droites d'un espace en trois dimensions est un ensemble à quatre dimensions. Le vecteur des paramètres θ est donc un vecteur de dimension quatre. Dans le cadre de l'analyse des météores observés par *FRIPON*, nous avons choisi de définir les trajectoires par quatre angles. Les deux premiers indiquent les coordonnées sphériques du point auquel le météore se trouve à 6470 km du centre terrestre, c'est-à-dire à environ 100 km d'altitude à l'équateur, et à un peu plus sous nos latitudes, du fait de l'aplatissement des pôles. Les deux autres angles donnent la direction du météore. Avec ce choix, la droite de paramètre θ est la droite d'équation paramétrique suivante :

$$\begin{aligned} x_M &= 6470 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + k \cos \theta_3 \cos \theta_4 &= x_{M_0} + ku_{x_M} \\ y_M &= 6470 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + k \sin \theta_3 \cos \theta_4 &= y_{M_0} + ku_{y_M} \\ z_M &= 6470 \sin \theta_2 + k \sin \theta_4 &= z_{M_0} + ku_{z_M} \end{aligned}$$

Chaque mesure d'une direction par une caméra définit également une droite, droite passant par la caméra et dont la direction est celle mesurée. Nous nommerons ces droites les lignes de visée. L'équation paramétrique de la ligne de visée définie par la j -ème mesure de la i -ème caméra est donnée par :

$$\begin{aligned} x_{ij} &= x_{cam_i} + kd_{x_{ij}} \\ y_{ij} &= y_{cam_i} + kd_{y_{ij}} \\ z_{ij} &= z_{cam_i} + kd_{z_{ij}} \end{aligned}$$

avec $(x_{cam_i}, y_{cam_i}, z_{cam_i})$ les coordonnées cartésiennes de la caméra dans le référentiel *ITRF93*, et $(d_{x_{ij}}, d_{y_{ij}}, d_{z_{ij}})$ le vecteur unitaire de direction obtenu à partir de la mesure de la position du météore dans l'image, comme nous l'avons vu à la section 3.3.1.

Les résidus ϵ_{ij} sont les différences entre les mesures et les prédictions. Comme nos mesures consistent en des directions, les résidus ϵ_{ij} sont des écarts angulaires donnés par :

$$\epsilon_{ij} = \arctan \left(\frac{D_{ij}}{C_i M_{ij}} \right) \quad (5.11)$$

où D_{ij} correspond à la distance minimale séparant la droite de la trajectoire supposée et de la ligne de visée, et où $C_i M_{ij}$ est la distance entre la i -ème caméra et le point appartenant à la ligne de visée la plus proche de la trajectoire du météore. Ces distances, représentées par la figure 5.10, sont données par les deux équations suivantes :

$$D_{ij} = \frac{|\overrightarrow{C_i M_0} \cdot (\vec{u} \wedge \vec{d}_{ij})|}{\|\vec{u} \wedge \vec{d}_{ij}\|} \quad (5.12)$$

$$C_i M_{ij} = \frac{|(\overrightarrow{C_i M_0} \wedge \vec{u}) \cdot (\vec{u} \wedge \vec{d}_{ij})|}{\|\vec{u} \wedge \vec{d}_{ij}\|^2} \quad (5.13)$$

où $\overrightarrow{C_i M_0}$ est le vecteur allant de la i -ème caméra au point $(x_{M_0}, y_{M_0}, z_{M_0})$.

Nous sommes désormais aptes à calculer les résidus $\epsilon_{ij}(\theta)$ de l'équation 5.10. Attardons nous à présent sur les écarts-types des erreurs aléatoires σ_{ij} . En supposant, pour une même caméra, que ces écarts-type σ_{ij} sont égaux entre eux (nous les noterons

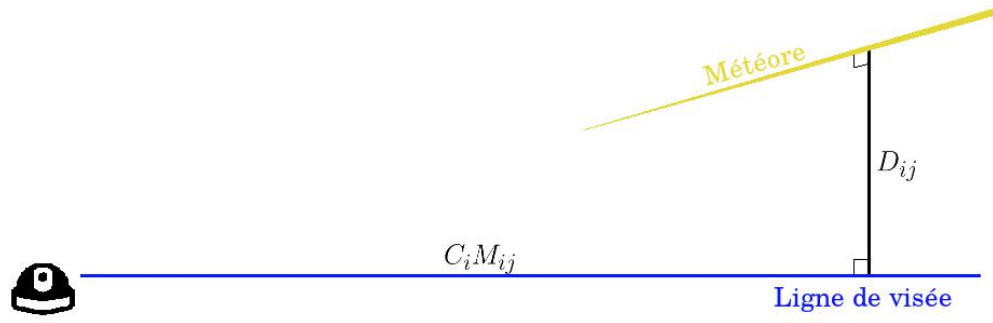


FIGURE 5.10 – Représentation schématique de la distance entre la ligne de visée et le météore D_{ij} et de la distance $C_i M_{ij}$ entre la caméra et le point sur la ligne de visée le plus proche du météore.

désormais σ_i), nous pouvons estimer leurs valeurs de la manière suivante :

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n_i - p} \min \left(\sum_{j=1}^{n_i} \epsilon_{ij}(\boldsymbol{\theta})^2 \right) \quad (5.14)$$

avec p le nombre de paramètres, c'est-à-dire la dimension de $\boldsymbol{\theta}$. Il est à noter que l'état minimisant cette somme de résidus n'a aucune raison d'être le même que celui décrit par l'estimateur $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2}$ solution de l'équation 5.10. En effet, nous ne sommes ici que les images provenant de la i -ème caméra. Les informations des autres caméras ne sont pas prises en compte car nous recherchons l'erreur aléatoire d'une caméra particulière. Les erreurs systématiques sont également négligées. On les considère négligeables par le fait que nous ne considérons plus qu'un seul instrument, et donc que les résidus mesurés seront uniquement dus aux erreurs aléatoires.

Cette dernière hypothèse, déjà abordée à la section 4.2.3, mérite qu'on y consacre une digression. Elle sera vraie si les erreurs systématiques conservent le modèle, c'est-à-dire si les mesures provenant d'une trajectoire en ligne droite, déformées par l'erreur systématique, deviennent les mesures qu'aurait données une autre trajectoire en ligne droite sans l'erreur systématique. Dans le cas contraire, l'erreur systématique ne sera pas complètement négligeable du fait de n'avoir qu'un seul instrument. Cela aura pour effet de plus ou moins surestimer l'erreur aléatoire σ_i . On peut remarquer que le même genre de surestimation peut avoir lieu si le modèle de la trajectoire droite est inexact, ce qui peut arriver, comme nous l'avons vu à la section 5.1.5, dans le cas des météores d'une durée exceptionnelle.

Mais revenons à l'estimation des écarts-types σ_i . Nous devons trouver l'état minimisant la somme des résidus des mesures provenant d'une unique caméra. Nous pouvons déjà remarquer que, avec une unique caméra, il est impossible de trianguler une trajectoire en ligne droite. En effet, toutes les trajectoires appartenant au plan contenant la position de la caméra et la trajectoire réelle du météore donneront les mêmes résidus, et seront indifférentiables. Ainsi, les données provenant d'une unique caméra ne permettent pas de déterminer une trajectoire, mais uniquement un plan par lequel passe cette trajectoire. Il n'y a donc pas un seul état minimisant les résidus, mais une infinité d'états. Le problème est dit mal posé, dégénéré. S'il n'est pas possible de déterminer une trajectoire à partir d'une unique caméra, il est par contre possible de déterminer le plan par lequel passent les lignes de visée. En effet, selon le modèle de la trajectoire droite, toutes les lignes de visée provenant d'une même caméra doivent

être coplanaires, aux erreurs près. Un tel plan dans l'espace est défini par son vecteur normal unitaire $\vec{u}_{n_i}$ et par la position de la caméra. Comme la position de la caméra est connue, il ne nous reste plus que les deux paramètres du vecteur normal unitaire à déterminer par minimisation des résidus. Pour un plan de vecteur normal unitaire $\vec{u}_{n_i}$, les résidus ϵ_{ij} sont donnés par :

$$\epsilon_{ij} = \arcsin(\vec{u}_{n_i} \cdot \vec{d}_{ij}) \simeq \vec{u}_{n_i} \cdot \vec{d}_{ij} \quad (5.15)$$

En admettant l'approximation des petits angles, le vecteur unitaire $\vec{u}_{n_i}$ de coordonnées (a, b, c) définissant le plan minimisant les résidus est la solution du système d'équations suivant (CEPLECHA, 1987) :

$$\mathbf{X}_2 a + \mathbf{X} \mathbf{Y} b + \mathbf{X} \mathbf{Z} c = 0 \quad (5.16)$$

$$\mathbf{X} \mathbf{Y} a + \mathbf{Y}_2 b + \mathbf{Y} \mathbf{Z} c = 0 \quad (5.17)$$

$$\mathbf{X} \mathbf{Z} a + \mathbf{Y} \mathbf{Z} b + \mathbf{Z}_2 c = 0 \quad (5.18)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1 \quad (5.19)$$

avec :

$$\mathbf{X}_2 = \sum_{j=0}^{n_i} d_{x_{ij}}^2 \quad \mathbf{Y}_2 = \sum_{j=0}^{n_i} d_{y_{ij}}^2 \quad \mathbf{Z}_2 = \sum_{j=0}^{n_i} d_{z_{ij}}^2 \quad (5.20)$$

$$\mathbf{X} \mathbf{Y} = \sum_{j=0}^{n_i} d_{x_{ij}} d_{y_{ij}} \quad \mathbf{X} \mathbf{Z} = \sum_{j=0}^{n_i} d_{x_{ij}} d_{z_{ij}} \quad \mathbf{Y} \mathbf{Z} = \sum_{j=0}^{n_i} d_{y_{ij}} d_{z_{ij}} \quad (5.21)$$

Il nous suffit de résoudre ce système d'équations pour chacune des caméras pour trouver leurs vecteurs $\vec{u}_{n_i}$ respectifs. Les écarts-types des erreurs aléatoires des caméras sont alors donnés par l'équation suivante :

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n_i - p} \sum_{j=1}^{n_i} \vec{u}_{n_i} \cdot \vec{d}_{ij} \quad (5.22)$$

avec le nombre de paramètres p égal à deux. Car, comme vu plus haut, ce n'est plus la trajectoire droite à quatre paramètres que nous utilisons comme modèle, mais le plan à deux paramètres contenant la caméra et les lignes de visée.

On remarque au passage que si une caméra n'a pas pris au moins trois images du météore, alors nous ne pouvons pas calculer l'écart-type de son erreur aléatoire par cette méthode. En effet, si une caméra ne prend que deux images, il existe un plan dans lequel les deux lignes de visées passent exactement, quelles que soient les erreurs sur celles-ci. Le minimum de la somme des résidus est donc nul. En général, le fait qu'une caméra n'ait que quelques images d'un météore signifie soit que le météore était extrêmement loin de cette caméra, soit qu'il était caché par un obstacle (arbre, nuage, ou autre). Dans ce genre de situation, l'information apportée par la caméra est faible et souvent faussée par des réflexions sur les nuages ou par des effets de distorsions atmosphériques. Aussi, dans le cadre de *FRIPON*, nous n'utilisons pas les caméras offrant si peu d'images. Les caméras ne détectant un météore que sur moins de quatre images sont exclues du calcul de l'estimateur des moindres carrés de la trajectoire. Les points de mesure provenant de ces caméras ne sont plus donnés qu'à titre indicatif.

Il ne nous reste plus qu'un seul type de terme à calculer pour résoudre la somme des carrés des résidus de la trajectoire 5.10, il s'agit des grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques pour chaque caméra, notées s_i .

Les erreurs systématiques sont dues à la différence entre le modèle décrivant la caméra et la réalité. Comme nous l'avons vu au chapitre 4 cette erreur systématique n'est pas nécessairement la même pour toutes les mesures. Il s'agit en réalité de la fonction qui, à toutes coordonnées (x, y, t) sur le CCD et dans le temps, associe la différence entre la direction indiquée par le modèle de distortion et la direction réelle correspondant à cette position, abstraction faite de toute erreur aléatoire. Pour connaître cette erreur systématique, il faut calculer la différence entre l'espérance des mesures prises aux coordonnées (x, y, t) et les directions réelles correspondantes. En effet l'espérance de cette mesure correspond à la mesure qu'on obtiendrait à tous les coups s'il n'y avait pas d'erreur aléatoire. Comme les directions réelles doivent être connues, nous utiliserons les mesures des étoiles.

Bien entendu, cette espérance est impossible à calculer telle quelle : il faudrait pour cela qu'un grand nombre de mesures d'étoiles soient prises exactement aux coordonnées (x, y, t) , ce qui est impossible. À la place, nous devons supposer que l'erreur systématique varie peu sur un certain voisinage $\mathcal{V}$ de la position (x, y, t) et utiliser les mesures prises dans ce voisinage. Le choix de ce voisinage est délicat : un grand voisinage englobe un grand nombre de mesures, ce qui affine la précision du calcul. Par contre, les variations de l'erreur systématique sur des échelles plus petites que le voisinage ne seront pas détectées. À l'inverse, un petit voisinage permet de rendre compte des variations sur de plus petites échelles de l'erreur systématique, mais le manque de mesures entraîne aussi une plus grande imprécision du calcul. Dans le cadre de *FRIPON*, nous utilisons toutes les étoiles mesurées dans un cercle de 100 pixels de rayon et dans le même mois que la mesure étudiée.

L'estimation de l'erreur systématique $\vec{s}_{\text{est}}$ à la position (x, y, t) est alors donnée par la moyenne des différences entre directions réelles $\vec{r}_\star$ et directions mesurées $\vec{m}_\star$ des étoiles appartenant au voisinage $\mathcal{V}$:

$$\vec{s}_{\text{est}} = \frac{1}{n_\star} \sum_{\star \in \mathcal{V}} \vec{r}_\star - \vec{m}_\star \quad (5.23)$$

Avec l'approximation des petits angles, la valeur absolue $\|\vec{s}_{\text{est}}\|$ est l'estimation de l'écart angulaire systématique entre les mesures et la réalité. Nous pouvons réaliser une estimation de ces écarts angulaires systématiques pour chacune des images du météore. Nous notons ces estimations $s_{\text{est}_{ij}}$. Nous pouvons maintenant calculer la grandeur caractéristique de l'erreur systématique s_i sur les images du météore prises par la i -ème caméra comme étant l'écart-type à zéro des écarts angulaires systématiques :

$$s_i^2 = \frac{1}{2n_i} \sum_j^{n_i} s_{\text{est}_{ij}}^2 \quad (5.24)$$

Le facteur un demi est ici présent pour convertir une variance dans un espace en deux dimensions : l'espace des directions, vers un espace en une seule dimension : l'écart angulaire au méridien formé par le météore (c'est-à-dire le méridien formé par la projection de la trajectoire droite du météore sur la sphère céleste). En effet, l'erreur systématique peut être divisée en deux composantes : une composante orthogonale au méridien défini par la trajectoire réelle du météore, et une composante parallèle à ce méridien. Seules les erreurs de mesure selon la première composante comptent. En effet, une erreur parallèle au méridien du météore ne fait que décaler la mesure le long

de ce méridien. Cela est équivalent à avoir une mesure en avance ou en retard sur la réalité, c'est-à-dire une erreur sur la mesure du temps. Or nous avons vu précédemment que nous n'utilisons pas le temps pour le calcul des trajectoires des météores. Toute erreur sur cette composante est donc sans importance, d'où le facteur 1/2 mentionné plus haut.



Il nous reste un dernier point à soulever : les cas où l'erreur systématique est trop faible pour être correctement estimée. Comme nous l'avons vu précédemment, la qualité de l'estimation $\overrightarrow{s}_{\text{est}}$ dépend du nombre d'étoiles utilisées pour la calculer. Plus précisément, la variance de $\|\overrightarrow{s}_{\text{est}}\|$ est donnée par :

$$V(\|\overrightarrow{s}_{\text{est}}\|) = \frac{\sigma_{\star}^2}{n_{\star}} \quad (5.25)$$

avec $\sigma_{\star}$ l'écart-type sur les mesures des étoiles et $n_{\star}$ le nombre d'étoiles utilisées pour l'estimation de l'erreur systématique.

Si l'erreur systématique est petite, nous pouvons nous retrouver dans une situation où l'erreur sur l'estimation $\|\overrightarrow{s}_{\text{est}}\|$ est supérieure à l'estimation elle-même. Par exemple, nous pourrions avoir $\|\overrightarrow{s}_{\text{est}}\| = 0.01 \pm 0.2$ minute d'arc. Si l'erreur systématique réelle est de l'ordre de, par exemple, 0.1 minutes d'arc, alors utiliser la valeur 0.01 reviendra à sous-estimer l'erreur systématique d'un ordre de grandeur, ce qui amènera à donner trop d'importance à cette caméra dans le calcul de la trajectoire, ainsi qu'à sous-estimer l'erreur finale sur cette dernière. Pour éviter cela, nous devons, dans cette situation, adopter une attitude pessimiste et utiliser non pas la valeur de 0.01 mais celle de 0.2 minute d'arc. Bien sûr, nous risquons toujours de nous tromper de plusieurs ordres de grandeur : peut être que l'erreur systématique est réellement de l'ordre de 0.01 minute d'arc, peut être même moins. Nous perdrons alors de la précision sur la trajectoire finale. Toutefois, dans le doute, il vaut mieux prendre le risque d'obtenir une estimation de la trajectoire moins précise mais réaliste plutôt que de prendre le risque d'obtenir une estimation précise mais faussée. Les incertitudes sur les estimations des erreurs systématiques $\|\overrightarrow{s}_{\text{est}}\|$ agissent donc comme des limites : on ne peut pas montrer que l'erreur systématique est plus faible que ces frontières.

Cette limite diminuera avec le nombre de mesures d'étoiles dans le voisinage $\mathcal{V}$. Plus ce voisinage est grand et plus la densité de mesures d'étoiles est forte, plus cette limite sera basse. La densité des mesures d'étoiles varie énormément d'une caméra à l'autre, à cause de la couverture nuageuse, la pollution lumineuse, les pannes éventuelles, la durée de la nuit, et caetera. Certaines n'auront que quelques milliers de mesures d'étoiles sur un mois, tandis que d'autres en auront jusqu'à 120000. Pour le mois de janvier 2019, la médiane se trouve aux environs de 20000 mesures. Ces mesures d'étoiles se répartissent dans un cercle d'environ 425 pixels de rayon. Le voisinage que nous avons choisi, un cercle de 100 pixels de rayon, contiendra, en moyenne, un peu plus de cinq pour cent des mesures, soit 1000 dans le cas médian.

De plus cette limite est proportionnelle à l'écart-type des mesures des étoiles. Comme nous l'avons vu à la section 3.3.3 ainsi qu'à la figure 3.7, l'écart-type des mesures des étoiles est de l'ordre de 2.6 minutes d'arc. On peut donc s'attendre, avec notre choix de voisinage, à des limites légèrement inférieures à un dixième de minute d'arc, ainsi qu'à de grosses variations de cette valeur limite d'une caméra à l'autre.

5.2.3 Vérification et correction a posteriori des résultats

Dans la section précédente, nous avons vu comment nous calculions les écarts-types des erreurs aléatoires σ_i et les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i pour chacune des caméras observant un météore. Ces valeurs sont nécessaires au calcul des poids que nous accordons à chaque mesure dans le calcul de la somme des carrés des résidus présentée à l'équation 5.10. La trajectoire rectiligne minimisant cette somme de résidus pondérés est notre estimation de la trajectoire du météore.

Dans cette section, nous allons voir différentes méthodes servant à vérifier que les valeurs σ_i et s_i calculées a priori sont cohérentes avec le résultat final obtenu. Cette section se base sur les principes déjà abordés à la section 4.2.3.

Une première vérification consiste à calculer la variance entre les mesures et l'estimateur des moindres carrés pour chaque caméra. Pour la i -ème caméra, nous pouvons calculer la variance des résidus :

$$V_i(\epsilon_{ij}) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \epsilon_{ij} \left(\widehat{\theta}_{\chi^2} \right)^2 \quad (5.26)$$

Cette variance doit être, en ordre de grandeur, proche de la somme $\sigma_i^2 + s_i^2$. Elle peut s'en éloigner car, de la même manière qu'il peut arriver qu'une mesure s'éloigne de son espérance d'une distance équivalente à deux voire trois fois son écart-type, l'erreur systématique peut s'éloigner de sa grandeur caractéristique. Toutefois, cet éloignement normal est limité. Si la variance des résidus d'une caméra s'éloigne anormalement de la valeur attendue, cela peut être le signe que l'erreur sur cette caméra est sous-estimée. Cela peut arriver pour différentes raisons. Comme nous l'avons vu dans la section 5.2.2, nous utilisons les étoiles observées durant le même mois et dans un cercle de cent pixels de rayon autour de la position du météore pour estimer les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i . Ainsi, toutes les variations systématiques entre le modèle et la réalité se réalisant sur une échelle plus petite que celle de ce voisinage seront sous-estimées. Par exemple, si la caméra se trouve sur une structure métallique se dilatant et se contractant avec la température selon un rythme journalier, alors l'erreur systématique occasionnée par ce phénomène sera peu visible, car une journée est bien plus courte qu'un mois. Une autre source d'erreurs systématiques non-détectée est le fait que nous recherchons les erreurs systématiques sur les étoiles situées (relativement aux météores) à l'infini. Cela a pour effet de cacher toutes les erreurs provenant du placement des caméras. Si la position géographique d'une caméra est mal connue de seulement une trentaine de mètres, cela entraîne une erreur d'une minute d'arc sur un météore situé à cent kilomètres. Il est particulièrement aisé de faire une erreur de quelques dizaines de mètres sur le placement d'une caméra, en particulier en altitude. Une caméra peut se trouver en haut d'un bâtiment dont la hauteur a mal été estimée, ou bien dans une région montagneuse, où il peut être difficile de connaître l'altitude précise d'un point particulier. Avec quelques 150 caméras installées, et le même nombre de responsables locaux, il serait utopique d'imaginer que toutes les positions des caméras sont correctes au mètre près. En réalité, il faut s'attendre à ce que certaines soient décalées de quelques dizaines de mètres, voire plus dans certains cas.

Ainsi, si nous nous retrouvons dans ce type de situation, où la variance V_i des mesures provenant d'une caméra est plus importante que prévue, signe que l'erreur systématique est sous-évaluée, nous pouvons calculer une nouvelle estimation de cette

grandeur caractéristique de l'erreur systématique de la manière suivante :

$$s_{i_{new}}^2 = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \epsilon_{ij} \left(\widehat{\theta}_{\chi^2} \right)^2 - \sigma_i^2 \quad (5.27)$$

De cette manière, nous avons bien $V_i = \sigma_i^2 + s_{i_{new}}^2$. Il nous faut ensuite recalculer la meilleure trajectoire avec ces nouvelles valeurs. Comme nous avons ré-estimé la grandeur caractéristique de l'erreur systématique d'une ou plusieurs caméras, cette nouvelle estimation de la trajectoire sera légèrement différente de la précédente et, par conséquent, les résidus également. Nous pouvons alors de nouveau vérifier la cohérence entre résidus obtenus et résidus attendus, et de nouveau faire une ré-estimation de la grandeur caractéristique de l'erreur systématique si cela se montre nécessaire. Ce processus est répétable jusqu'à satisfaction, c'est-à-dire jusqu'à ce que, pour chaque caméra, les variances des résidus soient inférieures à une limite fixée arbitrairement.

Nous avons vu à la section 4.2.3 que, à condition que chaque caméra prenne un nombre suffisamment grand d'images, cette valeur arbitraire peut s'écrire sous la forme :

$$V_i \leq \sigma_i^2 + K^2 s_i^2 \quad (5.28)$$

Dans le cadre de *FRIPON*, nous utilisons $K = 3$. Cela signifie que nous considérons que la grandeur caractéristique de l'erreur systématique d'une caméra est certainement sous-estimée lorsque l'écart-type observée sur cette caméra dépasse d'un facteur trois cette grandeur. Par analogie, cela revient à se méfier de mesures se trouvant à plus de trois σ d'une valeur moyenne.

Nous avons également vu dans cette section que cette vérification a posteriori de l'erreur systématique ne peut se faire que s'il y a plusieurs appareils mesurant le phénomène étudié. S'il n'y en a pas assez, alors il n'est pas possible de vérifier la cohérence des mesures de ces différents appareils entre elles. Dans le cadre de l'observation des météores, cela signifie que cette étape de vérification a posteriori des résultats ne peut se faire que pour les météores ayant été vus par au moins trois caméras. En effet, il faut au minimum un couple de caméras pour calculer une seule trajectoire. Cette trajectoire sera l'intersection des deux plans minimisant chacun la somme des carrés des résidus d'une des deux caméras, plans dont nous avons déjà parlé à la section 5.2.2. Sans une troisième caméra (portant le nombre de couples de caméras de un seul à trois), il ne sera pas possible de vérifier si les erreurs systématiques estimées a priori sont cohérentes ou pas. De fait, les météores vus par uniquement deux caméras seront moins bien contraints que les autres, car on ne pourra pas éliminer la possibilité que des erreurs systématiques aient été sous-estimées. Cette situation est représentée schématiquement à la figure 5.11.

5.2.4 Construction d'un espace de paramètres adapté et calcul de la variance de la trajectoire estimée

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, l'estimateur des moindres carrés $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ est indépendant du système de paramètres utilisés. Autrement dit, quelle que soit la manière dont nous choisissons d'exprimer la trajectoire, l'estimateur des moindres carrés nous donnera systématiquement la même. Par contre, cet estimateur n'est pas obligatoirement optimal et non biaisé pour tous les espaces de paramètres. Ainsi, si l'estimation de la trajectoire obtenue reste la même quel que soit le système de paramètres, ce ne sera pas le cas du biais et de l'erreur sur cet estimateur.

Pour notre recherche de la meilleure trajectoire, nous définissons la trajectoire par un point $(x_{M_0}, y_{M_0}, z_{M_0})$ situé à 6470 kilomètres du centre terrestre (ou 100 kilomètres

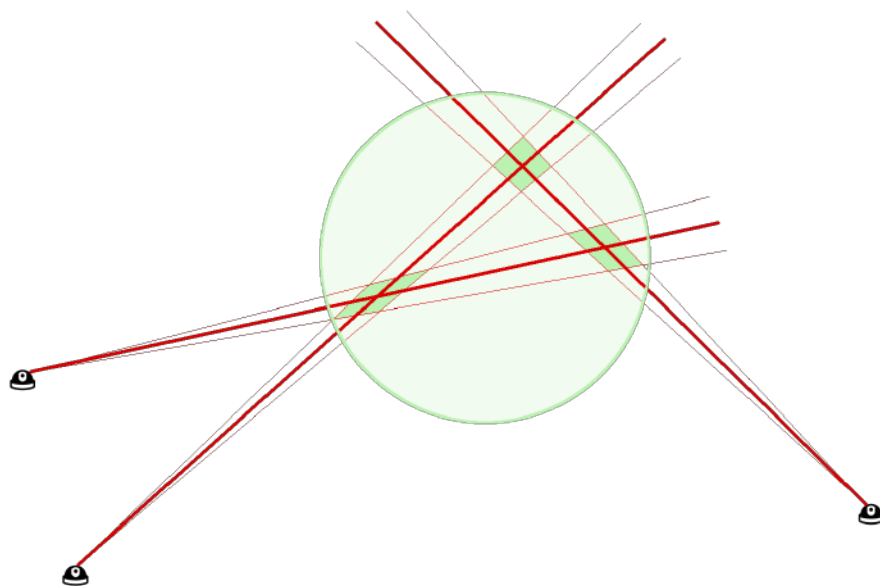


FIGURE 5.11 – Représentation schématique d'une triangulation à l'aide de trois caméras. Chaque caméra mesure une direction (ligne rouge épaisse) avec une certaine erreur estimée a priori (ligne rouge fine). Chaque couple de caméras permet donc de délimiter un intervalle de confiance (vert foncé) de la position de l'objet triangulé. Mais seule la combinaison des trois permet de constater que ces erreurs estimées a priori sont certainement sous-évaluées. Ce constat permet ensuite de re-calcule un intervalle de confiance plus réaliste (vert clair).

d'altitude), et d'un vecteur unitaire $(u_{x_M}, u_{y_M}, u_{z_M})$ donnant la direction. Cela définit un système de quatre paramètres, les normes de ces deux vecteurs étant fixées (voir l'introduction de la section 5.2.2 pour plus de précision).

Ce système de paramètres est déjà quasiment optimal, au sens de la définition donnée à la section 4.1.2, du moins tant que les écarts angulaires entre les mesures et les prédictions sont suffisamment faibles pour qu'on puisse utiliser l'approximation des petits angles. Par contre, il n'est pas forcément le plus intéressant pour exprimer ou représenter les erreurs. En effet, le point d'encrage M_0 de la trajectoire peut être très éloigné des points observés du météore. Dans ces cas, une petite variation du vecteur direction $\vec{u}$ devra être compensée par un déplacement de forte amplitude du point M_0 pour que les prédictions restent proches des mesures. Autrement dit, les paramètres de la droite seront fortement corrélés entre eux, ce qui n'est pas idéal.

Pour créer un système de paramètres moins corrélés entre eux, nous procédons de la manière suivante : nous définissons la droite par deux points dans l'espace : un point de début M_d et un point de fin M_f de la trajectoire. Ces deux points sont eux-mêmes définis comme suit :

$$\overrightarrow{M_{d_{\chi^2}} M_d} = x_1 \cdot \vec{u}_a + x_2 \cdot \vec{u}_b \quad (5.29)$$

$$\overrightarrow{M_{f_{\chi^2}} M_f} = x_3 \cdot \vec{u}_a + x_4 \cdot \vec{u}_b \quad (5.30)$$

où $M_{d_{\chi^2}}$ et $M_{f_{\chi^2}}$ sont respectivement le premier et le dernier point observé du météore considérant la trajectoire estimée par moindres carrés comme vraie. Les deux vecteurs $\vec{u}_a$ et $\vec{u}_b$ sont deux vecteurs unitaires respectant les propriétés suivantes : ils sont tous deux orthogonaux au vecteur direction $\vec{u}_{\chi^2}$ de la trajectoire estimée par

moindres carrés. Ils sont également orthogonaux entre eux. Autrement dit, les trois vecteurs $(\vec{u}_a, \vec{u}_b, \vec{u}_{\chi^2})$ forment une base orthonormale de l'espace en trois dimensions. Les quatre nouveaux paramètres définissant les droites sont (x_1, x_2, x_3, x_4) . Ce système de paramètres est représenté schématiquement par la figure 5.12.

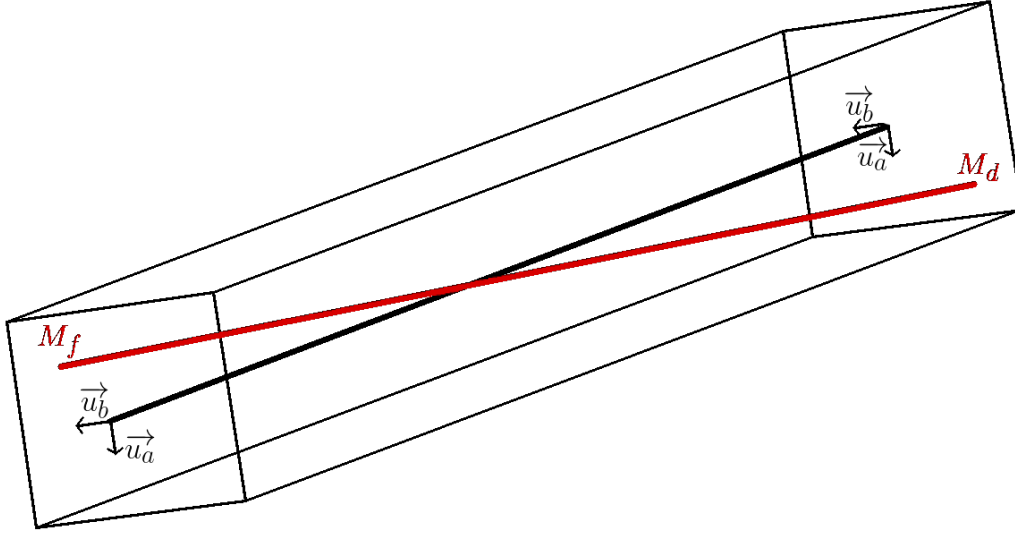


FIGURE 5.12 – Représentation de l'espace des paramètres adapté à un météore particulier. La trajectoire estimée par moindres carrés est en noir. Toute autre trajectoire peut être écrite comme étant la trajectoire passant par les points M_d et M_f appartenant aux plans orthogonaux à la trajectoire estimée et contenant respectivement son premier et son dernier point.

Nous pouvons faire plusieurs remarques concernant ce système de paramètres. Premièrement, ce système de paramètres est lié à un unique météore. Toute nouvelle observation d'un nouveau météore conduira à définir un nouveau système de paramètres spécifiquement pour celui-ci. L'estimateur des moindres carrés de la trajectoire sera toujours exprimé par le vecteur $(0,0,0,0)$ dans son système de paramètres spécifique.

Deuxièmement, ce système de paramètres reste, comme le précédent, quasiment optimal tant que l'approximation des petits angles est valide.

Troisièmement, les points servant à définir la droite, M_f et M_d encadrent au plus près les points observés, ce qui évite que les quatre paramètres (x_1, x_2, x_3, x_4) soient inutilement sur-corrélés, comme c'était le cas avec le système de paramètres précédent.

Quatrièmement, ce système de paramètres nous offre une représentation facilement lisible des mesures et de la trajectoire. En effet, nous pouvons écrire les lignes de visée, dont les équations paramétriques sont définies dans l'introduction de la section 5.2.2, dans le système de coordonnées $(M_{f_{\chi^2}}, \vec{u}_a, \vec{u}_b, \vec{u}_{\chi^2})$. En projetant ces lignes dans le plan orthogonal à $\vec{u}_{\chi^2}$ et passant par $M_{f_{\chi^2}}$ ou par $M_{d_{\chi^2}}$ (cela ne change rien), toutes les lignes de visée provenant d'une même caméra s'alignent entre elles (aux erreurs près). De plus, toutes les lignes de visée se croisent approximativement au point de coordonnées $(0,0)$, c'est-à-dire sur l'axe de l'estimateur des moindres carrés de la trajectoire (toujours aux erreurs aléatoire et systématique près). La figure 5.13 montre un exemple concret de ce type de représentation.

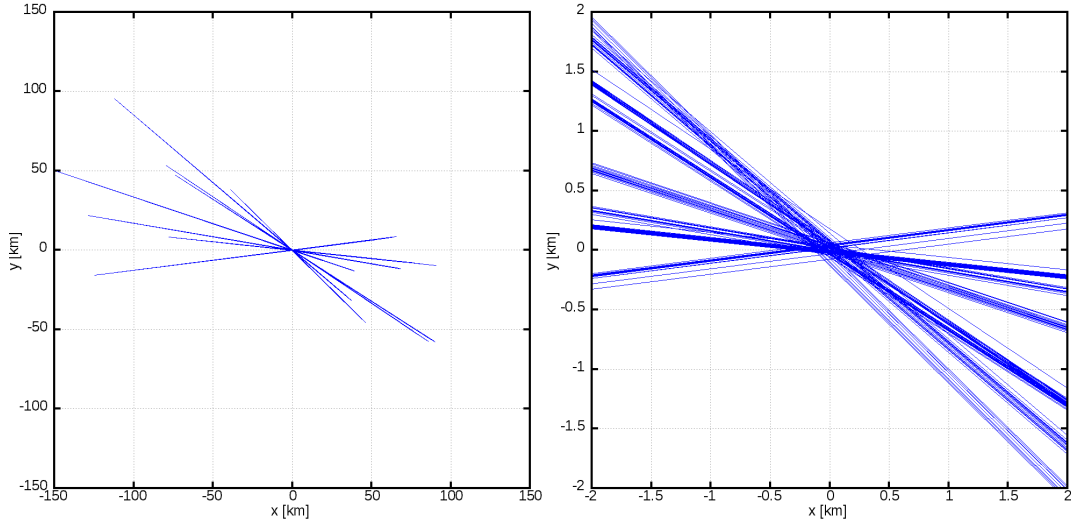


FIGURE 5.13 – Projection des lignes de visée dans le plan orthogonal à la trajectoire estimée. Ce météore est tombé le 10 janvier 2019 à 04 :18 :37 UT et a été observé par huit caméras *FRIPON*. Nous faisons remarquer au lecteur que si les lignes de visée provenant d’une même caméra semblent parallèles les unes aux autres dans le graphe de droite, il n’en est rien. Cette impression est due au fait que l’écart angulaire entre ces lignes n’est que de quelques minutes d’arc au plus (l’ordre de grandeur des erreurs de mesures). Cette représentation des mesures permet, de manière similaire au schéma présenté en figure 5.11, de repérer facilement une caméra ne pointant pas vers le même point que les autres, à cause d’erreurs systématiques.

Nous pouvons calculer la matrice de covariance de l’estimateur de la trajectoire dans cet espace de paramètres. L’intégrale permettant le calcul des termes de la matrice de covariance peut être trouvée dans la section 4.2.1, et plus précisément à l’équation 4.27. Nous calculons numériquement cette intégrale à l’aide d’un tirage aléatoire et uniforme de N_{mc} vecteur de paramètres $\vec{x}$, c’est-à-dire un algorithme de type Monte-Carlo :

$$V_{kl} = \frac{\sum^{N_{mc}} x_k x_l \exp\left(\frac{-S(\vec{x})}{2}\right)}{\sum^{N_{mc}} \exp\left(\frac{-S(\vec{x})}{2}\right)} \quad (5.31)$$

avec $S(\vec{x})$ la somme des résidus décrite par l’équation 5.10. Nous pouvons enfin calculer les écarts-types de chacun des paramètres (x_1, x_2, x_3, x_4) comme étant les racines des termes diagonaux V_{ll} de la matrice de covariance.

Nous pouvons également en déduire les frontières des intervalles de confiance. En combinant les équations 4.26 et 4.28, nous obtenons l’équation de la frontière de l’intervalle de confiance γ :

$$\vec{x}^T \mathbf{V}^{-1} \vec{x} = \mathcal{K}_\gamma \quad (5.32)$$

avec $\mathcal{K}_\gamma$ une constante caractérisant la frontière de l’intervalle de confiance γ . Cette constante est donnée par l’équation 4.29.

5.3 Exemple de réduction d’une trajectoire de météore

Dans cette section, nous allons montrer pas à pas un exemple de réduction de la trajectoire d’un aéroлите. Nous allons utiliser le météore passé le 10 janvier 2019 à

04 :18 :37, dont nous nous étions déjà servi pour illustrer la projection des lignes de visée dans le plan orthogonal à la trajectoire estimée à la figure 5.13. Ce météore a été observé par huit caméras du réseau *PRISMA* (GARDIOL, CELLINO et DI MARTINO, 2016) en Italie qui fonctionne en symbiose avec *FRIPON*. Les caméras de ce réseau sont de la même sorte que celle de *FRIPON*, et leurs données sont rapatriées vers le serveur de Marseille de la même manière que les nôtres. Cet évènement concerne les stations suivantes : Alessandria, Barolo, Bedonia, Felizzano, Fina Ligure, Genova, Piacenza et Pino Torinese (voir carte 5.15).

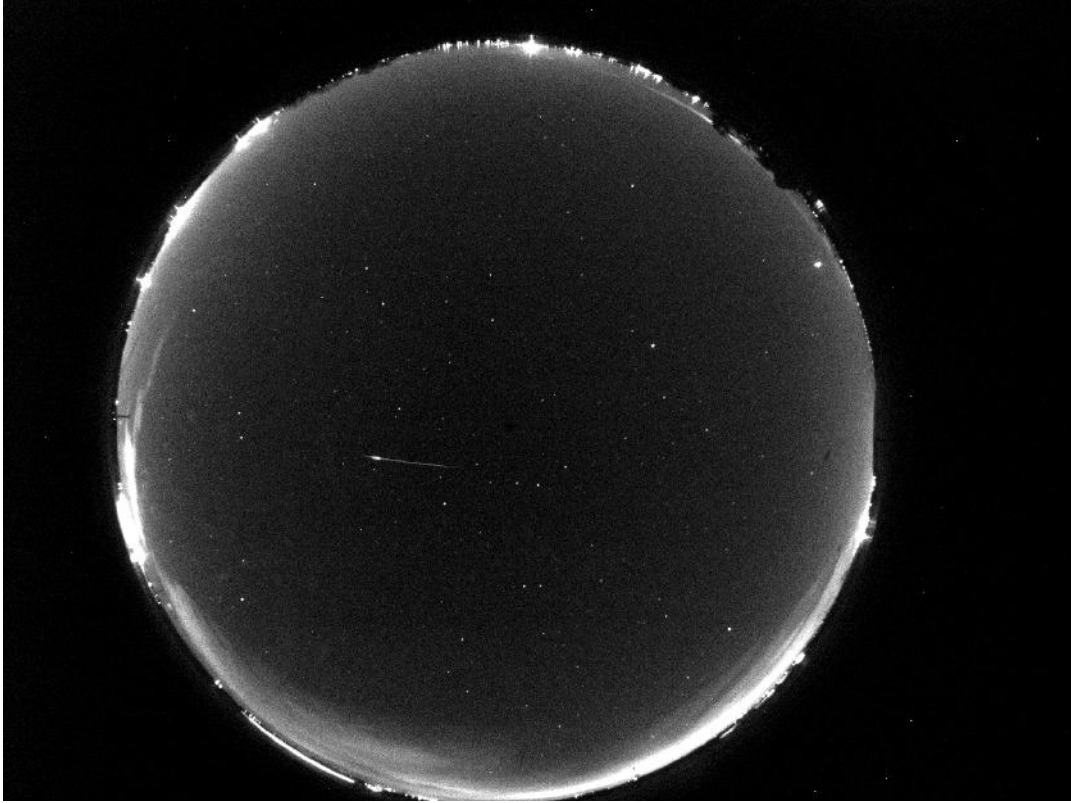


FIGURE 5.14 – Image du météore du 10 janvier 2019 à 04 :18 :37 UTC, vu depuis la station de Felizzano. Cette image est composée de la somme des images vidéos du météore, ainsi que de l'image à longue pose prise environ deux minutes après le passage du bolide.

5.3.1 Estimation de la trajectoire du météore du 10 janvier 2019

Chacune des huit caméras ayant observé le météore fournit des mesures de positions (x_{ij}, y_{ij}, t_{ij}) du météore sur leurs CCDs respectifs. Grâce à la calibration des caméras que nous avons étudiée à la section 3.3.2, nous pouvons convertir chacun des couples (x_{ij}, y_{ij}) en un vecteur unitaire $\vec{d}_{ij}$ donnant la direction du météore observé depuis la caméra dans le référentiel lié à la Terre en rotation *ITRF93*. Les caméras étant fixes par rapport à la Terre, les mesures du temps t_{ij} n'interviennent pas ici. Ces mesures sont montrées à la figure 5.16. Cette figure montre également les mesures d'étoiles ayant servi à la calibration, ainsi que les résidus sur ces mesures. C'est en intégrant, dans le voisinage du météore, les erreurs sur ces étoiles que nous estimons les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i des huit caméras, comme nous l'avons vu aux équations 5.23 et 5.24. À l'aide des vecteurs direction $\vec{d}_{ij}$, nous estimons l'erreur aléatoire σ_i de chaque caméra en comparant les vecteurs provenant

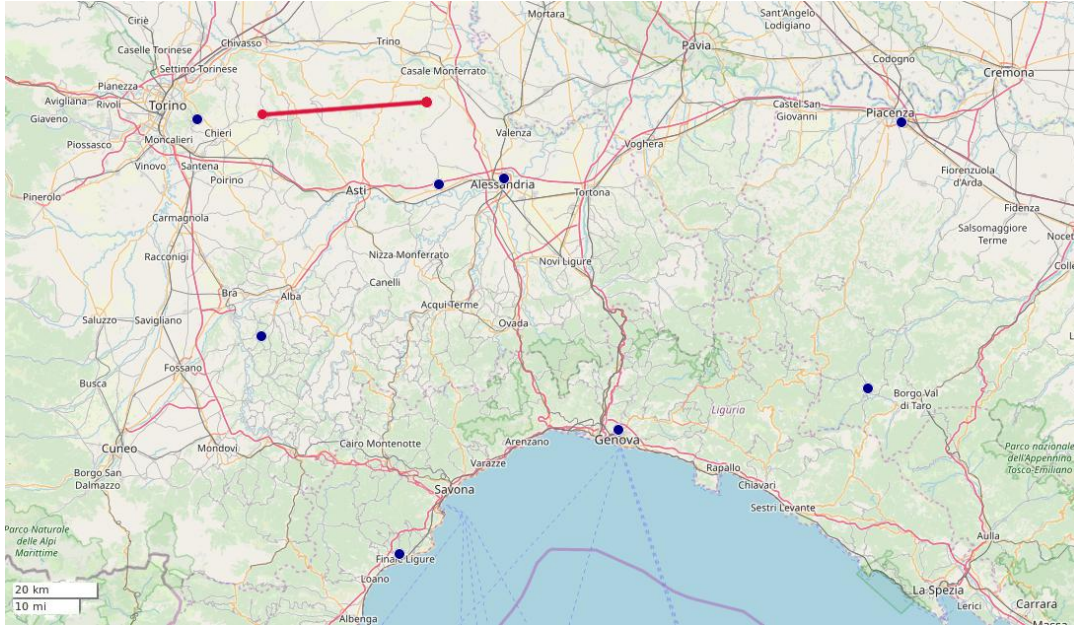


FIGURE 5.15 – Carte de la détection du météore du 10 janvier 2019 à 04 :18 :37. Les huit caméras *PRISMA* (GARDIOL, CELLINO et DI MARTINO, 2016) ayant détecté le météore sont représentées par les points bleus. Le météore se déplaçant d’est en ouest est représenté en rouge.

d’une caméra au plan se rapprochant le plus de ceux-ci (les vecteurs directions provenant d’une même caméra devant tous être coplanaires, abstraction faite des erreurs sur les mesures). L’expression des σ_i en fonction des vecteurs $\vec{a}_{ij}$ est donnée par l’équation 5.22 à la section 5.2.2. On utilise ces valeurs pour réaliser une première estimation de la trajectoire en minimisant la somme des carrés des résidus 5.10. On utilise ensuite l’inégalité 5.28 afin de vérifier si les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i sont bien cohérentes avec les résidus minimaux obtenus. On trouve alors que les erreurs systématiques sont probablement sous-estimées pour quatre caméras : Piacenza, Pino Torinese, Felizzano et Alessandria. Nous réévaluons alors les erreurs systématiques pour ces caméras. Ces nouvelles valeurs, $s_{i_{new}}$ sont calculées à l’aide de l’équation 5.27. Il ne nous reste plus qu’à minimiser une seconde fois la somme des carrés des résidus 5.10 avec ces nouveaux poids, ce qui nous donne notre estimation finale de la trajectoire. Toutes les valeurs abordées ci-dessus sont récapitulées dans le tableau 5.1. Les résidus entre les mesures et la seconde trajectoire estimée sont montrés par la figure 5.17. Cette figure montre clairement qu’une erreur aléatoire d’espérance nulle ne suffit pas à expliquer ce type de résidus. Prendre en considération la présence d’erreurs systématiques est donc indispensable pour obtenir un estimateur le moins biaisé possible et des incertitudes réalistes.

Cette trajectoire estimée démarre à 8.3391° de longitude Est, 45.0701° de latitude Nord, et 101.498 kilomètres d’altitude. Elle se termine à 7.9454° de longitude, 45.0502° de latitude et 78.440 kilomètres d’altitude. Elle s’étire sur une longueur de 39.059 kilomètres, pour une durée de 0.83 secondes, ce qui est assez caractéristique de la population de météores observés par le réseau *FRIPON*, comme nous le verrons à la section 7.1.1.

Comme nous l’avons vu aux sections 5.1.5 et 5.1.6, la trajectoire réelle d’un météore n’est pas exactement droite. Elle se courbe sous l’influence de la gravitation et de la force de Coriolis. Connaissant la trajectoire et la vitesse d’un météore, nous

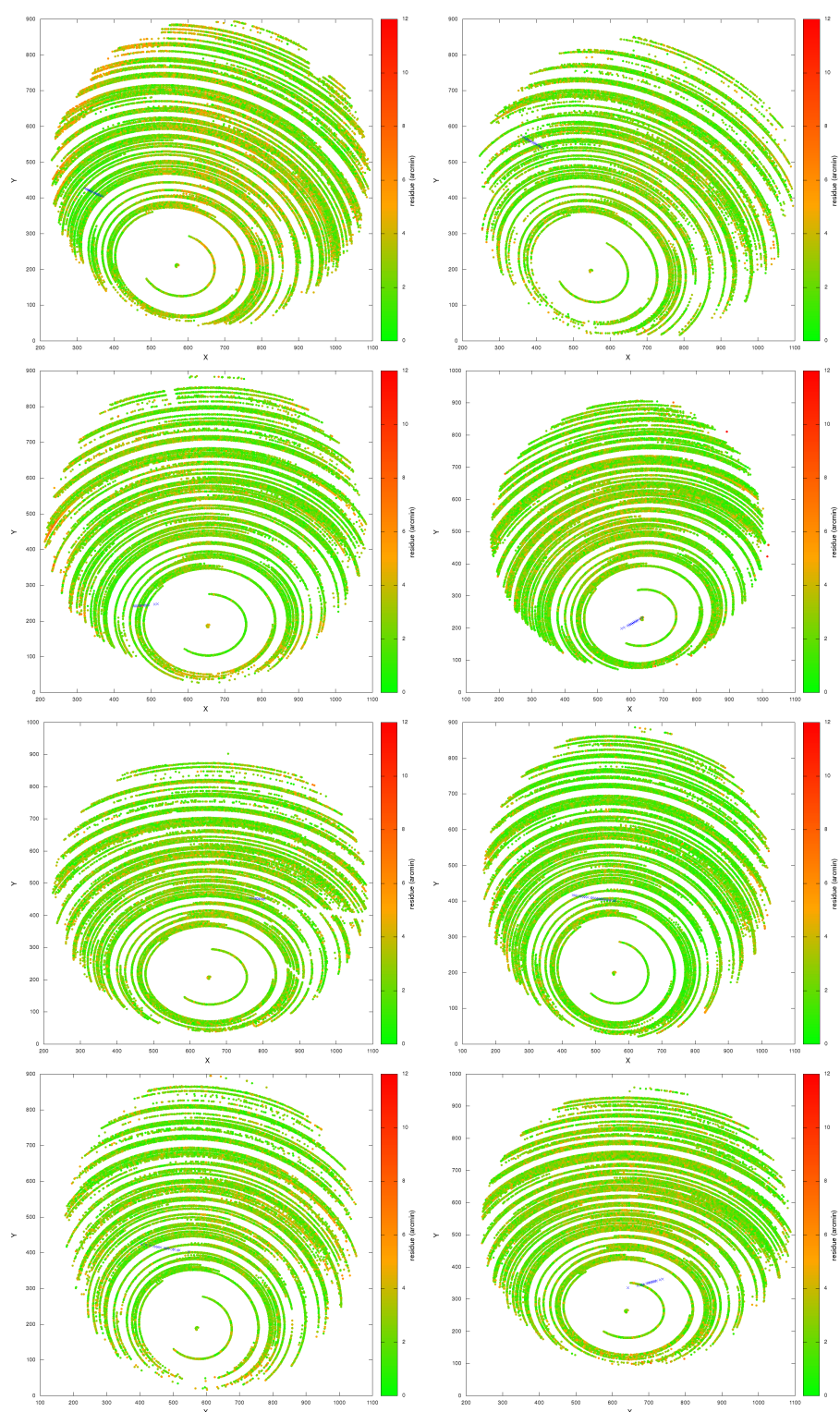


FIGURE 5.16 – Mosaique des observations du météore du 10 janvier 2019 à 04 :18 :37 UT par les caméras (de haut en bas et de gauche à droite) de Bedonia, Piacenza, Genova, Finale Ligure, Pino Torinese, Felizzano, Alessandria et Barolo. Le météore est représenté en bleu. Les points de couleur montrent les étoiles ayant servi à la calibration des caméras, la couleur indiquant les différences entre les positions mesurées et les positions réelles des étoiles.

Station	n_i	σ_i	s_i	$\sqrt{V_i}$	$s_{i_{new}}$	$\sqrt{V_{i_{new}}}$
Bedonia	16	0.460'	0.159'	0.643'	-	0.593'
Piacenza	17	0.636'	0.318'	1.154'	0.963'	1.112'
Genova	13	0.497'	0.725'	0.483'	-	0.471'
Finale Ligure	14	0.638'	0.457'	1.086'	-	1.213'
Pino Torinese	9	1.084'	0.126'	1.985'	1.663'	2.058'
Felizzano	20	0.620'	0.215'	0.934'	0.698'	1.130'
Alessandria	16	0.777'	0.257'	2.126'	1.979'	2.104'
Barolo	15	0.587'	0.132'	0.676'	-	0.630'

TABLE 5.1 – Tableau récapitulatif du calcul de la trajectoire du météore du 10 janvier 2019 à 04 :18 :37 UT. Ce tableau indique les nombres de mesures par caméra n_i , les écarts-types des erreurs aléatoires σ_i , les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i . La colonne $\sqrt{V_i}$ donne les racines des variances des résidus (c'est-à-dire leurs écarts-types) pour la trajectoire calculée à l'aide des poids a priori. Les deux dernières colonnes indiquent les nouvelles grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques corrigées a posteriori, ainsi que les racines des variances des résidus pour la nouvelle trajectoire obtenue avec ces valeurs corrigées.

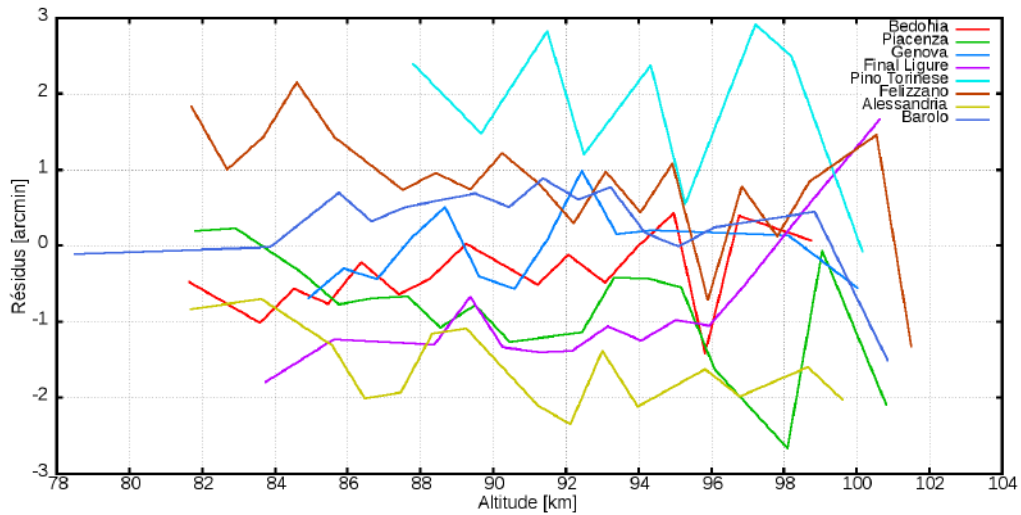


FIGURE 5.17 – Résidus finaux entre les mesures et la trajectoire estimée du météore du 10 janvier 2019 à 04 :18 :37 UT en fonction de l'altitude et pour les différentes caméras impliquées. Les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques utilisées sont les nouvelles $s_{i_{new}}$.

pouvons, à l'aide de l'équation 5.1, calculer le rayon de courbure induit par ces forces. Nous pouvons ensuite calculer la différence caractéristique en mètres entre le modèle de la trajectoire droite et la trajectoire courbée, ainsi que l'angle de changement de direction. Ces deux grandeurs sont définies par les équations 5.7 et 5.9. Elles sont illustrées par la figure 5.9. Pour le moment, nous nous contenterons simplement du rapport entre longueur et durée du météore pour estimer la vitesse moyenne de l'aérolithe. Pour le météore présentement étudié, cela nous donne une vitesse V_{moy} de 47 kilomètres par seconde. Nous verrons dans les chapitres suivants comment étudier plus précisément la vitesse d'un aérolithe. Avec ces valeurs, nous obtenons un rayon de courbure d'environ 168 milliers de kilomètres, soit plus de 26 fois le rayon de courbure

de la surface terrestre. Cela nous donne une différence caractéristique entre la ligne droite et la trajectoire courbée de moins de 0.5 mètre, et un angle de changement de direction de 0.47 minute d'arc.

Nous pouvons constater que, pour ce météore, la courbure est complètement indétectable par nos instruments. Nous aurions pu envisager que la différence entre les résidus attendus et les résidus obtenus lors de la première estimation de la trajectoire ne viennent non pas d'une sous-estimation de l'erreur systématique pour certaines caméras, mais de la différence entre le modèle de trajectoire rectiligne et la trajectoire réelle courbée. Nous pouvons désormais certifier que ce n'était pas le cas, et que ces différences provenaient bel et bien d'une sous-estimation des erreurs systématiques.

5.3.2 Incertitudes et intervalles de confiance de la trajectoire du météore du 10 janvier 2019

Examinons à présent les incertitudes sur la trajectoire estimée dans la section précédente. Nous allons commencer, comme nous l'avons vu à la section 5.2.4, par construire un espace de paramètres adapté à cette trajectoire particulière. Cet espace est défini par les points $M_{d_{\chi^2}}$ et $M_{f_{\chi^2}}$ de début et de fin de la meilleure trajectoire estimée, dont les positions géographiques sont données dans la section précédente 5.3.1, ainsi que par deux vecteurs unitaires $\vec{u}_a$ et $\vec{u}_b$ perpendiculaires entre eux ainsi qu'avec l'axe $\overrightarrow{M_{d_{\chi^2}}M_{f_{\chi^2}}}$. Toute trajectoire peut alors être exprimée par quatre paramètres (x_1, x_2, x_3, x_4) comme étant la droite passant par deux points M_d et M_f dont les positions sont celles des points $M_{d_{\chi^2}}$ et $M_{f_{\chi^2}}$ plus une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}_a$ et $\vec{u}_b$, comme nous l'avons défini à l'équation 5.29 et illustré par la figure 5.12. Par construction, les vecteurs $(\vec{u}_a, \vec{u}_b)$, associés au vecteur unitaire donnant la direction de la trajectoire estimée $\vec{u}_{\chi^2}$, forment une base orthonormée. Il existe une infinité de combinaisons de vecteurs $(\vec{u}_a, \vec{u}_b)$ respectant ces conditions. Par convention, nous choisissons la solution telle que $\vec{u}_a$ soit orthogonal à $\vec{u}_x$, le premier vecteur de la base orthonormée canonique du référentiel *ITRF93*. Cela nous donne :

$$\vec{u}_a = \frac{\vec{u}_{\chi^2} \wedge \vec{u}_x}{|\vec{u}_{\chi^2} \wedge \vec{u}_x|} \quad \vec{u}_b = \frac{\vec{u}_{\chi^2} \wedge \vec{u}_a}{|\vec{u}_{\chi^2} \wedge \vec{u}_a|} \quad (5.33)$$

Pour calculer les termes de la matrice de covariance de la trajectoire, nous tirons aléatoirement et uniformément des jeux de paramètres (x_1, x_2, x_3, x_4) selon un algorithme dit de Monte-Carlo. Pour chacune de ces trajectoires, nous pouvons calculer la somme des carrés des résidus 5.10, puis finalement calculer les termes V_{kl} de la matrice de covariance décrite par l'équation 5.31. Pour notre météore du 10 janvier 2019, nous trouvons la matrice de covariance suivante (exprimée en mètres carrés) :

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 6982 & -1201 & -4831 & 812 \\ -1201 & 402 & 747 & -252 \\ -4831 & 747 & 6240 & -997 \\ 812 & -252 & -997 & 297 \end{pmatrix} \quad (5.34)$$

Les termes diagonaux de cette matrice sont les variances des quatre paramètres (x_1, x_2, x_3, x_4) . Les racines de ces variances nous donnent leurs écarts-types :

$$\sigma_{x_1} = 84\text{m} \quad \sigma_{x_2} = 20\text{m} \quad \sigma_{x_3} = 79\text{m} \quad \sigma_{x_4} = 17\text{m} \quad (5.35)$$

Notre trajectoire est donc précise à quelques dizaines de mètres près, avec une bien meilleure précision selon un axe que selon l'autre.

Nous pouvons obtenir une meilleure idée de notre précision en dessinant les intervalles de confiance. La frontière d'un intervalle de confiance est donnée par l'équation 5.32. Ces frontières sont caractérisées par une unique grandeur positive notée $\mathcal{K}_\gamma$. Cette grandeur dépend de la confiance γ (comprise entre 0 et 1) et du nombre de paramètres, quatre dans notre cas. Son équation est donnée par l'intégrale 4.29.

Si nous voulons, par exemple, l'intervalle à 68% de confiance de notre système, $\mathcal{K}_\gamma$ vaudra environ 4.71950. Cet intervalle de confiance est représenté par la figure 5.18. On y voit une ellipse très aplatie, signe que la précision pour cet évènement est effectivement bien meilleure selon un axe particulier, et à l'inverse pauvre sur un autre.

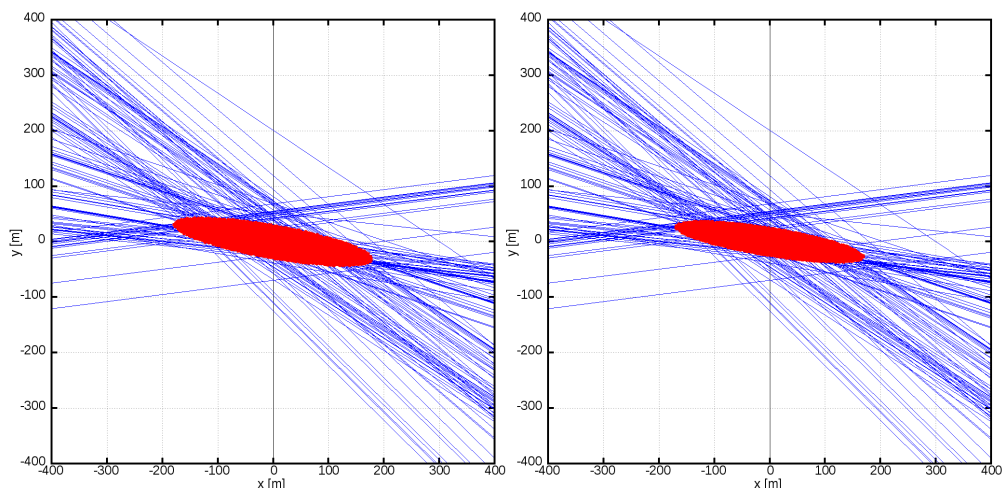


FIGURE 5.18 – Intervalle de confiance à 68% des trajectoires, représenté par sa projection sur l'espace des points de départ M_d à gauche et sur l'espace des points de fin M_f à droite. Les lignes de visée sont représentées à la manière de la figure 5.13.

Un détail pourra intriguer le lecteur non averti : les frontières de cet intervalle à 68% de confiance vont bien au delà des écarts-types présentés en 5.35. Par exemple, le point de départ de la trajectoire M_d peut s'éloigner de sa position optimale de plus de 150 mètres le long de l'axe $\vec{u}_d$ sans pour autant quitter l'intervalle de confiance, et ce malgré l'écart-type σ_{x_1} de seulement 84 mètres. Autrement dit, malgré le fait que le paramètre x_1 ait 68% de chance de se trouver dans l'intervalle $[-84; 84]$, l'hyper-ellipsoïde à 68% de confiance contient des trajectoires pour lesquelles x_1 dépasse largement cette valeur. Cela peut sembler contre intuitif, pourtant ce comportement est bel et bien normal, comme nous allons le voir.

Prenons l'hyper-parallélépipède rectangle centré sur 0 et dont les côtés sont de longueurs $2\sigma_{x_1}$, $2\sigma_{x_2}$, $2\sigma_{x_3}$ et $2\sigma_{x_4}$. Abstraction faite des corrélations entre ces quatre paramètres, la probabilité que la trajectoire réelle se trouve effectivement dans cet hyper-parallélépipède sera de 0.68^4 , soit environ 21%. L'hyper-ellipsoïde à 68% de confiance ne peut donc qu'être plus grand que cet hyper-parallélépipède, et cela sera d'autant plus vrai que le nombre de paramètres augmente. Ainsi, les frontières d'un intervalle à 68% de confiance ne doivent pas être assimilées aux écart-types des paramètres, cette assimilation n'étant juste que dans le cas d'un système à un seul paramètre. Cette erreur d'interprétation est d'autant plus facile lorsque le nombre de paramètres dépasse 3, la difficulté liée à la représentation ajoutant une nouvelle source de confusion.

Chapitre 6

Dynamique des météores

Dans ce chapitre, nous nous concentrerons sur l'interaction entre les aérolithes et l'atmosphère. Nous utiliserons les mêmes hypothèses que dans les chapitres précédents, à savoir que la trajectoire du météore est une ligne droite, négligeant complètement les forces de gravitation et de Coriolis. Nous considérons donc l'interaction avec l'atmosphère comme étant l'unique force subie par les aérolithes. Nous chercherons à connaître l'évolution de la vitesse et de la masse de ces objets durant leur entrée atmosphérique.

6.1 Modélisation

6.1.1 Introduction

La modélisation des interactions entre l'atmosphère et l'aérolithe est essentielle. Elle permet de déterminer, à partir des observations, la vitesse initiale et la masse de l'aérolithe, ainsi que la possibilité de survie d'une météorite. Sans modèle d'interaction avec l'atmosphère, il est donc impossible de retrouver l'orbite du météoroïde avant qu'il n'entre en collision avec la Terre.

Les aérolithes arrivent sur Terre avec une très grande énergie cinétique massique, entre 60 et 2600 mégajoules par kilogramme. Pour donner un ordre de grandeur, il suffit d'une vingtaine de mégajoules pour vaporiser un kilogramme de silice (LIM et al., 2002). Durant leur passage à travers l'atmosphère terrestre, les aérolithes dissipent la quasi totalité de cette énergie cinétique.

Cette énergie cinétique se transforme via une multitude de processus : chauffage de l'air ambiant et de la surface de l'aérolithe, ionisation, dissociation de molécules, éclatement de la structure de l'aérolithe (fragmentation) ou encore changement d'état (fusion ou vaporisation). Comme on peut s'en douter à la vue de la liste énumérée ci-dessus, l'interaction entre l'atmosphère et l'aérolithe peut être extrêmement complexe. Certains de ces processus, comme la vaporisation, peuvent avoir lieu continûment durant le trajet de l'aérolithe, tandis que d'autres, comme les fragmentations, ont lieu par à-coups (CAMPBELL-BROWN, 2019).

Une partie de l'énergie chauffe et ionise l'atmosphère proche en la transformant en un plasma de plus de 10000 Kelvin. Cette énergie est en partie évacuée du système par l'émission spectrale du plasma (désexcitation des atomes) et dans une moindre mesure par son rayonnement de corps noir. Le rapport entre l'énergie cinétique perdue par l'aérolithe à un instant t et l'énergie lumineuse émise est appelé l'efficacité lumineuse. Ce rapport est décrit par HALLIDAY, GRIFFIN et BLACKWELL, 1981 et surtout par BROWN et al., 2002.

Une observation d'un météore via des caméras peut nous donner deux types d'informations : la position de l'aérolithe au cours du temps, et l'énergie lumineuse émise au cours du temps. Toutefois nous n'utiliserons pas cette dernière : nous avons vu à

la section 3.3.4 que les mesures de la luminosité ne sont pas de très bonne qualité. Il arrive même que nos images soient saturées pour les météores les plus brillants, comme on peut le voir à la figure 6.1. L'apport de nouveaux photomètres bien plus précis au réseau *FRIPON*, actuellement en cours de prototypage, pourrait changer cela à l'avenir (RAULT et COLAS, 2019). Pour le moment, nous nous concentrons sur l'étude des aérolithes par l'observation de leur position au cours du temps.

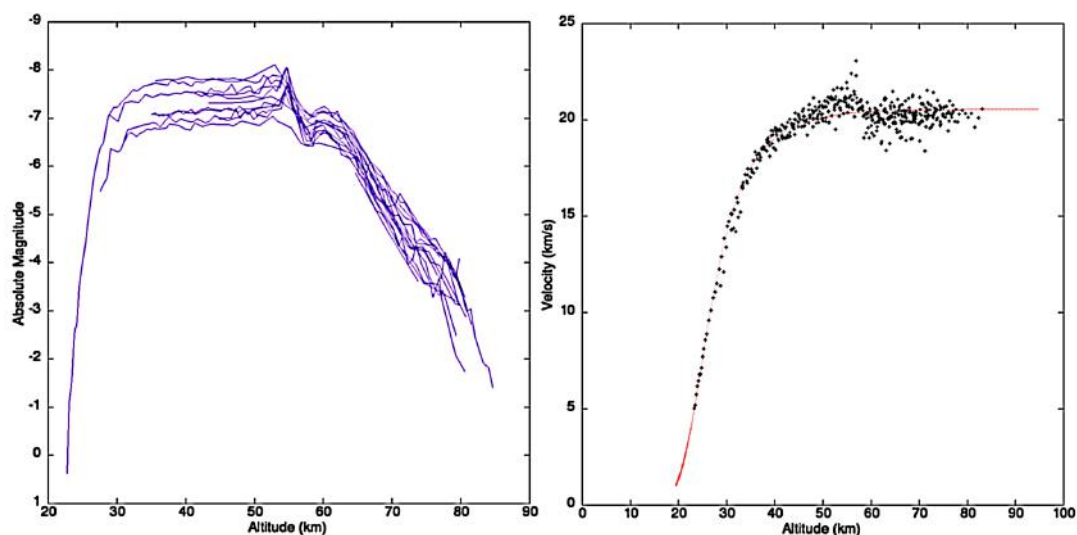


FIGURE 6.1 – Chute de Sceautes du 27 février 2019. On remarque un sursaut lumineux sur la courbe de lumière (figure de gauche) vers 50 km d'altitude, on voit également à la même altitude (figure de droite) une irrégularité de la vitesse du météore. On interprète ces irrégularités comme une fragmentation qui crée une augmentation de la section efficace de l'objet et donc un plus grand freinage et un sursaut de luminosité. Le plateau de luminosité est dû, quant à lui, à la saturation du CCD lorsque le météore devient trop brillant.

L'ensemble des interactions entre les aérolithes et l'atmosphère peut être très complexe à modéliser. Une modélisation réaliste et précise requerrait une très bonne connaissance des phénomènes mis en jeu, ce que nous n'avons pas, notamment à cause du fait que les conditions extrêmes d'une entrée atmosphérique ne sont pas encore reproductibles en laboratoire. Les expériences en laboratoire, telles celles de DROUARD et al., 2018, ne parviennent qu'à produire des flux de 10 km/s dans une atmosphère très peu dense (équivalente à 80 km d'altitude). Il nous manque donc toute une gamme de vitesses et de densités pour pouvoir complètement étudier les différents processus à l'œuvre, ce qui explique la relative méconnaissance actuelle à leur propos.

Par ailleurs, même si nous disposions d'une connaissance parfaite des processus de vaporisation, d'ionisation et de fragmentation pour tous types de matériaux dans tout type de condition de densité d'air et de vitesse, un tel modèle resterait pratiquement inutilisable. En effet, pour réaliser une prédiction, un tel modèle exigerait une très bonne connaissance de l'aérolithe lui-même : sa composition, sa forme, sa structure, ses inhomogénéités, et caetera. Autrement dit, ce type de modèle admettrait un très grand nombre de paramètres. Or, faire des estimations en utilisant un modèle comportant beaucoup de paramètres exige des mesures d'une très grande précision.

Pour pallier ces difficultés, il est habituel dans le domaine de l'étude des météores d'utiliser des modèles très simplifiés. Nous-mêmes nous utiliserons un modèle n'exigeant que trois paramètres, et malgré cette simplicité nous verrons à la section 7.1.1 que ces trois paramètres ne sont pas toujours tous estimables pour tous les météores.

6.1.2 Modèle de freinage et d'ablation

Pour modéliser les interactions entre aéroлите et atmosphère, nous nous baserons sur des principes physiques simples qui sont ceux traditionnellement utilisés dans la recherche sur les météores, comme dans les travaux de BRONSHTEIN, 1983, de TURCHAK et GRITSEVICH, 2014 ou encore de JEANNE et al., 2019. Ces principes physiques sont les suivants : premièrement, nous considérons que la quantité de mouvement perdue par la matière de l'aéroлите durant un laps de temps dt est proportionnelle à la quantité de mouvement de l'air impactant l'aéroлите durant ce laps de temps. Le volume d'air rencontré par l'aéroлите est $SVdt$, avec S la surface efficace de l'aéroлите et V sa vitesse. La quantité de mouvement de cet air sera donc de $\rho_a SV^2 dt$, avec ρ_a la masse volumique de l'atmosphère. Nous obtenons ainsi notre première équation, traditionnellement exprimée comme suit, avec c_d le coefficient de traînée aérodynamique (d à cause du terme anglais *drag*) :

$$M \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} c_d \rho_a S V^2 \quad (6.1)$$

De la même manière, nous considérons que la perte de masse de l'aéroлите durant un laps de temps dt est proportionnelle au rapport entre l'énergie cinétique de l'air impactant l'aéroлите $0.5 \rho_a S V^3 dt$, et une enthalpie H . Cette enthalpie représente l'énergie nécessaire pour retirer une unité de masse de matière à l'aéroлите. Comme il existe plusieurs mécanismes capables de retirer de la masse (vaporisation, ionisation, fragmentation, et caetera), nous parlons de manière générale "d'enthalpie de destruction". Cela nous donne, avec c_h le coefficient de transfert thermique :

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{c_h}{H} \rho_a S V^3 \quad (6.2)$$

Nous avons donc nos deux équations fondamentales décrivant l'évolution d'un aéroлите à travers l'atmosphère. Malheureusement, ce système d'équations n'est pas solvable en l'état. Pour résoudre ce système, il nous manque en effet une équation décrivant l'évolution de la surface S . Commençons par étudier un cas simple : le cas où l'aéroлите est homogène et conserve sa forme tout au long de son trajet. Il change bien évidemment de taille, mais ses proportions sont fixes. Dans ce cas, sa surface S est proportionnelle à $M^{\frac{2}{3}}$. Nous généralisons cette loi en introduisant un coefficient de changement de forme μ :

$$\frac{S}{S_0} = \left(\frac{M}{M_0} \right)^\mu \quad (6.3)$$

avec S_0 et M_0 la surface initiale et la masse initiale de l'aéroлите. Notre système d'équation devient alors :

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{c_d S_0}{M_0} \rho_a V^2 m^{(\mu-1)} \quad (6.4)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{c_h S_0}{H M_0} \rho_a V^3 m^\mu \quad (6.5)$$

avec m la masse normalisée M/M_0 . En divisant la seconde équation par la première, on obtient une nouvelle équation différentielle :

$$\frac{dm}{dV} = \frac{c_h}{c_d H} V m \quad (6.6)$$

En supposant que les coefficients c_d , c_h et H sont constants, on peut résoudre analytiquement cette équation. Cela nous permet d'exprimer la masse de l'aérolithe en fonction de sa vitesse :

$$m = \exp\left(\frac{c_h}{2c_d H}(V^2 - V_0^2)\right) \quad (6.7)$$

avec V_0 la vitesse initiale de l'aérolithe. En ré-injectant cette expression de la masse dans l'équation 6.4, nous obtenons finalement une unique équation différentielle décrivant la décélération de l'aérolithe au cours du temps :

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{c_d S_0}{M_0} \rho_a V^2 \exp\left(\frac{c_h(1-\mu)}{2c_d H}(V_0^2 - V^2)\right) \quad (6.8)$$

Ainsi, pour un aérolithe se déplaçant le long d'une trajectoire pourvue d'un profil de densité de l'air $\rho_a(x)$ donné, il est possible de décrire complètement l'évolution de sa vitesse au cours du temps uniquement à l'aide de trois paramètres : sa vitesse initiale V_0 , un paramètre de freinage A et un paramètre d'ablation B :

$$A = \frac{c_d S_0}{M_0} \quad B = \frac{c_h S_0}{H M_0} (1 - \mu) \quad (6.9)$$

L'équation 6.8 se ré-écrit alors :

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} A \rho_a V^2 \exp\left(\frac{B}{2A}(V_0^2 - V^2)\right) \quad (6.10)$$

En ajoutant à ces trois paramètres un quatrième, le coefficient de changement de forme μ , notre modèle prédit également l'évolution de la masse de l'aérolithe au cours du temps grâce à l'équation 6.7. Cette équation se ré-écrit :

$$m = \exp\left(\frac{B}{2A(1-\mu)}(V^2 - V_0^2)\right) \quad (6.11)$$

Ce système de deux équations à quatre paramètres (V_0, A, B, μ) forme notre modèle complet, prédisant l'évolution de la vitesse et de la masse de l'aérolithe au cours du temps. Il est possible de le réduire à uniquement la première équation et aux trois paramètres (V_0, A, B) , ce modèle réduit ne prédisant plus que l'évolution de la vitesse de l'aérolithe, mais pas celle de sa masse. Comme nous n'utiliserons que la position de l'aérolithe au cours du temps, seuls les paramètres V_0 , A et B pourront être calculés. Si nous disposions en plus de mesures précises de la luminosité, nous pourrions également déterminer le paramètre μ .

6.1.3 Limites de ce modèle

Nous disposons à présent d'un modèle décrivant l'évolution de la vitesse d'un aérolithe le long d'une trajectoire droite. Ce modèle est décrit par l'unique équation différentielle 6.10 à trois paramètres (V_0, A, B) . Il peut être complété par l'équation 6.11 et par un quatrième paramètre μ afin de prédire également l'évolution de la masse de l'objet.

Toutefois, ce modèle est relativement simpliste, et il possède certaines limites. En effet, nous avons fait plusieurs hypothèses discutables pour construire ce modèle, à commencer par le fait de considérer que les coefficients de traînée c_d et de transfert thermique c_h sont supposés constants. S'il est couramment admis que le coefficient de traînée ne dépend plus de la vitesse pour les objets se déplaçant bien plus vite que

la vitesse du son, ce qui est le cas des météores, cela ne garantit pas pour autant la continuité du coefficient de traînée. En effet, le coefficient de traînée dépend également de la forme de l'aérolithe. Si celui-ci conserve sa forme, c'est-à-dire si le coefficient de changement de forme μ est égal à $2/3$, alors le coefficient de traînée sera effectivement constant.

La situation est encore pire pour le coefficient de transfert thermique c_h . Le considérer comme étant constant revient à considérer que l'ablation de l'aérolithe est un phénomène continu. Si cette approximation est certainement valide pour certains processus destructifs comme la vaporisation, elle l'est beaucoup moins pour d'autres comme la fragmentation. Les aérolithes, même les plus petits, subissent des fragmentations. C'est ce que montre CAMPBELL-BROWN, 2019 avec des images à haute résolution angulaire (voir la figure 6.2). Cette fragmentation est observée même sur de petits aérolithes de 1 mm. Ils perdent donc de la masse non seulement de manière continue, par vaporisation, mais aussi par à-coups. Ainsi, l'approximation de l'ablation continue sera mise à mal. Si on peut encore l'utiliser dans le cas où les fragments ont des faibles dimensions devant celles de l'aérolithe, elle devient injustifiable lors d'une fragmentation cassant l'aérolithe en deux ou trois corps de masse semblable.

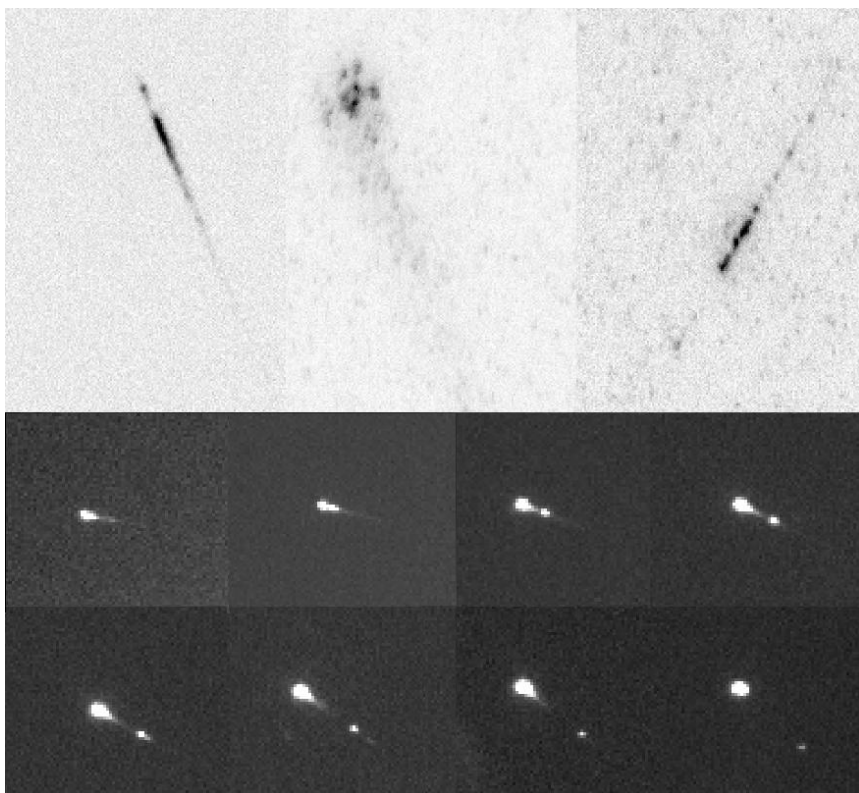


FIGURE 6.2 – La plupart des météores se fragmentent comme l'ont montré les observations du réseau à haute résolution Canadien CAMO (CAMPBELL-BROWN, 2019) (image du haut), on le voit également sur de plus gros objets comme lors de la chute du 8 septembre 2019, ici sur des images de la caméra de Caen (image du bas).

On peut faire le même type de reproche à l'équation 6.3, qui suppose une certaine constance du changement de forme de l'aérolithe, ce qui est bien loin du concept de cassures erratiques avec des changements brutaux de forme générale de l'objet comme le montre par exemple la météorite d'Agen (voir la figure 6.3). La diversité de formes

que montrent les météorites de la chute d'Orgueil est encore plus parlante (voir figure 6.4).



FIGURE 6.3 – Météorite d'Aën tombée le 5 octobre 1814, on remarque les traces de plusieurs fragmentations qui ont produit des plans et des arêtes de ruptures partiellement émoussées par une ablation tardive.

Bien sûr, malgré toutes ses limites, ce modèle reste utile, car même s'il ne rend pas compte de toute la complexité de la physique des météores, il n'est pas non plus une simple formule mathématique. Une exponentielle ou un polynôme "*sans conscience n'est que ruine de l'âme*" (RABELAIS, 1532). Contrairement au simple polynôme nous servant de modèle de distorsion des caméras all-sky (voir section 3.3), dont l'utilité est purement prédictive, sans aucune prétention à la compréhension de l'optique des caméras, l'utilisation de ce modèle de décélération résulte d'un compromis entre prédiction et compréhension (KRIVINE, 2018).

Ce compromis, comme bien souvent, résulte à la fois des réalités matérielles de nos instruments et de l'état de l'art aujourd'hui. Par exemple, spécifiquement à cause de l'absence de synchronisation entre nos caméras, nous avons dû séparer les données spatiales et temporelles de nos mesures, afin de résoudre séparément les trajectoires des météores d'un côté et leurs dynamiques de l'autre. Les modèles utilisés ont donc été choisis en considérant cette exigence.

De même, le problème des évolutions réalistes des différents coefficients est extrêmement complexe, tant est si bien qu'il n'y a pas encore véritablement de consensus à ce sujet. Construire un modèle réaliste est donc particulièrement difficile aujourd'hui. Et même si un tel modèle réaliste était accessible, il resterait certainement inutilisable, nos mesures n'étant pas assez précises pour rendre compte de cette complexité.

Ce modèle, certes simpliste, permet de simuler et de prédire, à partir du relativement peu de paramètres, le comportement d'un aérolithe. En comparant ces prédictions à des observations, on peut en déduire des estimations de quelques caractéristiques de l'aérolithe, et pas juste de simples paramètres mathématiques vides de sens. Bien sûr, les prédictions de ce modèle simple doivent être prises en connaissance de cause. Par exemple, le coefficient de transfert thermique c_h constant devient, par le fait, un coefficient d'efficacité moyenne des phénomènes d'ablation et de fragmentation. Ainsi, si notre modèle nous permet d'estimer, comme nous le verrons plus loin, la masse initiale, la masse finale ou encore la solidité d'un aérolithe, l'interprétation de

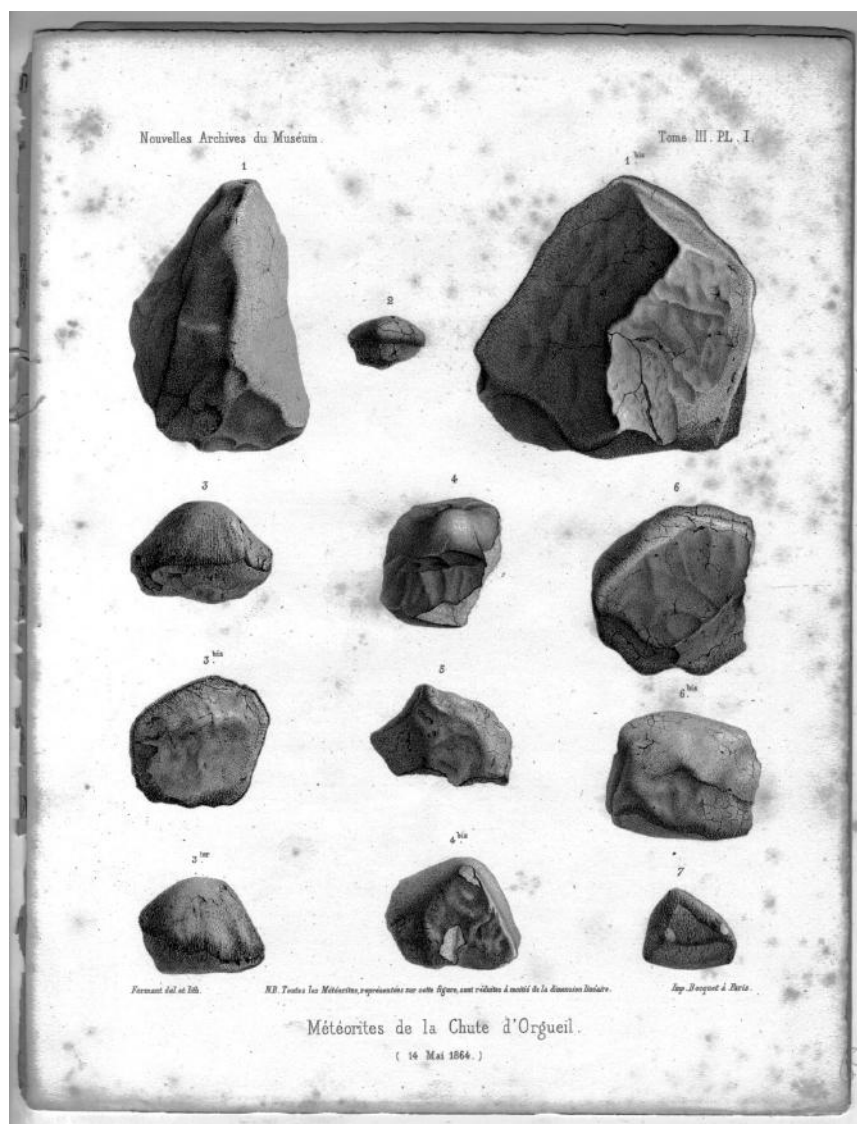


FIGURE 6.4 – La chute d'Orgueil le 14 mai 1864 a produit de nombreuses météorites. On remarque la diversité de formes montrant des formes typiques de fragmentation avec des surfaces planes et des arêtes émoussées (1,2) ou montrant une orientation fixe lors de l'entrée atmosphérique (2,3,4). © MNHN - Direction des collections - Bibliothèque centrale

ces estimations devra être faite en toute intelligence pour éviter toute surinterprétation hasardeuse.

6.1.4 Propriétés remarquables de ce modèle

Dans cette section, nous nous attarderons sur différentes propriétés du modèle dynamique décrit à la section 6.1.2.

Masse initiale

Commençons par nous attarder sur le paramètre régissant l'efficacité du freinage de l'aérolithe, $A = \frac{c_d S_0}{M_0}$. Ce paramètre donne la surface efficace d'interaction avec l'air par unité de masse inertielle de l'aérolithe initial, en mètres carrés par kilogramme. En notant F_0 le paramètre de forme initiale, et ρ la densité de l'aérolithe, nous pouvons réécrire A comme suit :

$$A = \frac{c_d F_0}{\rho^{\frac{2}{3}} M_0^{\frac{1}{3}}} \quad M_0 = \frac{F_0^3 c_d^3}{\rho^2 A^3} \quad (6.12)$$

avec le paramètre de forme initial F_0 défini comme étant le rapport entre la surface initiale et le volume initial à la puissance deux tiers. Ce paramètre de forme est sans dimension. Il sera de 1 pour un cube, ou encore de environ 1.209 pour une sphère. De manière générale, un facteur de forme réaliste sera supérieur à celui d'une sphère et inférieur à 2. La valeur 1.5 est régulièrement utilisée dans les travaux sur les météores (JACCHIA, VERNIANI et BRIGGS, 1965).

Ainsi, après avoir déterminé, via des observations, le paramètre A , il est possible, moyennant l'hypothèse d'une forme F_0 , d'une densité ρ et d'un coefficient de traînée c_d , d'estimer une masse initiale M_0 . Toutefois, il est important de noter que cette masse est extrêmement dépendante des choix de F_0 , c_d et ρ .

Ainsi, choisir un coefficient de traînée de 2, à la manière de BELLOT RUBIO et al., 2002 au lieu de 1 à la manière de BRONSHTEIN, 1983, revient à multiplier les masses estimées par un facteur 8. Pour la densité il s'avère que DROUARD et al., 2019, après une recherche extensive de météorites dans le désert d'Atacama, a montré que l'immense majorité des météorites retrouvées sont des chondrites avec une densité moyenne de 3.5. Le lecteur attentif argumentera par exemple que les météorites carbonées ne seront pas retrouvées plusieurs centaines de milliers d'années après leur chute dans le désert d'Atacama, ce qui est parfaitement exact, mais les chondrites restent majoritaires (DROUARD, 2019) et (HALLIDAY, BLACKWELL et GRIFFIN, 1989). Comme le montrent CONSOLMAGNO et al., 2006 il faut également tenir compte de la porosité du matériau. Si la densité des grains varie de 3.2 à 3.7, celle de la météorite varie de 2.9 à 3.5. Il est clair qu'à l'intérieur de ces fourchettes on retrouve 95 % des météorites (WEISBERG, MCCOY et KROT, 2006). Bien entendu, la diversité de densité des aérolithes ne peut être que supérieure à la diversité des météorites.

Une estimation de la masse initiale d'un aérolithe n'a donc pas de sens si on ne donne pas en même temps les hypothèses de freinage aérodynamique, de densité et de forme qui ont été utilisées. De même, si on souhaite utiliser et comparer les caractéristiques de météores observés par plusieurs équipes, il est important de vérifier quelles hypothèses chaque équipe a utilisées, afin de les harmoniser. Une équipe pourrait mesurer un flux de matière interplanétaire impactant la Terre de masse dix fois supérieure à la mesure d'une autre équipe, sans pour autant que leurs résultats soient incohérents entre eux.

Dans le cadre de cette thèse, nous choisirons constamment une densité de 3500 kg/m^3 , un coefficient de traînée c_d de 1 et le paramètre de forme F_0 d'une sphère 1.209. Si le lecteur préfère en considérer d'autres, il lui suffit de multiplier toutes les masses que nous mentionnerons par le facteur adéquat.

Masse finale

Après nous être attardés sur la masse initiale, examinons à présent plus en détail l'évolution de masse normalisée $m = M/M_0$ au cours du temps. Cette masse normalisée est connue grâce à l'équation 6.7, que nous avons réécrite comme 6.11. La première forme de cette équation dépend des coefficients de traînée aérodynamique c_d , de transfert thermique c_h , et de l'enthalpie massique de destruction H , trois paramètres particulièrement difficiles à connaître individuellement. La seconde forme ne dépend que des quatre paramètres (V_0, A, B, μ) , dont les trois premiers sont déterminables par l'observation de la décélération du bolide.

En effet, comme nous l'avons déjà remarqué, l'équation différentielle 6.10 du mouvement de l'aérolithe ne dépend que des trois paramètres (V_0, A, B) , si bien que l'observation du mouvement du météore permet de les déterminer. Par contre, l'équation du mouvement de l'aérolithe est complètement indépendante du coefficient de changement de forme μ (celui-ci étant déjà inclus dans le paramètre B). On est donc obligé de faire une hypothèse sur ce coefficient. Si on considère que l'aérolithe conserve sa forme, c'est-à-dire qu'il s'évapore uniformément sur toute sa surface, alors $\mu = 2/3$. S'il s'évapore uniquement sur la surface face au flux d'air, alors $\mu = 0$ (la surface efficace d'interaction avec l'air S est alors constante). Ces deux cas sont représentés, pour un aérolithe initialement cubique, par la figure 6.5. De manière générale, on considérera que μ peut prendre n'importe quelle valeur entre ces deux cas particuliers.

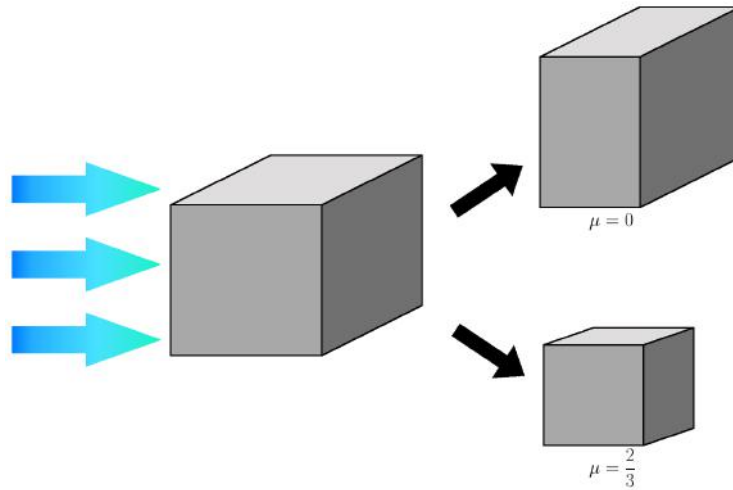


FIGURE 6.5 – Évolution de la forme d'un aérolithe cubique soumis à un flux de d'air provenant de la gauche, pour un coefficient de changement de forme $\mu = 2/3$ et $\mu = 0$

Le choix de μ a un effet très important sur la masse normalisée, en particulier lorsque celle-ci devient faible. Pour les deux valeurs limites $\mu = 2/3$ et $\mu = 0$, on a $m_{\mu=2/3} = m_{\mu=0}^3$. Ainsi, le choix d'un coefficient de changement de forme μ proche de zéro sera un choix optimiste concernant la survie de l'aérolithe pendant sa traversée de l'atmosphère. À l'inverse, μ proche de deux tiers sera un choix pessimiste.

Mais revenons à l'équation de la masse normalisée sous sa première forme 6.7. La première chose qui sautera aux yeux du lecteur, c'est le fait que cette équation ne dépend plus du tout de la densité de l'atmosphère ρ_a . En effet, une fois admise les approximations de notre modèle, la masse normalisée m ne dépend plus que des coefficients de traînée aérodynamique c_d et de transfert thermique c_h , ainsi que du ratio entre l'énergie cinétique massique déjà perdue par le bolide $V^2 - V_0^2$, en joule par kilogramme, et son enthalpie massique de destruction H . Que cette énergie cinétique ait été perdue dans une atmosphère épaisse, comme celles de la Terre ou de Titan, ou dans une atmosphère ténue telle celle de Mars, cela n'a aucune importance. Bien entendu, ce résultat est à mitiger. En effet, un bolide traversant une atmosphère plus épaisse subira également une pression dynamique plus forte. Sa structure subissant de plus fortes contraintes, il subira plus de fragmentations. Comme nous l'avons vu à la section 6.1.3, notre modèle considère que la perte de masse d'un aérolithe se fait de manière continue. Il ne rend donc pas compte des effets de fragmentation. En utilisant ce modèle sur des données réelles, les fragmentations sont absorbées par le coefficient c_h , qui devient un coefficient d'efficacité moyenne des différents processus d'ablation. Néanmoins, et malgré toutes les limites dont nous venons de parler, cette équation nous permet de connaître, au moins en ordre de grandeur, la proportion de l'aérolithe ayant survécu, et donc finalement de statuer sur la présence possible d'une météorite au sol. Cette masse finale est la masse de l'aérolithe une fois que celui-ci a perdu toute son énergie cinétique initiale, c'est-à-dire lorsque $V \simeq 0$. Cette masse finale ne dépend que du rapport entre l'énergie cinétique massique initiale de l'aérolithe et son enthalpie de destruction :

$$m_f = \exp\left(-\frac{c_h}{c_d} \frac{V_0^2}{2H}\right) = \exp\left(-\frac{B}{A(1-\mu)} \frac{V_0^2}{2}\right) \quad (6.13)$$

Une fois toute l'énergie cinétique initiale dispersée, la météorite survivante (si elle existe) poursuit sa route vers le sol par simple gravitation. Cette chute ne produit pas de météore : on l'appelle le "vol sombre". Les vitesses en jeu sont alors trop faibles pour que des processus d'ablation aient lieu.

En prenant pour $c_d H / c_h$ une valeur de 50 MJ, un aérolithe arrivant à 11 km/s verra 30% de sa masse survivre. Cette valeur tombe à 1.8% pour une vitesse d'entrée de 20 km/s, puis à 0.012% pour 30 km/s. L'évolution de la masse en fonction de la vitesse est représentée, pour diverses vitesses d'entrée, par la figure 6.6. On voit ainsi qu'il n'y a quasiment aucune chance que l'on produise une météorite lorsque la vitesse initiale est de plus de 30 km/s.

La vitesse d'entrée est donc un critère majeur de la présence, ou non, d'une météorite. Avec les valeurs ci-dessus, pour produire une météorite de 50 grammes, il suffit d'un aérolithe de 150 grammes si celui-ci va à 11 km/s, tandis qu'il faudrait un aérolithe de 420 kg si celui-ci va à 30 km/s. Quant à un aérolithe dont la vitesse d'entrée serait proche du maximum de 72 km/s, il faudrait alors une masse initiale de 1.6^{21} kilogrammes, soit 1.7 fois la masse de la planète naine Cérès. Ce résultat peut surprendre car, bien évidemment, si un tel objet frappait la Terre à 72 km/s, et donc avec une énergie cinétique de plus de $4 \cdot 10^{24}$ MJ, soit l'équivalent de 20000 milliards de Tsar Bomba, la bombe atomique la plus puissante jamais créée (hormis, bien entendu, celles soumises au secret), on se doute bien que l'humanité ne s'en sortirait pas avec une simple météorite de 50 grammes. On pourrait voir ici une incohérence grave du modèle, mais ce n'est pas le cas. En effet, nous avons défini la masse finale m_f comme étant la masse ayant survécu à la dispersion complète de l'énergie cinétique de l'objet initiale en sein d'une atmosphère sans bord. En réalité, l'atmosphère s'arrête là où le

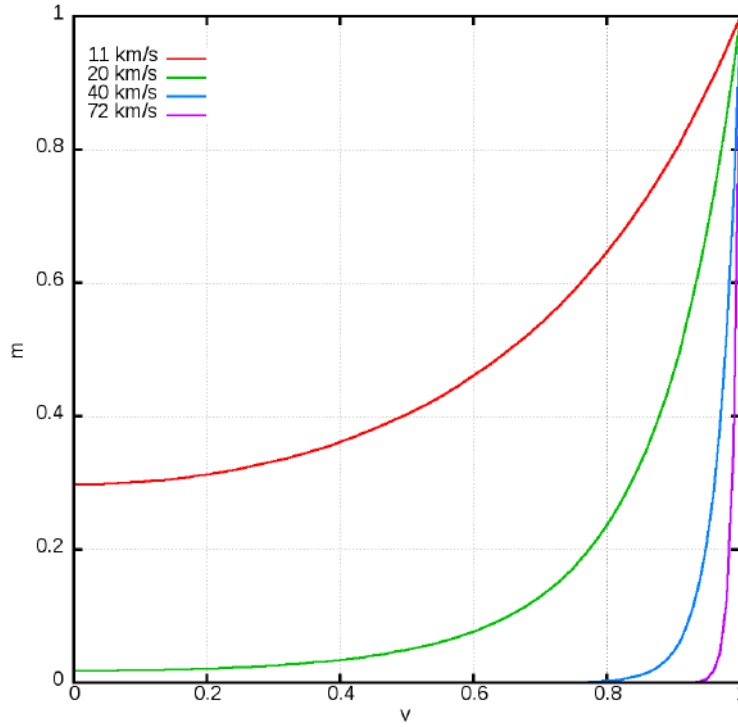


FIGURE 6.6 – Évolution de la masse normalisée m d'un aéroliithe en fonction de sa vitesse normalisée v , pour différentes vitesses d'entrée. L'enthalpie massique de destruction et les coefficients d'efficacité sont supposés tels que $c_d H / c_h = 50$ MJ.

sol (ou l'océan) commence. Un aéroliithe de grande taille atteindra cette limite avant d'avoir fini de disperser son énergie cinétique dans l'atmosphère. Il frappe alors le sol avec une vitesse élevée et une masse supérieure à sa "masse finale" : c'est l'impactant, avec formation d'un cratère d'impact. Nous pouvons en déduire que la production de météorites devient impossible au-delà d'une certaine énergie cinétique, les petits objets finissant totalement désintégrés avant de toucher le sol, et les plus gros impactent le sol à très haute vitesse. Moyennant quelques hypothèses sur l'atmosphère, nous enrichirons ce constat qualitatif d'une étude quantitative à la section 6.1.5.

Efficacité du freinage et de l'ablation

Étudions à présent le lien entre l'énergie normalisée $e = E/E_0$, la vitesse normalisée $v = V/V_0$ et la masse normalisée $m = M/M_0$. Comme nous l'avons déjà souligné dans l'introduction de la section 6.1.2, l'énergie cinétique initiale de l'aéroliithe se disperse au contact de l'atmosphère, soit par décélération, soit par perte de la masse. Connaissant l'équation 6.7 de la masse en fonction de la vitesse, il nous est possible d'exprimer l'énergie cinétique soit uniquement en fonction de la masse, soit uniquement en fonction de la vitesse :

$$e = mv^2 = v^2 \exp\left(-\frac{c_h V_0^2}{2c_d H}(1 - v^2)\right) = m \left(1 + \frac{2c_d H}{c_h V_0^2} \ln(m)\right) \quad (6.14)$$

L'évolution de la masse et de la vitesse en fonction de l'énergie cinétique est présentée par la figure 6.7 pour différentes vitesses initiales. On constate que, lorsque la vitesse initiale V_0 tend vers 0, alors $v = \sqrt{e}$ et $m = 1$. Autrement dit, dans le cas limite d'un

aérolithe très lent, il n'y a aucune ablation et toute l'énergie cinétique est dispersée par le freinage de l'aérolithe. À l'inverse, lorsque la vitesse initiale V_0 tend vers l'infini, alors $v = 1$ et $m = e$. Dans ce cas-là, l'aérolithe ne décélère quasiment pas. Toute son énergie cinétique est perdue par ablation, jusqu'à ce que l'aérolithe soit complètement désintégré.

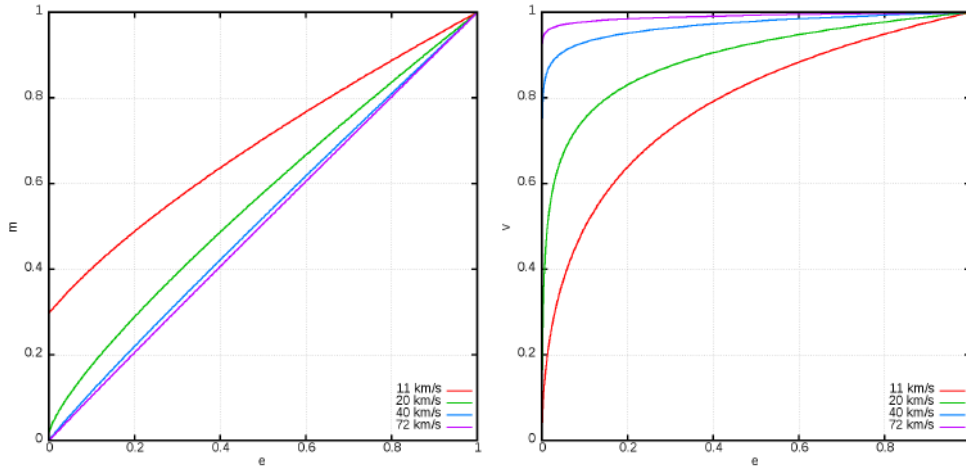


FIGURE 6.7 – Évolution de la masse normalisée m et de la vitesse normalisée v d'un aérolithe en fonction de son énergie cinétique normalisée e . L'enthalpie massique de destruction et les coefficients d'efficacité sont supposés tels que $c_d H / c_h = 50$ MJ/kg.

Il en résulte que les aérolithes les plus rapides ont une vitesse presque constante durant leur trajet. Il en découle une certaine difficulté : la décélération de l'aérolithe devenant imperceptible, l'observation de son mouvement ne permet plus d'estimer les paramètres de freinage A et d'ablation B (que nous avons définis à l'équation 6.9). Ainsi, notre modèle du mouvement à trois paramètres, pourtant simpliste, devient dégénéré dans la limite des grandes vitesses initiales. Cette dégénérescence est la source d'une surestimation de la vitesse des météores rapides, comme nous le verrons aux sections 6.2.3 et 7.2.3.

6.1.5 Etude de cas particuliers

1. Atmosphère plate et isotherme

Dans cette section, nous allons continuer d'étudier notre modèle, mais en ajoutant certaines hypothèses ou circonstances particulières. Dans un premier temps, nous ajouterons l'hypothèse d'une atmosphère plate (pas de courbure), et isotherme. Il est clair que l'atmosphère terrestre n'est pas isotherme. La réalité est plus complexe comme le montre la figure 6.8. Cette approximation est néanmoins utile car elle permet de résoudre analytiquement l'équation du mouvement des aérolithes. Cette solution analytique nous offre une meilleure compréhension des propriétés des météores, même si les valeurs numériques ne seront pas parfaitement exactes. Lorsque nous chercherons à déterminer quantitativement les caractéristiques des aérolithes, à la section 6.2, nous privilégierons un modèle d'atmosphère plus réaliste et une résolution numérique des équations.

Une atmosphère plate et isotherme n'est caractérisée que par deux grandeurs : la densité au pied de l'atmosphère ρ_0 et son échelle de hauteur h_0 . La densité de l'air à

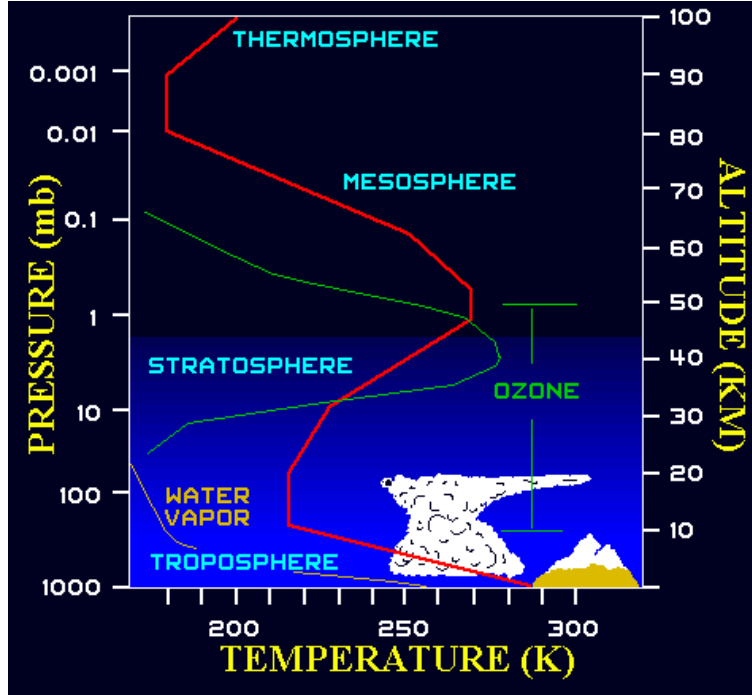


FIGURE 6.8 – Profil de l'atmosphère terrestre (planet-terre.ens-lyon.fr).

n'importe quelle hauteur h est alors donnée par :

$$\rho_a(h) = \rho_0 \exp\left(-\frac{h}{h_0}\right) \quad (6.15)$$

Grâce aux symétries (l'atmosphère ne variant que selon une seule direction), la trajectoire de l'aérolithe peut être réduite à un seul paramètre : son angle d'entrée dans l'atmosphère γ . Moyennant ces hypothèses, les équations 6.10 et 6.11 peuvent se résoudre analytiquement (TURCHAK et GRITSEVICH, 2014). On obtient alors une expression reliant l'altitude h à la vitesse V de l'aérolithe :

$$\frac{h}{h_0} = \ln\left(\frac{A\rho_0 h_0}{\sin(\gamma)}\right) + \frac{BV_0^2}{2A} - \ln\left(\overline{E}_i\left(\frac{BV_0^2}{2A}\right) - \overline{E}_i\left(\frac{BV^2}{2A}\right)\right) \quad (6.16)$$

avec $\overline{E}_i$ l'exponentielle intégrale :

$$\overline{E}_i(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt \quad (6.17)$$

L'exponentielle intégrale a la propriété de tendre vers moins l'infini en zéro, si bien que l'altitude h tend elle même vers moins l'infini lorsque la vitesse de l'aérolithe tend vers zéro. Ainsi, selon notre modèle appliqué à une atmosphère isotherme, un aérolithe aura perdu toute son énergie cinétique dans l'atmosphère au bout d'une distance parcourue (et donc également d'un temps) infini. Bien sûr, cela est irréaliste dans les faits, notre modèle arrétant d'être pertinent pour de faibles vitesses, lorsque l'ablation n'a plus cours et que la gravitation n'est plus négligeable devant les forces de freinage, ainsi que pour les très faibles masses, lorsque l'aérolithe n'est plus que poussière. Néanmoins, cela nous apprend qu'il n'existe mathématiquement pas d'altitude finale à laquelle le bolide aurait perdu toute son énergie, et donc s'arrêterait, abstraction faite de toute

gravitation. Une telle altitude limite nous aurait pourtant donné un critère concernant le risque d'impact : si l'altitude finale était supérieure à zéro, alors un impact violent serait à exclure. A la place, nous pouvons construire un critère en examinant la vitesse de l'aérolithe à l'altitude zéro (cette altitude étant toujours atteinte, du moins au sens mathématique). Si cette vitesse est supérieure à une certaine valeur limite V_l arbitraire, par exemple un kilomètre par seconde, alors nous pouvons considérer qu'il y a possibilité d'un impact entre l'aérolithe et le sol. En imposant qu'à l'altitude zéro, la vitesse V du bolide soit égale à la vitesse limite V_l , l'équation 6.16 devient :

$$A = \frac{\sin(\gamma)}{\rho_0 h_0} \left(\overline{E_i} \left(\frac{E_{c_0}}{Q} \right) - \overline{E_i} \left(\frac{V_l^2}{2Q} \right) \right) \exp \left(-\frac{E_{c_0}}{Q} \right) \quad (6.18)$$

avec E_{c_0} l'énergie cinétique initiale et Q le rapport de A sur B , proportionnelle à l'enthalpie massique de destruction H :

$$Q = \frac{A}{B} = \frac{c_d}{c_h(1-\mu)} H \quad E_{c_0} = 0.5V_0^2 \quad (6.19)$$

Pour n'importe quel choix d'une vitesse limite V_l , d'un angle d'entrée γ et d'une atmosphère de densité ρ_0 et de hauteur d'échelle h_0 , cette équation définit une courbe $A(E_{c_0}/Q)$ délimitant les aérolithes atteignant le sol avec une vitesse supérieure ou inférieure à V_l .

Nous disposons donc à présent d'un critère permettant de savoir si un aérolithe va, ou ne va pas, impacter le sol. Nous disposons également d'un critère concernant la production, ou non, d'une météorite après le passage de l'aérolithe à travers l'atmosphère. Nous savons en effet calculer la masse finale d'un aérolithe M_f . Celle-ci ne dépend que de la masse initiale M_0 et de la masse finale normalisée m_f décrite par l'équation 6.13. Enfin, nous sommes capables de relier la masse initiale M_0 au paramètre A en supposant une certaine densité, une certaine forme et un certain coefficient de traînée grâce à l'équation 6.12.

Mettons tout cela en pratique pour un cas idéal. Supposons des aérolithes de forme initiale sphérique ($F_0 = 1.209$), de densité $\rho = 3500 \text{ kg/m}^3$ et de coefficient de traînée $c_d = 1$. Supposons que ces aérolithes tombent dans une atmosphère isotherme plate se rapprochant de l'atmosphère terrestre, avec $\rho_0 = 1.29 \text{ kg/m}^3$ et $h_0 = 7160 \text{ m}$. Fixons finalement notre critère d'impact $V_l > 1 \text{ km/s}$ au niveau du sol, et notre critère de présence d'une météorite à $M_f > 50 \text{ grammes}$. Une fois ces hypothèses posées, la masse finale d'un aérolithe ne dépend plus que de sa masse initiale M_0 , du rapport entre l'énergie cinétique et l'enthalpie de destruction E_{c_0}/Q , et du coefficient changement de forme μ . La vitesse au sol, quant à elle, dépend de la masse initiale M_0 , du rapport E_{c_0}/Q , de la vitesse initiale V_0 , ainsi que de l'angle d'entrée γ . Nous pouvons donc tracer, dans le plan $(M_0, E_{c_0}/Q)$, notre critère d'impact pour différentes vitesses d'entrée, ainsi que notre critère de météorite pour différents coefficients de changement de forme μ .

Nous avons tracé ces limites d'impact à la figure 6.9 pour un angle d'entrée vertical (noir) et de 7° (bleu) et les vitesses de 11 km/s (ligne épaisse) et de 72 km/s (ligne fine) ainsi que les limites de météorite pour les coefficients de changement de forme $\mu = 0$ (ligne rouge fine) et $\mu = 2/3$ (ligne rouge épaisse). Ces quatre courbes séparent le plan en trois zones distinctes. Une première correspondant aux cas où l'aérolithe est détruit avant d'avoir touché le sol (désintégration), une seconde correspondant aux cas où l'aérolithe dissipe son énergie avant d'atteindre le

sol et sans être détruit (météorite), et enfin une troisième zone correspondant aux cas où l'aérolithe touche le sol sans avoir dissipé toute son énergie, il se forme alors un cratère d'impact, comme par exemple le Meteor-crater en Arizona (voir figure 6.10). Il est intéressant de noter que les lignes rouges, délimitant les aérolithes formant des météorites des autres, ne dépendent pas des hypothèses faites sur l'atmosphère. En effet la masse finale ne dépend que de la masse initiale, du ratio entre l'énergie cinétique initiale E_{c0} et de l'enthalpie Q , et du facteur de changement de forme μ . Ainsi ces lignes rouges seront les mêmes que nous prenions l'atmosphère de Venus, de la Terre ou de Mars. Seul les lignes délimitant les possibilités d'un impact violent avec la surface dépendent de l'atmosphère.

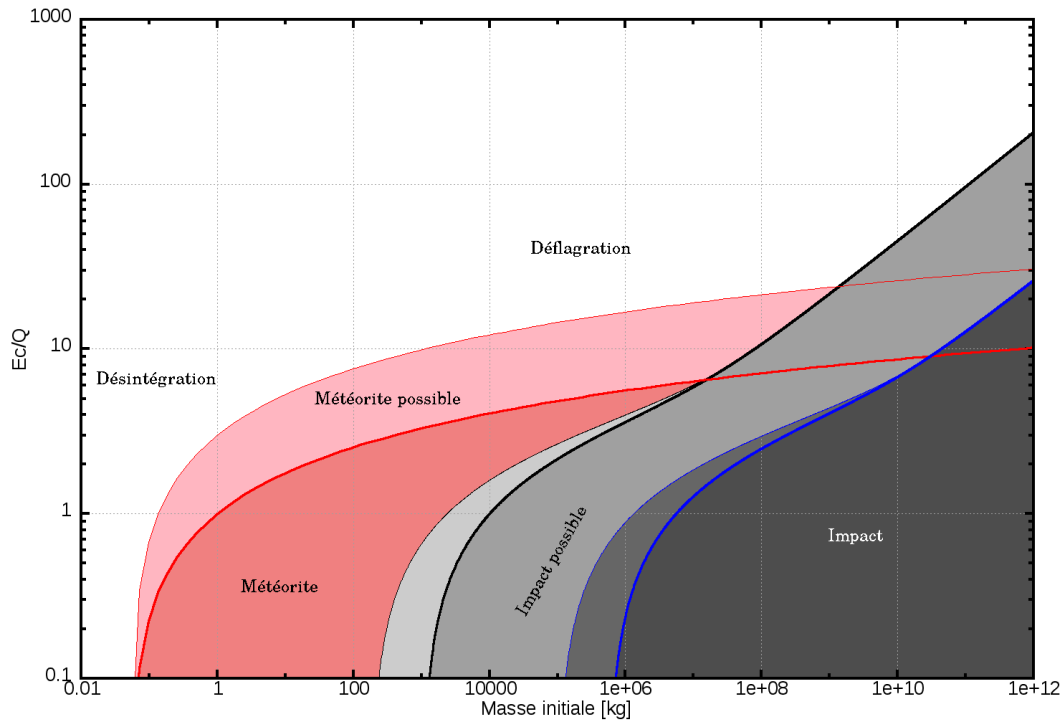


FIGURE 6.9 – Les lignes noires et bleues représentent le rapport de l'énergie cinétique initiale E_{c0} sur l'enthalpie Q nécessaire pour qu'un aérolithe de masse initiale M_0 tombant dans une atmosphère isotherme atteigne le sol à une vitesse de 1 km/s. Les lignes noires correspondent à un aérolithe tombant verticalement, tandis que les lignes bleues correspondent à un aérolithe tombant avec un angle d'entrée de 7° (bleu). Les lignes fines correspondent à une vitesse initiale de 72 km/s, tandis que les lignes épaisses correspondent à une vitesse initiale de 11 km/s. Les lignes rouges délimitent les aérolithes de masse finale $m_f = 50$ grammes en supposant que le coefficient de changement de forme $\mu = 0$ pour la ligne rouge fine et que $\mu = 2/3$ pour la ligne rouge épaisse.

Ce graphe nous permet de retrouver un résultat que nous avons déjà deviné précédemment à la section 6.1.4 : au delà d'une certaine vitesse d'entrée, il n'y a plus possibilité de production d'une météorite, les aérolithes se trouvant systématiquement vaporisés, à moins qu'ils ne soient d'une taille suffisante pour impacter la planète. Ici, cette limite prend la forme d'un ratio E_{c0}/Q maximum d'environ 6.5 pour $\mu = 2/3$ et de 24 pour $\mu = 0$. Nous verrons à la section 7.1.4 que les enthalpies massiques Q que nous observons grâce au réseau FRIPON prennent des valeurs de l'ordre de 100 MJ. En reprenant cette valeur, on obtient une vitesse maximale de 36 à 69 km/s, en fonction du coefficient de changement de forme μ .

Par ailleurs, on remarque qu'il peut exister des aérolithes très massifs dissipant malgré tout toute leur énergie cinétique avant d'atteindre le sol. C'est le cas d'un aérolithe à la fois massif et fragile et/ou rapide, comme c'était le cas pour la chute de la Tunguska qui pourrait être un membre du courant des Taurides (CLARK, WIEGERT et BROWN, 2019 soupçonnant l'existence de nombreux objets métriques voire déca métriques dans ce courant). S'il est envisageable qu'un aérolithe de faible masse puisse se vaporiser entièrement, sans laisser de trace, cela est beaucoup moins vrai d'un aérolithe de plusieurs dizaines, centaines voire milliers de tonnes. Cela est dû à une des limites du modèle : l'hypothèse de l'ablation continue et de la composition homogène des aérolithes. Si un aérolithe d'une telle masse est trop fragile pour atteindre la surface (zone "déflagration" du graphe), il ne va pas se vaporiser continuellement, mais subir une série de fragmentations. Chaque fragmentation augmentant la surface d'interaction avec l'atmosphère, celles-ci se font de plus en plus fréquentes. On nomme cette réaction en chaîne une fragmentation catastrophique. Ce type de fragmentation entraîne une déflagration pouvant causer des dégâts à des installations au sol car finalement une très grande partie de l'énergie cinétique se dissipe dans un petit volume. Comme, de plus, l'aérolithe n'est pas homogène, certains fragments sont plus solides que d'autres. Ainsi, si l'aérolithe initial se trouvait dans la zone "déflagration" du graphe, ses fragments moins massifs pourront eux se trouver dans les zones "météorite" voire "impact". C'est typiquement le scénario de chute comme celle de Tcheliabinsk ou de Tunguska.



FIGURE 6.10 – Le meteor Crater (Arizona) a été créé il y a 50 000 ans environ par une météorite métallique de 50m de diamètre avec une vitesse initiale faible de 17 km/s et une vitesse finale de 12 km/s. D'après MELOSH et COLLINS (2005), il a perdu la moitié de son énergie cinétique durant sa chute.

2. Cas d'un météore rapide et court

Nous avons remarqué, à la section 6.1.4, que plus un météore est rapide, plus l'ablation devient efficace par rapport à la décélération. Cela se comprend facilement, la décélération étant proportionnelle à la vitesse au carré, tandis que l'ablation est proportionnelle à la vitesse au cube, comme le montrent les équations de base de

notre modèle 6.1 et 6.2. Ainsi, un aérolithe extrêmement rapide perdra toute son énergie par ablation, et ne freinera quasiment pas (voir figure 6.7).

Si on observe un tel météore, nous le verrons se déplacer à vitesse constante avant de disparaître. La problématique est de savoir ce que nous pouvons déduire de ce type d'observation. La figure 6.11 montre un exemple d'un aérolithe pénétrant une atmosphère isotherme similaire à l'atmosphère terrestre à 11 km/s ou à 72 km/s. On

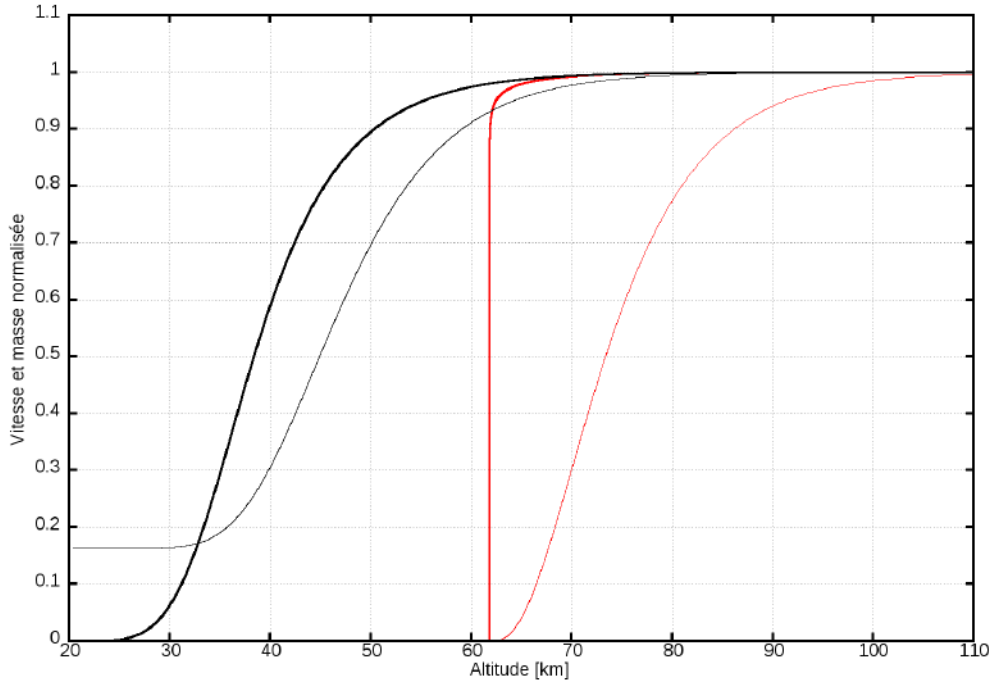


FIGURE 6.11 – Vitesse normalisée (traits épais) et masse normalisée (traits fins) d'un aérolithe pénétrant verticalement une atmosphère isotherme semblable à l'atmosphère terrestre, avec une vitesse de 11 km/s (noir) et de 72 km/s (rouge). Le paramètre de freinage A est fixé à $240 \text{ cm}^2/\text{kg}$, l'enthalpie $Q = 100 \text{ MJ/kg}$, et enfin le coefficient de changement de forme $\mu = 2/3$.

constate que si l'aérolithe le plus lent décélère continuellement durant sa descente, le plus rapide, quant à lui, décélère brutalement à une altitude critique h_{crit} . Nous définissons cette altitude comme étant l'altitude à laquelle la vitesse normalisée v atteint une certaine vitesse critique v_{crit} . Si cette définition n'est pas très utile pour des aérolithes lents, elle prend tout son sens dans le cas des aérolithes les plus rapides. Dans le cadre d'une atmosphère isotherme, l'équation 6.16 nous fournit une expression de cette altitude critique :

$$\frac{h_{crit}}{h_0} = \ln \left(\frac{A \rho_0 h_0}{\sin(\gamma)} \right) + \frac{V_0^2}{2Q} - \ln \left(\overline{E}_i \left(\frac{V_0^2}{2Q} \right) - \overline{E}_i \left(\frac{V_0^2 v_{crit}^2}{2Q} \right) \right) \quad (6.20)$$

Dans la limite où le rapport entre l'énergie cinétique et l'énergie nécessaire à détruire l'aérolithe E_{c0}/Q tend vers l'infini, le choix de la vitesse v_{crit} importe peu. Elle peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 1 exclu. Cette limite n'étant jamais réellement atteinte, les valeurs proche des bords sont à éviter. Dans l'exemple présenté à la figure 6.11, on constate que l'altitude critique obtenue sera quasiment indépendante du choix de v_{crit} s'il est pris entre 0.1 et 0.9, mais ce ne sera pas vrai en dehors de cette fourchette.

Dans le cadre de l'observation d'un météore rapide, c'est le problème inverse qui se posera à nous. Nous observons un bolide jusqu'à une certaine altitude h_{final} , et sa vitesse semble constante ou presque : $v_{final} \simeq 1$. Cette dernière altitude observée h_{final} n'est pas obligatoirement égale à l'altitude à laquelle disparaît véritablement l'aérolithe h_{crit} . En effet, nous n'avons aucune garantie d'observer l'aérolithe jusqu'au bout, en particulier avec un système d'observation tel que *FRIPON*, qui dispose d'une sensibilité assez faible. Par contre nous pouvons être certains que $h_{crit} \leq h_{final}$ (à l'incertitude sur l'altitude de la dernière position observée près).

Ces observations nous permettent de délimiter une zone dans l'espace des paramètres (A, B) . En effet, dans la limite où E_{c0}/Q tend vers l'infini, l'équation 6.20 peut se ré-écrire comme suit :

$$\lim_{E_{c0}/Q \rightarrow \infty} A = \frac{Q}{E_{c0}} \frac{\sin(\gamma)}{\rho_0 h_0} \exp\left(\frac{h_{final}}{h_0}\right) = 0 \quad (6.21)$$

$$\lim_{E_{c0}/Q \rightarrow \infty} B = \frac{1}{E_{c0}} \frac{\sin(\gamma)}{\rho_0 h_0} \exp\left(\frac{h_{final}}{h_0}\right) \quad (6.22)$$

On peut constater que, de la même manière que le choix de la vitesse critique v_{crit} n'impactait pas l'altitude h_{crit} dans la limite des grandes vitesses, la vitesse finale v_{final} n'intervient pas dans cette équation. Cette limite nous fournit une borne supérieure à B , que nous noterons B_{max} . Cette limite ne dépend que de l'angle d'entrée dans l'atmosphère γ , de la vitesse initiale V_0 , et de l'altitude finale h_{final} . Si le paramètre B est supérieur à cette borne, cela signifie que l'aérolithe est trop fragile (on rappelle que le paramètre B désigne l'efficacité de l'ablation, voir section 6.1.2), et donc qu'il ne devrait pas survivre jusqu'à l'altitude h_{final} . Ainsi, on peut s'attendre à ce que les résidus entre des mesures d'un météore et sa simulation augmentent brutalement à l'approche de cette frontière.

Étudions à présent ce qu'il se produit lorsque nous faisons tendre E_{c0}/Q vers 0, c'est-à-dire pour un aérolithe infiniment solide et qui ne subit aucune ablation. Dans ce cas, l'équation 6.20 se réécrit :

$$\lim_{E_{c0}/Q \rightarrow 0} A = \frac{\sin(\gamma)}{\rho_0 h_0} \exp\left(\frac{h_{final}}{h_0}\right) \ln\left(\frac{1}{v_{final}^2}\right) \quad (6.23)$$

$$\lim_{E_{c0}/Q \rightarrow 0} B = 0 \quad (6.24)$$

Cette fois ci, cette limite est à prendre comme une valeur supérieure à A : elle délimite les aérolithes suffisamment massifs pour n'avoir décéléré que de $1 - v_{final}$ au moment d'atteindre l'altitude h_{final} . De fait, cette limite dépend de v_{final} en plus de l'angle d'entrée et de l'altitude finale. Toutefois, cette limite ne forme pas une frontière brutale, comme cela était le cas pour la limite supérieure à B vue plus haut qui délimite les météores pouvant atteindre l'altitude h_{final} des autres. On peut s'attendre à ce que les résidus entre des mesures d'un météore et sa simulation augmentent progressivement avec le dépassement puis l'éloignement de cette seconde limite.

Finalement, ces deux limites délimitent un rectangle dans l'espace (A, B) , dont un des côtés est une frontière dure, et l'autre est une frontière plus tolérante. Ces frontières sont représentées à la figure 6.12 pour différentes vitesses et altitudes finales.

Pour résumer, les météores les plus rapides (ou les plus fragiles) se désintègrent très vite et ne décèlent presque pas, si bien que la vitesse finale observée v_{final} est proche de 1 aux incertitudes près. Pour cette population particulière de météores, il sera très difficile d'obtenir une estimation des paramètres A et B , tout au plus obtiendrons-nous

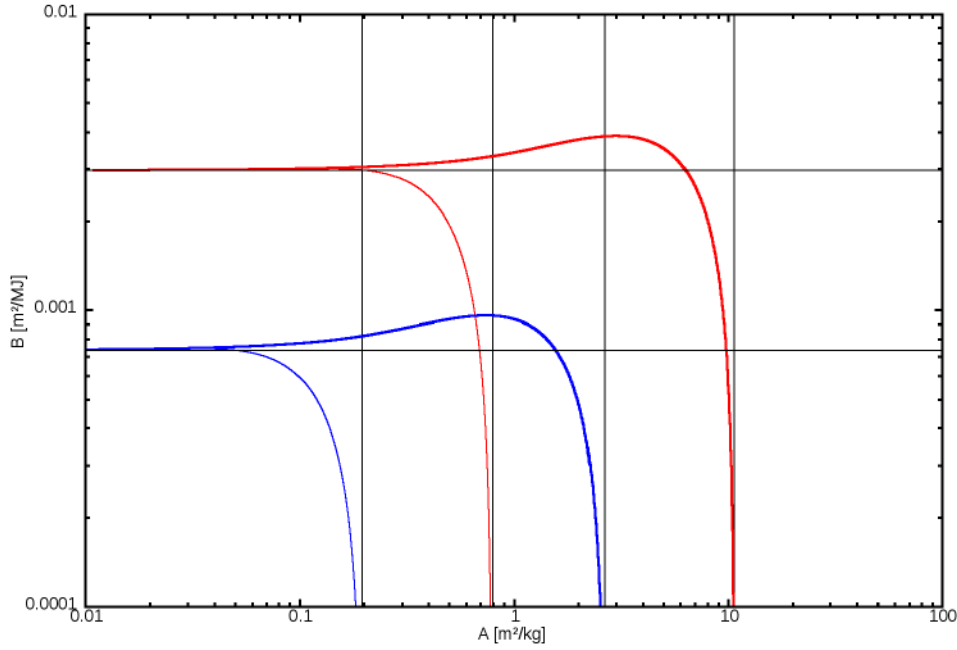


FIGURE 6.12 – Courbes de l'espace des paramètres (A, B) correspondant aux aéroolithes observés jusqu'à une altitude h_{final} de 80 km (rouge) et 70 km (bleu), avec une vitesse finale normalisée v_{final} de 0.5 (traits épais) et de 0.95 (traits fins). Les limites pour ces configurations sont représentées par des traits noirs verticaux lorsque $E_{c0}/Q \rightarrow 0$ (voir l'équation 6.23), et par des traits noirs horizontaux lorsque $E_{c0}/Q \rightarrow \infty$ (voir l'équation 6.22). Les aéroolithes sont supposés tomber verticalement dans une atmosphère isotherme semblable à l'atmosphère terrestre.

des limites supérieures. L'observation de l'aérolithe jusqu'à une certaine altitude h_{final} implique un paramètre d'ablation B maximum, au delà duquel la survie de l'aérolithe jusqu'à cette altitude devient impossible. L'absence de décélération visible, quant à elle, nous renseigne sur un paramètre A maximum au delà duquel la décélération aurait dû être visible avec notre précision instrumentale.

Par conséquent, il sera très difficile d'estimer une masse, celle-ci étant proportionnelle à A^{-3} , et une enthalpie massique de destruction, proportionnelle au rapport de A sur B . Nous analyserons en plus amples détails ce qu'il est possible de dire sur ce type de météores à la section 6.2.2.

6.2 Méthode de calcul des paramètres du modèle dynamique

Dans la section 6.1.2, nous avons présenté un modèle simple permettant de décrire l'évolution de la position d'un météore de trajectoire connue grâce à trois paramètres : la vitesse initiale V_0 , le paramètre de décélération A et le paramètre d'ablation B . Pour pouvoir comparer les prédictions d'un tel modèle avec des mesures réelles de position en fonction du temps, il nous faut ajouter un quatrième paramètre : le temps initial t_0 . Dans la présente section, nous adapterons la méthode d'analyse par méthode des moindres carrés modifiés décrite au chapitre 4 pour estimer ces paramètres à partir d'observations. Nous supposerons, au moins dans un premier temps, que la trajectoire du météore, précédemment estimée au chapitre 5, est parfaitement exacte.

Cette hypothèse sera remise en cause à la section 6.2.4, où nous verrons comment propager les incertitudes de la trajectoire vers les estimateurs du modèle dynamique.

Nous avons également besoin de faire l'hypothèse d'un certain profil atmosphérique. Dans les sections précédentes nous avons étudié le cas d'une atmosphère isotherme, qui a l'avantage de fournir une solution analytique de la vitesse en fonction de la position, tout en étant proche de l'atmosphère réelle. Si cette approximation nous était utile pour comprendre et démontrer certaines propriétés des météores, nous privilégierons ici un profil de densité plus réaliste, quitte à résoudre numériquement les équations du mouvement. Dans le cadre de l'analyse des observations produites par *FRIPON*, nous utilisons le modèle d'atmosphère empirique *NRLMSISE-00* qui est bien adapté à l'observation des météores (LYYTINEN et GRITSEVICH, 2016).

6.2.1 Calcul de la somme des carrés des résidus

Nous reprenons ici une partie du travail que nous avons déjà effectué à la section 5.2 sur le calcul de la trajectoire des météores. Aussi, nous ne reparlerons pas de l'acquisition des mesures ou de la calibration des caméras. Nous partirons directement de l'étape où, pour chacune des n_{cam} caméras observant le météore, nous disposons de n_i mesures $(t_{ij}, \vec{d}_{ij})$, t_{ij} étant le temps et $\vec{d}_{ij}$ le vecteur unitaire donnant la direction depuis une caméra vers le météore pour la j -ème mesure de la i -ème caméra.

Comme nous utilisons les mêmes mesures que pour l'estimation de la trajectoire, la somme des carrés des résidus S et l'estimateur des moindres carrés $\widehat{\theta}_{\chi^2}$ prennent la même forme que celle développée à la section 5.2 et que nous rappelons ici :

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^{n_{cam}} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\epsilon_{ij}(\theta)^2}{(\sigma_i^2 + n_i s_i^2)} \quad S(\widehat{\theta}_{\chi^2}) = \min(S(\theta)) \quad (6.25)$$

avec θ un vecteur de paramètres, ϵ_{ij} le résidu entre la mesure prédite et l'observation, σ_i l'écart-type de l'erreur aléatoire pour la i -ème caméra, et s_i la grandeur caractéristique de l'erreur systématique de la i -ème caméra.

Attardons nous un instant sur le vecteur des paramètres θ . Celui-ci doit contenir les informations nécessaires et suffisantes pour prédire $M(\theta, t_{ij})$, la position du météore à l'instant t_{ij} . Si les trois paramètres du modèle dynamique V_0 , A et B sont bien entendu nécessaires, ils ne suffisent pas à eux seuls. Il faut en plus ajouter un instant initial t_0 . Comme de plus les différentes stations *FRIPON* ne sont pas exactement synchronisées entre elles, cet instant initial pourra être différent pour chaque station, selon le décalage des horloges. Ainsi, le vecteur des paramètres θ devra contenir les trois paramètres du modèle dynamique plus un instant de référence t_{0i} par caméra, amenant le nombre total des paramètres à $3 + n_{cam}$. Nous verrons plus loin comment régler le problème des temps initiaux t_{0i} pour nous concentrer sur les trois paramètres principaux que sont V_0 , A et B .

Maintenant que nous avons la forme de la somme des carrés des résidus 6.25, nous devons en expliciter les termes. Commençons par les résidus $\epsilon_{ij}(\theta)$ eux-mêmes.

Comme nous avons fait l'hypothèse que la trajectoire est parfaitement connue, les mesures $(t_{ij}, \vec{d}_{ij})$ peuvent être converties en (t_{ij}, M_{ij}) , le temps et un point appartenant à cette trajectoire. Il suffit pour cela de projeter les directions observées $\vec{d}_{ij}$ sur la

trajectoire grâce à l'équation suivante :

$$\overrightarrow{M_0 M_{ij}} = \frac{(\overrightarrow{M_0 C_i} \wedge \overrightarrow{d_{ij}}) \cdot (\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{d_{ij}})}{\|\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{d_{ij}}\|^2} \overrightarrow{u} \quad (6.26)$$

où M_0 est un point de référence appartenant à la trajectoire, $\overrightarrow{u}$ le vecteur direction de la trajectoire, et enfin C_i la position de la i -ème caméra.

Les résidus prennent alors la forme de la distance entre la position $M(\boldsymbol{\theta}, t_{ij})$ prédite et la position mesurée M_{ij} . Comme nos mesures sont des directions, on convertit cette distance en un écart angulaire, ce qui nous donne finalement l'équation des résidus (avec l'approximation des petits angles) :

$$\epsilon_{ij} = \frac{\|\overrightarrow{CM_{ij}} \wedge \overrightarrow{u}\|}{|CM_{ij}|^2} \overrightarrow{M(\boldsymbol{\theta}, t_{ij}) M_{ij}} \cdot \overrightarrow{u} \quad (6.27)$$

On peut également présenter les résidus sous une seconde forme : celle du décalage entre l'instant $t(\boldsymbol{\theta}, M_{ij})$ auquel la position prédite du météore est M_{ij} et l'instant t_{ij} auquel on observe effectivement le météore à cette position. On peut ramener cet écart temporel en un écart angulaire, ce qui nous donne :

$$\epsilon_{ij} = \frac{\|\overrightarrow{CM_{ij}} \wedge \overrightarrow{u}\|}{|CM_{ij}|^2} V_{ij}(\boldsymbol{\theta}) (t(\boldsymbol{\theta}, M_{ij}) - t_{ij}) \quad (6.28)$$

Cette seconde forme a l'inconvénient de faire intervenir la vitesse $V(\boldsymbol{\theta})$, c'est-à-dire la vitesse prédite à la position M_{ij} . Par conséquent, cette forme, une fois ramenée à un écart angulaire, n'est juste que si la vitesse varie peu entre les instants $t(\boldsymbol{\theta}, M_{ij})$ et t_{ij} , c'est-à-dire si le résidu est faible. Par contre, cette forme présente un énorme avantage : celui d'être linéaire par rapport aux instants initiaux t_{0_i} . En effet, la vitesse de l'aérolithe à la position M_{ij} ne dépend que des trois paramètres (V_0, A, B) , et pas de l'instant initial ni du temps que met l'aérolithe à atteindre cette position. L'instant prédit $t(\boldsymbol{\theta}, M_{ij})$, quant à lui, peut se ré-écrire :

$$t(t_{0_i}, V_0, A, B, M_{ij}) = \Delta t(V_0, A, B, M_{ij}) + t_{0_i} \quad (6.29)$$

où Δt donne le temps nécessaire à l'aérolithe pour aller de sa position initiale jusqu'au point M_{ij} . Ainsi, les résidus ϵ_{ij} dépendent bel et bien linéairement des instants initiaux t_{0_i} . Par conséquent, il est possible d'exprimer analytiquement les instants initiaux optimaux de chaque caméra en fonction des mesures et du choix des autres paramètres (V_0, A, B) . Il nous suffit pour cela de trouver les instants initiaux t_{0_i} pour lesquels les dérivées partielles des sommes des carrés des résidus s'annulent, indiquant ainsi la position du minimum :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^{n_i} \epsilon_{ij}^2 \right)}{\partial t_{0_i}} = 0 = \sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t_{0_i}} \right)^2 (\Delta t(V_0, A, B, M_{ij}) + t_{0_i} - t_{ij}) \quad (6.30)$$

Cette équation se résout de manière immédiate, ce qui nous donne finalement une expression des estimateurs des instants initiaux $\widehat{t_{0_i}}$, les trois autres paramètres étant

fixés :

$$\widehat{t_{0_i}} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t_{0_i}} \right)^2 (t_{ij} - \Delta t(V_0, A, B, M_{ij}))}{\sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t_{0_i}} \right)^2} \quad (6.31)$$

Quel que soit le choix des paramètres (V_0, A, B) , nous pouvons déterminer analytiquement les instants initiaux $\widehat{t_{0_i}}$ optimaux pour ce choix, c'est-à-dire la combinaison des instants initiaux minimisant la somme des carrés des résidus pour un jeu de paramètres (V_0, A, B) fixé. Nous utilisons cela pour redéfinir les résidus 6.28 uniquement en fonction des trois paramètres principaux (V_0, A, B) . Désormais et dans toute la suite, le vecteur de paramètres θ ne désignera plus que ces trois paramètres.

$$\epsilon_{ij} = \frac{\|\overrightarrow{CM_{ij}} \wedge \overrightarrow{u}\|}{|CM_{ij}|^2} V_{ij}(\theta) (\Delta t(\theta, M_{ij}) + \widehat{t_{0_i}}(\theta)) \quad (6.32)$$

Ainsi, nous nous ramenons à une recherche du minimum de la somme des carrés des résidus dans un espace de paramètres de dimension trois, réglant le problème de l'augmentation du nombre des paramètres avec le nombre de caméras.

Attardons nous à présent sur les deux termes restants de la somme des carrés des résidus 6.25 : l'écart-type de l'erreur aléatoire σ_i et la grandeur caractéristique de l'erreur systématique s_i , qu'il nous faut définir pour chaque caméra. Nous avons déjà calculé ces termes durant l'estimation de la trajectoire du météore au chapitre 5 (voir les sections 5.2.2 et 5.2.3).

Il paraît naturel d'utiliser les mêmes écarts-types et les mêmes erreurs systématiques pour déterminer la trajectoire et les paramètres dynamiques d'un météore car, après tout, nous utilisons les mêmes mesures prises par les mêmes instruments dans un cas comme dans l'autre. Il nous faut toutefois tempérer cette impression par quelques remarques. Il existe, en effet, des sources supplémentaires d'erreurs dont nous n'avons pas à tenir compte pour l'estimation de la trajectoire, mais qui nous importent désormais. Le premier auquel nous pouvons penser est le flou de mouvement, visible à la figure 6.2. Le flou de mouvement, c'est-à-dire l'étalement de la surface du CCD recevant des photons du météore à cause du déplacement de celui-ci durant la période d'exposition, n'impactait pas véritablement le calcul de la trajectoire. Nous nous intéressons alors aux écarts angulaires entre le méridien, que la trajectoire du météore définit dans la sphère céleste de chaque caméra, et les mesures. Ces écarts angulaires étaient orthogonaux à l'étalement dû au flou de mouvement, si bien que celui-ci ne nous importait pas. À l'inverse, pour le calcul des paramètres dynamiques, les résidus sont les avances ou les retards du météore le long de sa trajectoire. Ils ont, par conséquent, une sensibilité maximale à cet effet de flou. De plus, lorsque cet étalement de la lumière reçue se combine aux déformations dues aux caméras all-sky, la région du CCD éclairée par le météore peut prendre une forme plus ou moins exotique d'ellipse déformée. À cela s'ajoute encore la présence de "queue" à l'arrière du météore, formée par du plasma encore chaud et par des fragments plus petits, et donc plus lents, se consumant en arrière de l'aérolithe principal. La position des sources de lumière étant trouvée par ajustement de gaussiennes (BERTIN et ARNOULTS, 1996), ces déformations éloignant la tache de lumière d'une gaussienne réelle se traduiront par l'apparition d'une nouvelle erreur systématique sur la position de l'aérolithe.

Une autre source d'erreur supplémentaire est le modèle lui-même. Nous avons montré à la section 5.1 que le modèle d'une trajectoire parfaitement rectiligne est un modèle réaliste, hormis dans le cas de météores exceptionnellement longs. Nous ne pouvons pas en dire autant du modèle d'interaction entre l'aérolithe et l'atmosphère, comme nous l'avons vu à la section 6.1.3. De fait, des différences entre les mesures et les prédictions pourront être causées non pas par une erreur sur la mesure elle-même, mais par l'incapacité de notre modèle à rendre compte de certains comportements. Par exemple, si l'aérolithe subit une fragmentation à un instant donné, cela provoquera une discontinuité de sa décélération (la surface d'interaction avec l'atmosphère et la masse de l'aérolithe diminuant brutalement). Le modèle que nous avons étudié ne peut pas rendre compte de ce type de discontinuité. Ainsi, même en faisant abstraction de toutes les erreurs de mesures, il y aura une différence entre les mesures et les prédictions, une "erreur systématique de modèle", en quelque sorte.

Il existe une différence fondamentale entre cette erreur systématique provenant de la simplicité du modèle et les autres erreurs portant, quant à elles, sur les mesures. Ces dernières entraînent une incertitude σ_θ sur les paramètres θ , c'est-à-dire qu'elles entraînent une méconnaissance des paramètres exacts. Par contre, ces erreurs sur les mesures ne remettent pas en cause l'existence de ces paramètres exacts : il existe un jeu de paramètres caractérisant parfaitement l'aérolithe réel. Ces paramètres sont simplement connus de manière imparfaite. Si les erreurs de mesure tombaient à zéro, il serait possible de trouver la combinaison exacte de paramètres pour laquelle tous les résidus s'annulent.

À l'inverse, les "erreurs systématiques de modèle" nient l'existence d'une solution exacte, quand bien même nous aurions des mesures parfaites. Le modèle est une simplification qui ne rend pas parfaitement compte du réel. Par conséquent, l'incertitude sur les paramètres due à ces erreurs ne traduit pas une méconnaissance des paramètres exacts, mais plutôt le fait que ces paramètres n'ont pas de sens en deçà d'une certaine précision. Ainsi, lorsque les erreurs de mesures tendent vers zéro, les résidus restants sont une indication directe de la différence entre le modèle imparfait et la réalité. C'est avec ce type d'observation de haute précision que nous pouvons espérer améliorer notre compréhension des processus à l'œuvre lors de la chute d'un aérolithe dans l'atmosphère, et ainsi améliorer nos modèles physiques. C'est exactement ce que tentent de faire CEPLECHA, BOROVÍČKA et SPURNÝ, 2000, grâce à des mesures de météores d'une précision de dix mètres et moins.

Illustrons ceci par un exemple. Il est classique, dans la recherche sur les météores, de les caractériser par leurs radiants. Le radiant est la position sur la voûte céleste du point de fuite vers lequel semble tendre la trajectoire droite du météore lorsque l'on fait tendre celle-ci vers l'infini. La définition du radiant est donc intimement liée à l'hypothèse d'une trajectoire droite. Or, comme nous l'avons vu à la section 5.1.6, le météore suit en réalité une trajectoire légèrement courbée, si bien qu'il change légèrement de direction durant sa course. Nous verrons à la section 7.1.4 que ce changement de direction est, pour la majorité des météores observés par FRIPON, de l'ordre de quelques dixièmes de minutes d'arc. La notion de radiant, basé sur une modélisation imparfaite, sur une simplification, n'a donc pas de sens en deçà de cet écart angulaire.

Mais revenons aux paramètres dynamiques. Comme "les erreurs systématiques de modèle" sont dictées par les performances du modèle, et non par celles des instruments de mesure, on pourrait penser que leurs grandeurs caractéristiques sont identiques pour toutes les caméras observant l'aérolithe. Dans les faits, il n'en est rien. En effet, une caméra observant le météore à une très grande distance, ou bien avec un faible angle entre le déplacement de l'aérolithe et la ligne de visée, observera un écart angulaire plus faible qu'une caméra observant le même météore depuis une position plus avantageuse.

Il en va de même pour les autres erreurs supplémentaires que nous avons mentionnées, et qui n'ont aucune raison particulière d'être similaires d'une caméra à l'autre. La question est donc à présent de savoir comment estimer les grandeurs caractéristiques de ces erreurs supplémentaires. Pour ce faire, nous pouvons nous inspirer de la section 4.2.3, dans laquelle nous avons détaillé une méthode visant à savoir a posteriori si les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques ont été sous estimées, et si oui, de combien. Nous avons déjà utilisé cette méthode pour vérifier et corriger l'estimation des trajectoires à la section 5.2.3.

Voici notre protocole : dans un premier temps, nous résolvons l'équation du minimum des carrés des résidus 6.25 en utilisant les écarts-types σ_i et les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i que nous avons déjà estimées et utilisées pour le calcul de la trajectoire du météore. Nous obtenons alors une première estimations des paramètres $\hat{\theta}_1$. Nous pouvons alors utiliser les variances V_i , c'est-à-dire les variances respectives pour chaque caméra, pour estimer la grandeur caractéristique de l'erreur systématique spécifique au calcul des paramètres dynamiques s_{d_i} pour chaque caméra :

$$V_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (\mu_{ij}(\hat{\theta}_1) - y_{ij})^2 = \sigma_i^2 + s_i^2 + s_{d_i}^2 \quad (6.33)$$

Nous résolvons de nouveau l'équation du minimum des résidus, en y intégrant cette nouvelle erreur systématique s_{d_i} . Nous obtenons alors un nouvel estimateur θ_2 différent du premier. Si la nouvelle solution obtenue est très éloignée de la première, il peut être utile de réitérer l'opération en réestimant les erreurs s_{d_i} à partir des variances de cette dernière solution.

6.2.2 Incertitude des paramètres dynamiques

Choix d'un système de paramètres quasiment optimal

Maintenant que nous avons vu comment modéliser l'interaction entre l'atmosphère et les aérolithes à la section 6.1.2, et comment trouver la solution minimisant la somme des carrés des résidus à la section 6.2.1, nous allons nous intéresser aux espaces de paramètres dans lesquels nous pouvons exprimer cette solution. Notre but sera de trouver un système de paramètres aussi optimal que possible, et d'exprimer la matrice de covariance conditionnée de l'estimateur des moindres carrés dans ce système.

Nous avons défini un système de paramètres optimal à la section 4.1.2 comme étant un système de paramètres dans lequel l'estimateur des moindres carrés est un estimateur non biaisé. Un système de paramètres obtient une telle propriété lorsqu'il est possible d'approximer le modèle par une fonction linéaire des paramètres dans un voisinage suffisamment grand de l'estimateur des moindres carrés. Ainsi, savoir si un système de paramètres particulier est optimal ou non dépend non seulement des paramètres eux-mêmes, mais également du phénomène observé (par exemple un système de paramètres pourra être optimal sur certaine gamme d'énergie, mais pas sur d'autres) et de la précision des mesures (plus les mesures sont imprécises, plus le voisinage sur lequel l'approximation linéaire se vérifie doit être grand).

La matrice de covariance est dite "conditionnée" car nous supposons que la trajectoire est parfaitement connue. Nous verrons à la section 6.2.4 comment prendre en compte l'incertitude sur la trajectoire pour obtenir la matrice de covariance totale. En attendant, nous continuons de considérer que la trajectoire est parfaitement connue dans cette section.

S'il nous suffit de trois paramètres pour exprimer les caractéristiques d'un aérolithe, le choix de ces paramètres est vaste. Dans les précédentes sections de ce chapitre,

nous avons déjà abordé la vitesse initiale V_0 , le paramètre de freinage A , le paramètre d'ablation B , l'enthalpie $Q = A/B$, qui a l'avantage d'être proportionnel à l'enthalpie massique de destruction de l'aérolithe, l'énergie cinétique massique $E_c = V_0^2/2$, le rapport entre l'énergie cinétique et l'enthalpie E_c/Q , ou encore la masse initiale M_0 proportionnelle à A^{-3} . Plusieurs combinaisons de trois paramètres parmi cette liste peuvent définir sans ambiguïté un aérolithe. Il nous reste à savoir lesquelles forment des systèmes de paramètres quasiment optimaux, c'est-à-dire des systèmes de paramètres dans lesquels la somme des résidus S peut être approximée dans un voisinage de l'estimateur des moindres carrés par une équation de la forme 4.11.

Les développements que nous avons effectués à la section 6.1.5 vont nous permettre d'éliminer certains paramètres. Nous avons vu dans la partie consacrée aux météores courts et rapides que, pour ces météores particuliers, nous devons nous attendre à n'obtenir que des limites supérieures aux paramètres A et B , c'est-à-dire que la somme des carrés des résidus est faible pour des états où B et/ou A s'annulent. Une conséquence directe à cela est que la vraisemblance $L(\vec{y}|V_0, A, B)$, c'est-à-dire la vraisemblance d'obtenir le vecteur de mesures $\vec{y}$ sachant les paramètres V_0, A et B , ne tend pas vers zéro lorsque A et/ou B tendent vers zéro. On rappelle ici que la vraisemblance $L(\vec{y}|\theta)$ est proportionnelle à l'exponentielle $\exp(-S(\theta)/2)$. Il s'agit de la vraisemblance d'obtenir les mesures $\vec{y}$ à partir d'un aérolithe donné décrit par les paramètres θ . Cette vraisemblance ne dépend pas du système de paramètres choisi, par conséquent cette vraisemblance ne tend pas vers zéro lorsque les paramètres A^{-3} , Q , ou encore E_c/Q tendent vers l'infini. Ainsi, si nous choisissons d'utiliser l'un de ces trois paramètres, alors la moyenne de cette vraisemblance ou sa variance ne seront pas définies. Ces trois paramètres sont donc à éviter absolument : l'estimateur des moindres carrés, lorsqu'il est exprimé avec ces paramètres, a toutes les chances d'être biaisé, et sa variance ne sera pas définie (ou plutôt elle sera infinie).

Il ne nous reste plus que quatre paramètres parmi ceux que nous avons proposés initialement : les paramètres V_0 , E_c , A et B . Le seul choix qui nous reste est le choix entre la vitesse initiale V_0 et l'énergie cinétique initiale E_c . Nos mesures sont des écarts angulaires proportionnels, dans l'approximation des petits angles, à des écarts de distance parcourue, distance parcourue dont dérive justement la vitesse. C'est donc sur la vitesse initiale V_0 que se portera notre choix plutôt que sur l'énergie cinétique. Cette situation peut rappeler celle que nous avons utilisée comme exemple et comme fil rouge durant le chapitre 4, et en particulier à la section 4.1.2.

Maintenant que nous avons démontré que la combinaison des paramètres (V_0, A, B) est la meilleure parmi celles envisagées, il nous reste à savoir si ce système de paramètres est effectivement un système de paramètres quasiment optimal. Nous avons vu qu'un système de paramètres quasiment optimal est un système de paramètres tel que les prédictions (dans notre cas des écarts angulaires proportionnels à des distances) peuvent être approximées par une combinaison linéaire des paramètres dans un voisinage suffisamment grand de l'estimateur des moindres carrés. Par conséquent, le fait que cet espace de paramètres soit ou ne soit pas un espace de paramètres quasiment optimal dépendra de ce qu'est cet approximateur, et donc de l'aérolithe lui-même.

Commençons par nous pencher sur le cas d'un aérolithe pénétrant une atmosphère isotherme s'approchant de l'atmosphère terrestre avec un angle de 45° , une vitesse de 20 km/s, un paramètre de freinage $A = 0.1 \text{ m}^2/\text{kg}$ et un paramètre d'ablation $B = 0.002 \text{ m}^2/\text{MJ}$. Dans l'hypothèse d'un aérolithe sphérique de 3.5 g/cm^3 et d'un coefficient de traînée $c_d = 1$, ces paramètres correspondent à un aérolithe d'environ

15 milligrammes. L'enthalpie $Q = A/B$ est, quant à elle, de 50 MJ/kg. Nous avons représenté à la figure 6.13 les décalages en altitude dh que subit cet aéroïthe si nous modifions sa vitesse initiale de dV_0 , son paramètre de freinage de dA ou encore son paramètre d'ablation de dB . Si l'espace des paramètres est quasiment optimal, alors

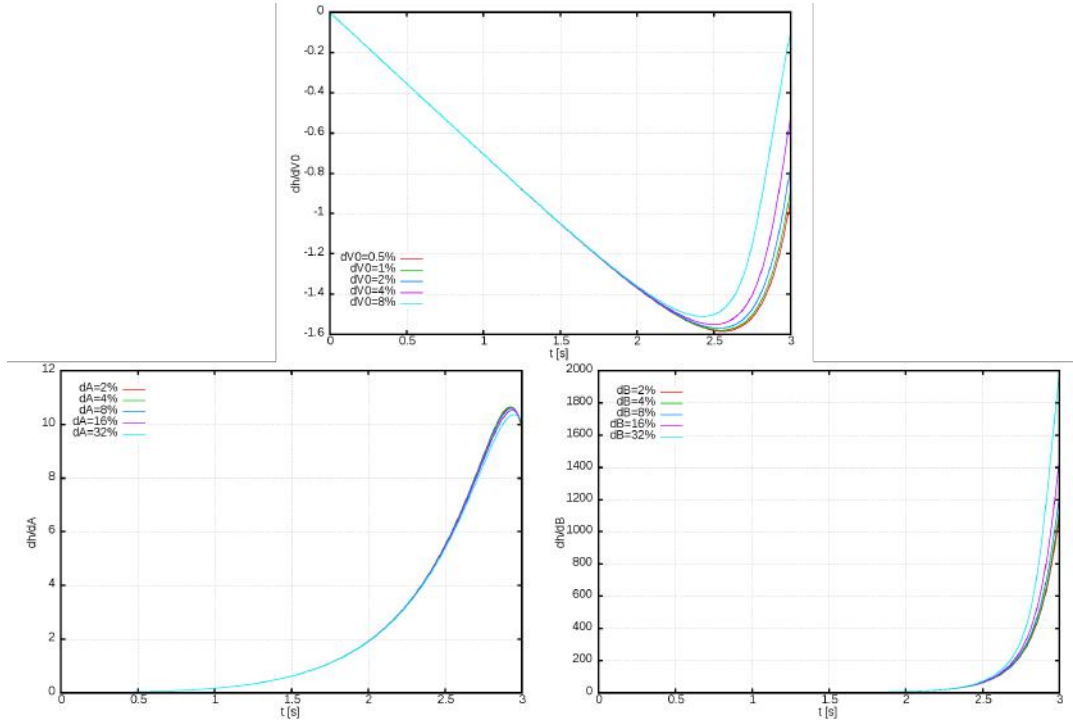


FIGURE 6.13 – Différence entre l'altitude (en km) d'un aéroïthe de référence décrit par les paramètres $V_0 = 20$ km/s, $A = 0.1$ m²/kg et $B = 0.002$ m²/MJ ; et un aéroïthe $(V_0 + dV_0, A, B)$, $(V_0 + dV_0, A + dA, B)$ ou $(V_0, A, B + dB)$. Les météores sont initialement à 100 km d'altitude, ils rentrent dans l'atmosphère avec un angle de 45°.

nous devrions avoir les relations $dh(t) \propto d\theta$ valides pour chaque paramètre et sur une plage de $d\theta$ suffisante. Autrement dit, les ratios $dh/d\theta$ ne doivent pas dépendre du décalage $d\theta$ choisi. Les différentes courbes présentées à la figure 6.13 doivent donc être confondues. Sur la figure 6.13, nous pouvons constater que cette condition est à peu près respectée pour les paramètres A et B , et ce même à des décalages $d\theta$ de 32%. Concernant la vitesse initiale, ce critère de linéarité se dégrade plus vite, mais il reste tout de même correct pour des variations de la vitesse de l'ordre de 5%, c'est-à-dire 1 km/s pour notre aéroïthe entrant dans l'atmosphère à 20 km/s.

Nous en concluons que, pour des aéroïthes de ce type, le système de paramètres (V_0, A, B) est de qualité suffisante pour pouvoir appliquer les méthodes de minimisation des moindres carrés sur les observations et en tirer des estimateurs peu biaisés. En particulier, il est largement préférable à d'autres systèmes de paramètres utilisés dans la littérature. Nous pouvons citer en exemple le système de paramètres (V_0, α, β) , proportionnel à $(V_0, A, E_c/Q)$ dans nos notations, proposé par TURCHAK et GRITSEVICH, 2014. Le lien entre nos notations et celle-ci est présenté à l'équation 6.34. Si le paramètre β est intéressant d'un point de vue physique, il serait regrettable de rechercher son estimateur des moindres carrés, celui-ci risquant d'être biaisé.

$$\alpha = \frac{\rho_0 h_0}{2 \sin(\gamma)} A \quad \beta = \frac{E_c}{Q} = \frac{E_c}{A} B \quad (6.34)$$

Toutefois, nous ne pouvons que constater que, si notre système de paramètres est le meilleur parmi ceux que nous avons envisagés, rien ne nous prouve qu'il est le meilleur parmi tous les systèmes de paramètres possibles. Nous avons choisi d'arrêter ici notre recherche d'un système de paramètres efficace, et de nous satisfaire du système de paramètres (V_0, A, B) . Malgré tout, la poursuite de cette recherche serait certainement très utile pour la recherche sur les météores.

Matrice de covariance conditionnée

Maintenant que nous avons choisi un système de paramètres que nous considérons comme quasiment optimal, et que nous savons calculer la somme des carrés des résidus 6.25, nous pouvons calculer la matrice de covariance conditionnée. Nous procédons de la même manière que ce que nous avons fait pour les trajectoires à la section 5.2.4. Nous tirons aléatoirement et uniformément (tirage de Monte-Carlo) N_{mc} jeux de paramètres (V_0, A, B) dans un voisinage suffisamment grand de l'estimateur des moindres carrés. Les termes de la matrice de covariance sont alors donnés par la somme :

$$V_{kl} = \frac{\sum^{N_{mc}} (\theta_k - \widehat{\theta}_{k\chi^2})(\theta_l - \widehat{\theta}_{l\chi^2}) \exp\left(\frac{-S(\theta)}{2}\right)}{\sum^{N_{mc}} \exp\left(\frac{-S(\theta)}{2}\right)} \quad (6.35)$$

Cette matrice de covariance nous permet ensuite de donner une expression des ellipsoïdes de confiance γ :

$$(\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2})^T V^{-1} (\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2}) = \mathcal{K}_\gamma \quad (6.36)$$

où $\mathcal{K}_\gamma$ est la constante caractérisant la frontière de l'ellipsoïde de confiance γ . Cette constante est donnée en fonction de la confiance γ et du nombre de paramètres du modèle par l'équation 4.29.

6.2.3 Incertitude sur les paramètres dynamiques dans le cas d'un météore court et rapide

Attardons nous à présent sur un météore court et rapide, comme ceux que nous avons étudiés en deuxième partie de la section 6.1.5. Nous avons vu dans cette section que, pour ce type de météore, la somme des carrés des résidus devait augmenter subitement au-delà d'une limite B_{max} , dont l'équation 6.22 nous donne la formule explicite dans le cas d'une atmosphère isotherme. Nous avons vu également que cette somme des carrés résidus devait augmenter, cette fois-ci de manière continue, au delà d'une autre limite A_{max} . Autrement dit, la vraisemblance $L(\overline{y}|V_0, A, B)$ plonge à zéro lorsque B devient supérieur à B_{max} ou inférieur à zéro. Elle plonge également à zéro pour A inférieur à zéro, et décroît continuellement quand A s'éloigne de zéro. A cause de ces discontinuités de la vraisemblance, non seulement le système de paramètres (V_0, A, B) ne peut plus prétendre être un système quasiment optimal, mais pire, cela compromet l'existence même d'un système de paramètres optimal.

Mais malgré tout, à l'intérieur de ces limites, la propriété de linéarité reste vraie pour ce système de paramètres. Nous pouvons le constater sur la figure 6.14. Celle-ci représente les différents ratios $dh/d\theta$ pour les trois différents paramètres. L'aérolithe de référence a une vitesse initiale de 70 km/s à 130 km d'altitude. Il pénètre l'atmosphère avec un angle de 45° . Son paramètre de freinage $A = 1 \text{ m}^2/\text{kg}$ et son paramètre d'ablation est $B = 0.02 \text{ m}^2/\text{MJ}$, ce qui nous donne un ratio énergie cinétique sur enthalpie de destruction E_c/Q de 49. Ce météore atteint son altitude critique h_{crit} en un peu plus de 0.7 seconde. Pour ce météore, la linéarité par rapport à A est très

bien respectée, même pour des variations dA de 800%. Concernant les paramètres V_0 et B , nous n'avons regardé que des variations négatives, car des variations positives nous feraient franchir la limite $B_{max} \propto V_0^{-2}$. La linéarité est également bien respectée selon ses paramètres, tant que nous ne franchissons pas cette limite.

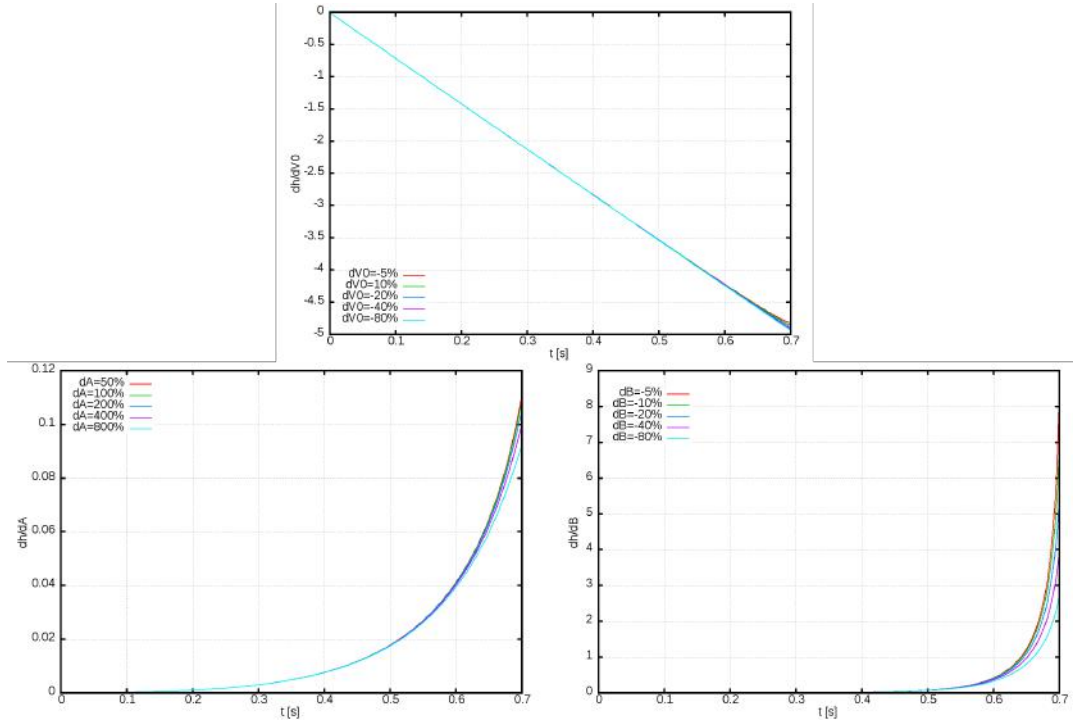


FIGURE 6.14 – Différence entre l'altitude (en km) d'un aéroïlith de référence décrit par les paramètres $V_0 = 70$ km/s, $A = 1$ m²/kg et $B = 0.02$ m²/MJ ; et un aéroïlith $(V_0 + dV_0, A, B)$, $(V_0 + dV_0, A + dA, B)$ ou $(V_0, A, B + dB)$. Les météores sont initialement à 130 km d'altitude, ils entrent dans l'atmosphère avec un angle de 45°.

Ainsi, notre système de paramètres (V_0, A, B) se comporte comme un système de paramètres quasiment optimal dans les limites de A et B positifs et B inférieur à B_{max} . Par conséquent, les surfaces d'isovraisemblance (les surfaces sur lesquelles la somme des carrés des résidus est constante) formeront bien des ellipsoïdes, comme dans le cas d'un système de paramètres quasiment optimal classique, mais des ellipsoïdes tronqués.

Ainsi, un système de paramètres quasiment optimal doit être aussi quasiment équivalent au système de paramètres (V_0, A, B) , d'après les règles que nous avons déterminées à la section 4.1.2. Or tout système de paramètres quasiment équivalent à (V_0, A, B) subira ce problème de discontinuité. Par conséquent, il n'existe pas de système de paramètres quasiment optimal dans le cas des météores fragiles et/ou rapides.

Nous continuerons donc d'utiliser le système de paramètres (V_0, A, B) comme s'il était optimal, faute de mieux. Autrement dit, nous allons continuer de supposer que la vraisemblance $L(\theta, \vec{y})$ est proportionnelle à la vraisemblance $L(\vec{y}, \theta)$. Nous rappelons que cette première vraisemblance est la vraisemblance d'obtenir les mesures $\vec{y}$ avec un météore de caractéristiques θ . Cette vraisemblance est proportionnelle à $\exp(-S(\theta)/2)$. La seconde vraisemblance est la vraisemblance que les caractéristiques de l'aéroïlith soient θ sachant que l'on a obtenu les mesures $\vec{y}$. Celle-ci est donnée

par la formule de Bayes 4.4. L'hypothèse que ces deux vraisemblances soient proportionnelles entre elles ne va pas de soi, mais elle traduit le fait que, dans le cas d'un espace de paramètres optimaux, l'estimateur des moindres carrés est le meilleur estimateur linéaire non biaisé. Nous renvoyons vers les sections 4.1.2 et 4.1.2 pour plus de précisions.



Nous venons de décider de considérer que les vraisemblances $L(\theta, \vec{y})$ et $L(\vec{y}, \theta)$ étaient proportionnelles entre elles, même dans les cas où les surfaces d'isovraisemblance interceptent les limites de l'espace des paramètres, formant des ellipsoïdes tronqués. Étudions à présent les conséquences de ce choix sur nos estimateurs.

Pour des raisons de pédagogie et de pertinence, nous étudierons un cas simple, dont voici la description. Nous supposons dans un premier temps que les trois paramètres V_0, A et B ne sont pas corrélés entre eux (nous verrons les conséquences d'une corrélation ultérieurement). Nous supposons également que les estimateurs des moindres carrés des paramètres A et B prennent les valeurs $\widehat{A}_{\chi^2} = 0$ et $\widehat{B}_{\chi^2} = B_{max}/2$. La vraisemblance $L(\vec{y}|V_0, A, B)$ est alors donnée par l'expression suivante :

$$L(\vec{y}|V_0, A, B) \propto \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma_A^2}\right) \exp\left(-\frac{(V_0 - \widehat{V}_{0\chi^2})^2}{2\sigma_{V_0}^2}\right) \exp\left(-\frac{(B - 0.5B_{max})^2}{2\sigma_B^2}\right) \\ B \in [0; B_{max}]; A > 0$$

Aux hypothèses précédentes, nous ajoutons celle que σ_B est très grand devant B_{max} , si bien que la vraisemblance peut être considérée comme indépendante de B si B est compris entre 0 et B_{max} , et nulle ailleurs. On en profite pour porter l'attention du lecteur sur le fait que les écarts-types σ_{V_0} , σ_A et σ_B ne sont pas les écarts-types des estimateurs des moindres carrés, mais les écarts-types des gaussiennes modélisant la vraisemblance. Comme ces gaussiennes sont tronquées, les écarts-types réels des estimateurs ne sont pas les mêmes. En définitive, nous obtenons l'expression suivante :

$$L(V_0, A, B|\vec{y}) \propto L(\vec{y}|V_0, A, B) \propto \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma_A^2}\right) \exp\left(-\frac{(V_0 - \widehat{V}_{0\chi^2})^2}{2\sigma_{V_0}^2}\right) \quad (6.37) \\ B \in [0; B_{max}]; A > 0$$

Cette équation de la vraisemblance, malgré sa simplicité, est assez représentative des météores que nous pouvons réellement observer. Nous pouvons le constater avec l'exemple représenté par la figure 6.15. Cette figure montre la vraisemblance d'un aérolithe réel tombé le 11 août 2018 à 21 : 01 : 55 UT. Ce météore, appartenant à la pluie des Perséides, était très rapide (avec des vitesses d'entrée dans l'atmosphère de l'ordre de 60 km/s), ce qui en fait un cas typique de météore "court et rapide" comme nous en avons étudié à la section 6.1.5. L'équation de vraisemblance simplifiée, décrite par l'équation 6.37 va nous permettre de comprendre le comportement des estimateurs dans le cas de météores de ce type.

Commençons par le paramètre de freinage A . Son estimateur des moindres carrés est $\widehat{A}_{\chi^2} = 0$, ce qui correspond à un aérolithe de masse infinie, ne décélérant pas. Mais cet estimateur est biaisé. En effet, l'espérance de A est, quant à elle, supérieure à zéro. Plus précisément, elle est donnée par l'intégrale suivante :

$$E(A) = \frac{\int_{A=0}^{\infty} A \exp\left(\frac{-A^2}{2\sigma_A^2}\right) dA}{\int_{A=0}^{\infty} \exp\left(\frac{-A^2}{2\sigma_A^2}\right) dA} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_A \quad (6.38)$$

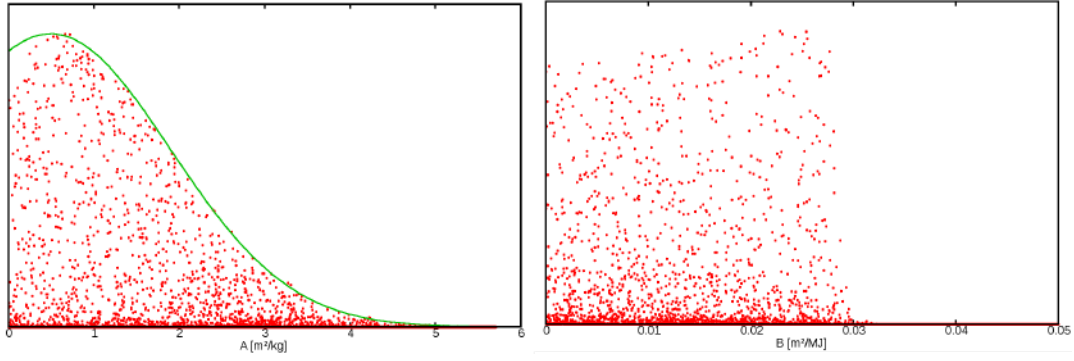


FIGURE 6.15 – Vraisemblance de l'aérolithe tombé le 11 août 2018 à 21 : 01 : 55 UT. Chaque point représente un jeu de paramètres (V_0, A, B) . Ces points sont tirés uniformément dans cet espace de paramètres, puis représentés selon A (gauche) et B (droite). Pour A , l'enveloppe représentée par une ligne verte est une gaussienne de centre 0.5 et d'écart-type 1.4 m²/kg. Pour B , on remarque très distinctement la chute de vraisemblance lorsque B dépasse une certaine limite B_{max} . Notre modèle ne peut plus expliquer la présence du point le plus bas observé si B dépasse cette valeur, d'où la discontinuité de la vraisemblance.

L'espérance de A est donc directement impactée par l'écart-type σ_A , signe que cet estimateur est biaisé. En effet, cet estimateur dépend directement de l'imprécision des mesures, et donc de la performance de l'instrument d'observation. Moins cet instrument sera performant, plus l'espérance de A sera élevée, indépendamment de l'aérolithe lui-même.

Nous avons supposé que l'estimateur des moindres carrés de A prend la valeur zéro. Dans les cas réels, il prend une valeur quelconque entre 0 et A_{max} , A_{max} étant la valeur maximale au delà de laquelle la décélération aurait dû être visible par l'instrument. A_{max} dépendant directement des performances de l'instrument, l'estimateur des moindres carrés sera lui-même biaisé. Moins l'instrument est performant, plus ces estimateurs (espérance et moindres carrés) pourront prendre des valeurs élevées. Autrement dit, ces estimateurs seront surestimés. Finalement, dans ce type de cas de figure, nous ne pouvons plus donner qu'une valeur maximale de A , et pas une estimation non-biaisée.

Nous pouvons également nous intéresser à la masse initiale de l'aérolithe. Cette masse initiale est reliée à A par l'équation 6.12. Dans notre cas, l'estimateur des moindres carrés de la masse initiale $\widehat{M_0}_{\chi^2}$ est l'infini. Intéressons nous à la vraisemblance $L(M_0|\vec{y})$. On peut relier celle-ci à la vraisemblance de A par l'équation 4.6, qui appliquée à notre situation nous donne :

$$L(M_0|\vec{y}) \propto \frac{1}{M^{\frac{4}{3}}} L(\vec{y}|M_0) \propto \frac{1}{M^{\frac{4}{3}}} \exp\left(-\frac{F_0^2 c_d^2}{2\rho^{\frac{4}{3}} M^{\frac{2}{3}} \sigma_A^2}\right) \quad (6.39)$$

Cette vraisemblance, représentée à la figure 6.16, a le bon goût d'être intégrable sur l'intervalle $[0 : +\infty[$. Cela nous garantit de pouvoir définir des intervalles de confiance de la masse initiale, ce que nous n'aurions pas pu faire si nous avions directement recherché la masse initiale par une méthode des moindres carrés, supposant la proportionnalité entre les vraisemblances $L(M_0|\vec{y})$ et $L(\vec{y}|M_0)$. Malheureusement, nous

n'allons pas pour autant pouvoir donner un estimateur réaliste de la masse initiale. En effet, l'espérance de la masse initiale $E(M_0)$ reste non définie. Cela est dû au fait que le produit $M_0 L(M_0 | \vec{y})$, qui devient proportionnel à $M_0^{-1/3}$ lorsque M_0 tend vers infini, n'est pas intégrable sur $[0 : +\infty[$ (l'espérance de la masse initiale serait donc infinie). Il nous est par contre possible de donner d'autres estimateurs, comme le maximum de vraisemblance $\widehat{M_{0_{max}}}$, ou encore la masse initiale médiane $\widehat{M_{0_{med}}}$. Les équations de ces deux estimateurs sont données ci-dessous :

$$\widehat{M_{0_{med}}} \simeq 2.53 \frac{F_0^3 c_d^3}{\rho^2 \sigma_A^3} \quad \widehat{M_{0_{max}}} = \frac{1}{8} \frac{F_0^3 c_d^3}{\rho^2 \sigma_A^3} \quad (6.40)$$

On constate que ces deux estimateurs sont très différents. Il y a un facteur 20 entre l'un et l'autre dans les circonstances que nous considérons. Cela est symptomatique de la difficulté à estimer une masse dans le cas d'un météore dont la décélération est trop faible pour être correctement observée. Tout au plus pouvons nous trouver une masse minimale, justifiée par le fait qu'un aérolithe de masse initiale inférieure aurait dû présenter une décélération plus accentuée (d'où la chute brutale de la vraisemblance lorsque la masse tend vers zéro). C'est à cause de cette difficulté à estimer une masse maximale de l'aérolithe que la masse médiane est 20 fois supérieure au maximum de vraisemblance. En particulier, dans le cas que nous étudions, la probabilité pour l'aérolithe d'avoir une masse supérieure à $\widehat{M_{0_{max}}}$ est d'environ 95%. Par conséquent, l'estimateur $\widehat{M_{0_{max}}}$ peut être vu comme une masse initiale minimale.

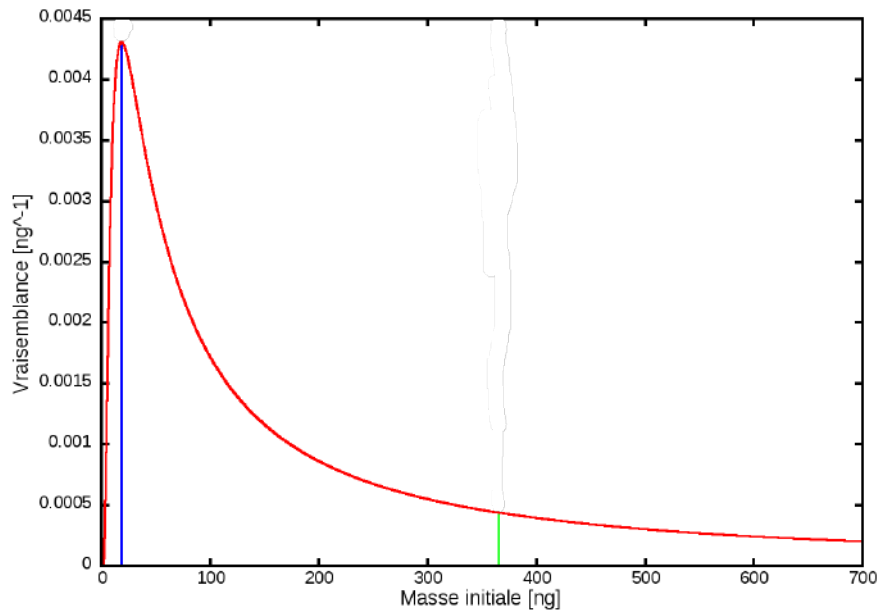


FIGURE 6.16 – Vraisemblance de la masse initiale M_0 , en considérant que le système de paramètres (V_0, A, B) est optimal. Nous sommes dans le cas, étudié dans le texte, où la vraisemblance de A prend la forme d'une gaussienne centrée sur 0 et d'écart-type σ_A fixé à $1 \text{ m}^2/\text{kg}$. Le facteur de forme F_0 est supposé être de 1.209, le coefficient de traînée $c_d = 1$, et la $\rho = 3500 \text{ kg/m}^3$. Dans ce cas, le maximum de vraisemblance $\widehat{M_{0_{max}}}$ est de 18 ng (bleu), tandis que la masse médiane $\widehat{M_{0_{med}}}$ est de 365 ng (vert), soit environ 20 fois plus.

Intéressons-nous à présent à un autre paramètre : l'enthalpie $Q = A/B$. Cette enthalpie a l'avantage d'être proportionnelle à l'enthalpie massique de destruction H . Elle peut donc nous apporter des informations concernant le matériau et la cohésion des aérolithes. Comme nous l'avons fait pour la masse initiale, nous pouvons utiliser l'équation 4.6 pour retrouver la vraisemblance $L(Q)$. Dans le cas que nous étudions présentement, nous trouvons :

$$L(Q|\vec{y}) \propto \frac{1}{Q^2} \left(1 - \exp \left(-\frac{Q^2 B_{max}^2}{2\sigma_A^2} \right) \right) \quad (6.41)$$

Cette vraisemblance est représentée à la figure 6.17. Comme pour la masse, cette vraisemblance a l'avantage d'être intégrable sur l'intervalle $[0 : +\infty[$, ce qui nous assure de pouvoir définir des intervalles de confiance. Et comme pour la masse, l'espérance $E(Q)$ est infinie. Les deux autres estimateurs que nous avons envisagés, le maximum de vraisemblance et la médiane, valent respectivement :

$$\widehat{Q_{med}} \simeq 1.5 \frac{\sigma_A}{B_{max}} \quad \widehat{Q_{max}} = 0 \quad (6.42)$$

Estimer l'enthalpie Q d'un aérolithe court et rapide à partir de la décélération observée est donc très difficile. Contrairement à la masse, il n'est même pas possible de donner une solidité minimale, le maximum de vraisemblance étant atteint pour $Q = 0$, tandis que son espérance vaut $+\infty$.

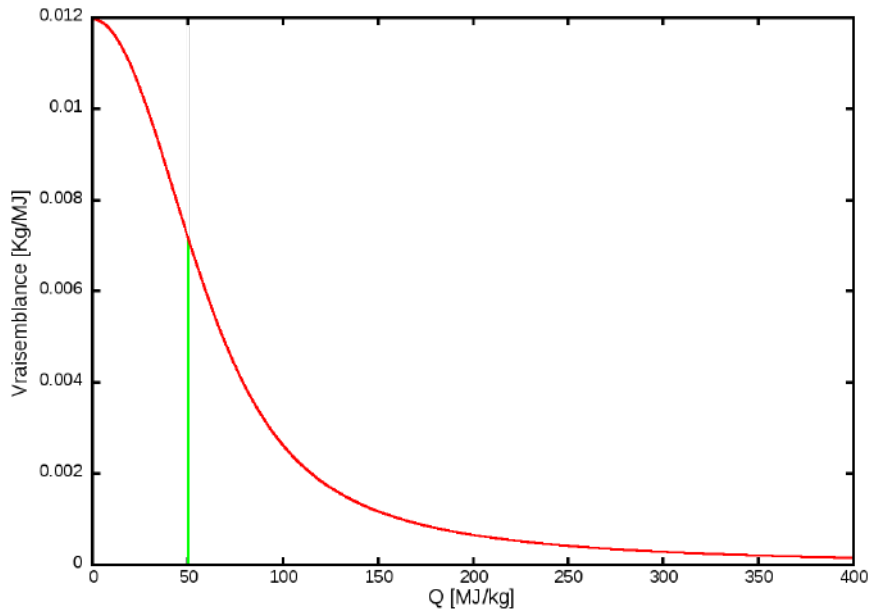


FIGURE 6.17 – Vraisemblance de l'enthalpie Q , en considérant que le système de paramètres (V_0, A, B) est optimal. Nous sommes dans le cas, étudié dans le texte, où la vraisemblance de A prend la forme d'une gaussienne centrée sur 0 et d'écart-type σ_A fixé à $1 \text{ m}^2/\text{kg}$. La valeur maximale de B est, quant à elle, fixée à $0.03 \text{ m}^2/\text{MJ}$. Ces deux valeurs sont cohérentes avec le météore réel présenté comme exemple à la figure 6.15. L'enthalpie médiane $\widehat{Q_{med}}$ est de 50 MJ/kg (vert).

Nous venons de voir, grâce à notre vraisemblance simplifiée, que dans le cas des météores courts et rapides, il est très difficile d'estimer la masse ou l'enthalpie de

destruction de l'aérolithe. Cela est dû au fait que le météore ne décélère presque pas, si bien que l'incertitude sur ces paramètres devient énorme. Un aérolithe dont la décélération n'est pas perceptible ne peut pas être distingué d'un aérolithe de masse infinie et de solidité quelconque. La vitesse, par contre, est presque constante sur toute la durée du météore. Nous pourrions donc espérer pouvoir au moins estimer la vitesse initiale V_0 de l'aérolithe de manière précise et non biaisée. Si cela est vrai dans la situation simplifiée que nous étudions jusqu'à présent, il faut nuancer dans les cas plus réalistes.

En effet, nous avons supposé que les trois paramètres V_0 , A et B étaient parfaitement décorrélés les uns des autres. Cette supposition avait été faite dans le seul but de simplifier les équations. En réalité, dans la plupart des cas, les paramètres V_0 , A et B sont corrélés. Pour montrer cette corrélation, nous pouvons reprendre l'exemple du météore du 11 août 2018 à 21 :01 :55 UT, que nous avons déjà présenté à la figure 6.15. La figure 6.18 représente la vraisemblance obtenue pour cet aérolithe dans le plan (V_0, A) . La corrélation entre la vitesse et le paramètre de freinage A est manifeste.

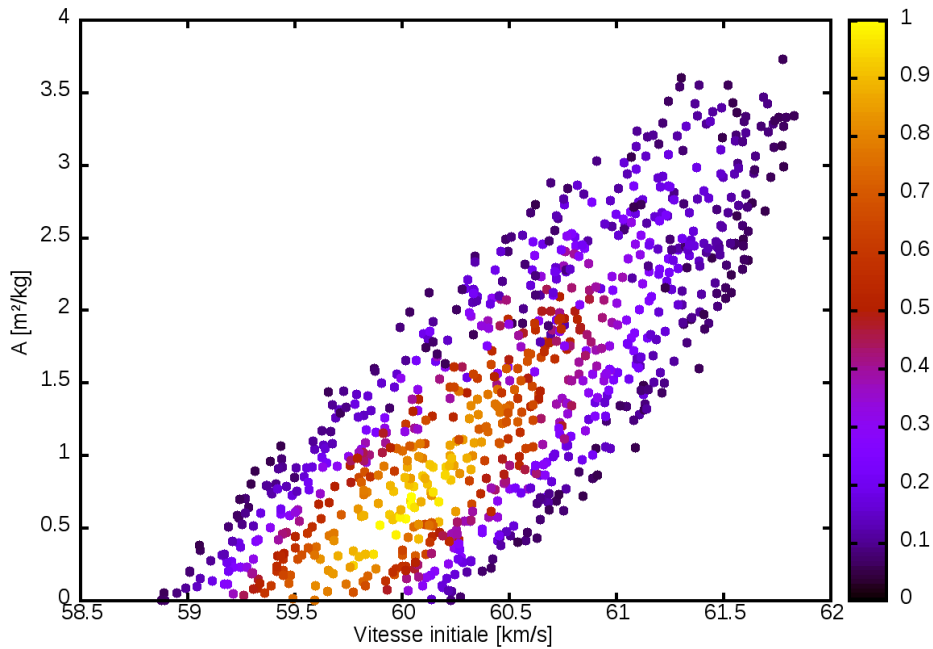


FIGURE 6.18 – Vraisemblance (échelle de couleur) de l'aérolithe tombé le 11 août 2018 à 21 :01 :55 UT. Chaque point représente un jeu de paramètre (V_0, A, B) . Ces points sont tirés uniformément dans cet espace de paramètres, puis représentés dans le plan (V_0, A) . Pour éviter de surcharger ce graphe, seuls les points dont les vraisemblances sont supérieures à 5% de la vraisemblance maximale sont représentés.

Il ne faut pas oublier que, si nous ne sommes pas capables de distinguer la décélération des météores courts et rapides, c'est non seulement parce que ceux-ci décélèrent peu, mais également parce qu'ils sont observés pendant un court laps de temps. Même si nous ne sommes pas capables de mesurer une décélération sur le météore observé, il est possible qu'un aérolithe ait déjà perdu une partie de sa vitesse initiale avant même d'être suffisamment lumineux pour être détecté. Si nous mesurons une certaine vitesse V_m presque constante sur la partie observée du météore, alors peut être qu'il n'a quasiment pas décéléré ($A \simeq 0$), et donc que $V_m \simeq V_0$. Mais peut être aussi que le bolide a déjà perdu une partie de sa vitesse ($A > 0$), et donc que $V_0 > V_m$. Nous comprenons à présent l'origine de la corrélation positive entre les paramètres A et V_0

telle que nous la voyons à la figure 6.18. A cause de cette corrélation, le biais sur la paramètre A va se transposer sur le paramètre V_0 , le biaisant à son tour.

Complexifions légèrement notre exemple théorique. Désormais, nous considérerons qu'il existe une corrélation entre les paramètres V_0 et A . Cette corrélation est décrite par un coefficient p compris entre -1 et $+1$. Nous considérons toujours que la vraisemblance est indépendante de B pour $B < B_{max}$, si bien que ce paramètre n'intervient pas dans ce qui suit. Avec cette nouvelle hypothèse, la vraisemblance 6.37 devient :

$$L(V_0, A) \propto \exp \left(-\frac{1}{1-p^2} \left(\frac{A^2}{2\sigma_A^2} + \frac{(V_0 - \widehat{V_{0_{x^2}}})^2}{2\sigma_{V_0}^2} - \frac{pA(V_0 - \widehat{V_{0_{x^2}}})}{\sigma_A\sigma_{V_0}} \right) \right) \quad (6.43)$$

En intégrant, on obtient la vraisemblance de V_0 :

$$L(V_0) = \exp \left(-\frac{(V_0 - \widehat{V_{0_{x^2}}})^2}{2\sigma_{V_0}^2} \right) \left(1 - \operatorname{erf} \left(-\frac{p(V_0 - \widehat{V_{0_{x^2}}})}{\sqrt{2(1-p^2)}\sigma_{V_0}} \right) \right) \quad (6.44)$$

où $\operatorname{erf}(x)$ est la fonction d'erreur de Gauss :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (6.45)$$

Ainsi, la vraisemblance de V_0 n'est plus une simple gaussienne centrée sur son estimateur des moindres carrés $\widehat{V_{0_{x^2}}}$. En particulier, son espérance $E(V_0)$ n'a plus de raison d'être égale à cet estimateur. Par exemple, dans une situation où l'écart-type $\sigma_{V_0} = 1$ km/s et où le coefficient de corrélation $p = 0.5$, l'espérance de V_0 sera de 0.4 km/s supérieure à son estimateur des moindres carrés. Cette situation est représentée par la figure 6.19

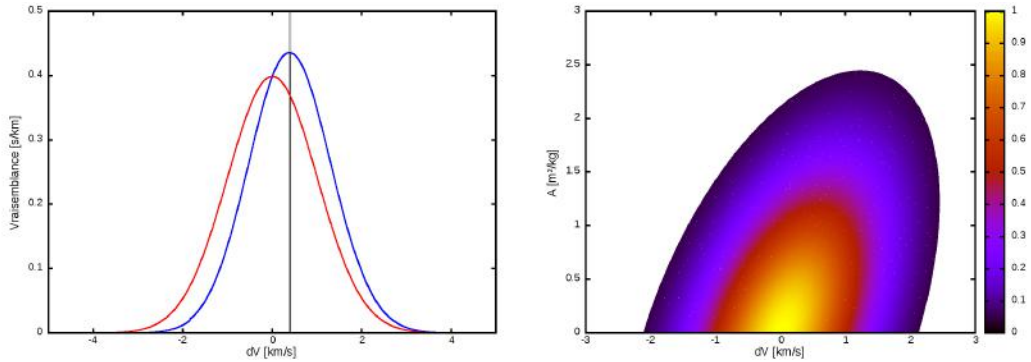


FIGURE 6.19 – Vraisemblance $L(V_0)$ en l'absence de corrélation avec le paramètre A (courbe rouge), et en présence d'une corrélation de coefficient $p = 0.5$ (courbe bleue). L'espérance de V_0 est décalée de 0.4 km/s en présence de cette corrélation (ligne noire). Le graphe de droite représente la vraisemblance $L(V_0, A)$ avec corrélation en échelle de couleurs. Les écarts-types utilisés sont $\sigma_{V_0} = 1$ km/s et $\sigma_A = 1$ m²/kg.

Récapitulons brièvement. Nous avons vu que l'approximation linéaire fonctionne bien dans l'espace des paramètres V_0, A, B , cet espace peut donc être considéré comme quasiment optimal. Dans cet espace, les surfaces d'isovraisemblance forment des ellipsoïdes, et les estimateurs des moindres carrés sont non biaisés (voir section 6.2.2).

Cela est vrai tant que les différentes limites de notre espace de paramètres (A et B positif et B inférieur à B_{max}) sont suffisamment éloignées de l'estimateur des moindres carrés pour être négligées. Dans le cas contraire, les intervalles de confiance ne sont plus des ellipsoïdes, mais des ellipsoïdes tronqués. A cause de cela, l'estimateur des moindres carrés et l'espérance des paramètres ne sont plus identiques : c'est le signe que ces estimateurs deviennent biaisés. Dans cette situation, il sera très difficile d'estimer certaines caractéristiques de l'aérolithe, en particulier sa masse ou son enthalpie massique de destruction dont les espérances sont infinies, ce qui nous oblige à nous rabattre sur l'estimateur "médiane".

Mais il serait erroné de croire que ces espérances et médianes sont des estimateurs non biaisés. En effet, les écarts-types σ_A et σ_B interviennent dans les équations de ces estimateurs. Nous avons calculé explicitement ces équations dans le cas de l'exemple étudié ci-dessus (voir les équations 6.38, 6.40, 6.42 et 6.44). Ainsi, les espérances ou les médianes des caractéristiques du météore dépendent non seulement du météore lui-même, mais également de la précision de nos mesures, de la dernière altitude observée (et donc de la sensibilité des caméras), et caetera. Ces estimateurs sont donc biaisés. Prenons en exemple le paramètre A , dont l'espérance est directement proportionnelle à l'écart-type σ_A d'après l'équation 6.38. Si un second réseau de caméras observe le même météore court et rapide que le réseau *FRIPON*, mais avec des caméras de moins bonne résolution, alors ce second réseau obtiendra un plus grand écart type sur A , et donc son espérance de A sera supérieure à celle calculée avec *FRIPON*. Nous comprenons donc toute la difficulté de trouver un estimateur non biaisé pour ce type de météore. Au final, tout ce nous pouvons donner dans cette situation, c'est un maximum de A qui dépendra des performances de l'instrument. À ce maximum de A correspond une masse initiale minimale.

Dans le cadre d'un programme d'observation de météores comme *FRIPON*, dans lequel un grand nombre de météores aux caractéristiques très différentes sont observés, il est important de savoir détecter ces biais. Pour cela, nous pouvons profiter du tirage Monte-Carlo nous servant à calculer la matrice de covariance de l'estimateur des moindres carrés (voir l'équation 6.35) pour calculer également les espérances des paramètres :

$$E(\theta_k) = \frac{\sum_{N_{mc}} \theta_k \exp(-\frac{S(\theta)}{2})}{\sum_{N_{mc}} \exp(-\frac{S(\theta)}{2})} \quad (6.46)$$

Si ces espérances sont proches de l'estimateur des moindres carrés, c'est-à-dire si nous avons l'inégalité $(E(\theta_k) - \widehat{\theta}_{k,\chi^2}) \ll \sigma_k$, alors nous sommes dans la situation où les limites de l'espace des paramètres sont suffisamment éloignées, et donc que l'estimateur des moindres carrés n'est que peu biaisé. Dans le cas inverse, cela signifie que l'estimateur des moindres carrés ne peut plus être considéré comme non biaisé, la présence des limites de l'espace des paramètres n'est pas négligeable. La différence entre cet estimateur et les espérances des paramètres nous donne une indication quant à ce biais. Plus simplement, il est pertinent de prendre comme critère les distances des estimateurs des moindres carrés aux limites de l'espace des paramètres : $\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A$ et $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$. En effet, plus le centre de l'ellipsoïde de confiance est proche des frontières $A = 0$ et $B = 0$ de l'espace des paramètres, plus les effets de ces bords se feront sentir, et plus nous serons dans une situation où les estimateurs sont biaisés.

Nous verrons plus loin, à la section 7.2, quelle importance ces biais prennent dans la population de météores observés par le réseau *FRIPON*.

6.2.4 Propagation de l'incertitude sur la géométrie de la trajectoire vers les paramètres dynamiques

Dans toutes les sections précédentes, nous avons considéré que la trajectoire du météore était une ligne droite parfaitement connue. Dans la pratique, cette trajectoire n'est estimée qu'avec une certaine précision, nous avons d'ailleurs déterminé sa matrice de covariance à la section 5.2.4. Aussi, la matrice de covariance des estimateurs $\widehat{V}_{0_{\chi^2}}$, $\widehat{A}_{\chi^2}$ et $\widehat{B}_{\chi^2}$ que nous calculons à l'équation 6.35 n'est que la matrice de covariance conditionnée à l'estimateur des moindres carrés de la trajectoire $\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2}$. Nous noterons cette matrice de covariance conditionnée $\mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2} | \widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2})$.

Pour connaître l'influence de l'incertitude de la trajectoire sur les paramètres dynamiques, nous utiliserons l'équation simplifiée de la variance totale 4.45 que nous avons décrite à la section 4.2.4. Selon cette équation, la matrice de covariance totale est égale à la somme de la matrice de covariance considérant la trajectoire estimée comme parfaitement exacte $\mathbf{V}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2} | \widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2})$, et de la matrice $\mathbf{J} \cdot \mathbf{V}(\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2}) \cdot \mathbf{J}^T$, où la matrice $\mathbf{V}(\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2})$ est la matrice de covariance de la trajectoire du météore, tandis que la matrice $\mathbf{J}$ est la matrice jacobienne d'équation :

$$J_{kl} = \frac{\partial \theta_k}{\partial x_l}(\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2}) \quad (6.47)$$

Nous connaissons déjà ces deux matrices de covariance, que nous avons calculées, respectivement, aux sections 6.2.2 et 5.2.4. Seule la matrice jacobienne $\mathbf{J}$ nous est encore inconnue.

Comme il nous faut quatre paramètres pour décrire la trajectoire du météore et trois pour décrire sa dynamique, la matrice jacobienne $\mathbf{J}$ sera donc une matrice 3×4 . Chaque colonne l de cette matrice peut être trouvée de la manière suivante : nous recalculons l'estimateur des moindres carrés des paramètres dynamiques $\boldsymbol{\theta}$ en faisant varier le paramètre x_l de la trajectoire d'un écart dx_l . La différence entre ce nouvel estimateur et l'estimateur précédent nous permet de connaître le vecteur colonne l de la matrice jacobienne :

$$J_{kl} = \frac{\widehat{\theta}_{k_{\chi^2}}(\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2} + dx_l) - \widehat{\theta}_{k_{\chi^2}}(\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2})}{dx_l} \quad (6.48)$$

Comme cette matrice jacobienne possède quatre colonnes, il nous faut calculer quatre nouveaux estimateurs des moindres carrés. Comme ces nouveaux estimateurs sont calculés en supposant une trajectoire légèrement différente de la trajectoire estimée, ils seront proches de l'estimateur précédent $\widehat{\theta}_{k_{\chi^2}}(\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2})$. Ce fait peut être utilisé pour améliorer grandement le temps de calcul : nous savons déjà que l'estimateur $\widehat{\theta}_{k_{\chi^2}}(\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2} + dx_l)$ se trouve dans un voisinage de $\widehat{\theta}_{k_{\chi^2}}(\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2})$, réduisant ainsi l'espace dans lequel rechercher cet estimateur, et par là le temps de calcul. Dans notre cas, si la recherche de $\widehat{\theta}_{k_{\chi^2}}(\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2})$ peut prendre quelques dizaines de minutes sur un ordinateur personnel, la recherche de $\widehat{\theta}_{k_{\chi^2}}(\widehat{\mathbf{x}}_{\chi^2} + dx_l)$ ne prend que quelques dizaines de secondes sur le même ordinateur.

Une fois cette matrice jacobienne calculée, nous n'avons plus qu'à utiliser la formule de la variance totale 4.45, pour finalement obtenir la matrice de covariance totale des estimateurs dynamiques $\widehat{V}_{0_{\chi^2}}$, $\widehat{A}_{\chi^2}$ et $\widehat{B}_{\chi^2}$.

6.3 Calcul des orbites

6.3.1 Méthode de calcul des orbites

Dans cette section, nous cherchons à calculer les paramètres orbitaux du météoroïde juste avant sa rencontre avec la Terre, lorsque son orbite était dominée par l'attraction du Soleil. En effet, durant la rencontre proche avec la Terre, les paramètres orbitaux du corps changent rapidement, du fait de l'interaction gravitationnelle avec la Terre et la Lune. A l'inverse, les paramètres orbitaux que possédait le météoroïde avant cette rencontre ne changent que sur une échelle de temps bien plus longue, et ils sont donc intéressants pour comparer les orbites des météoroïdes les uns aux autres, ainsi qu'à celles des autres corps du Système Solaire. Les paramètres orbitaux sont au nombre de six : la distance du périhélie p , l'excentricité e , l'inclinaison i , la longitude du nœud ascendant Ω , l'argument du périhélie ω , et enfin la date τ du passage au périhélie (qui peut être remplacée par l'anomalie moyenne M à un instant de référence). Ces paramètres orbitaux sont représentés par la figure 6.20.

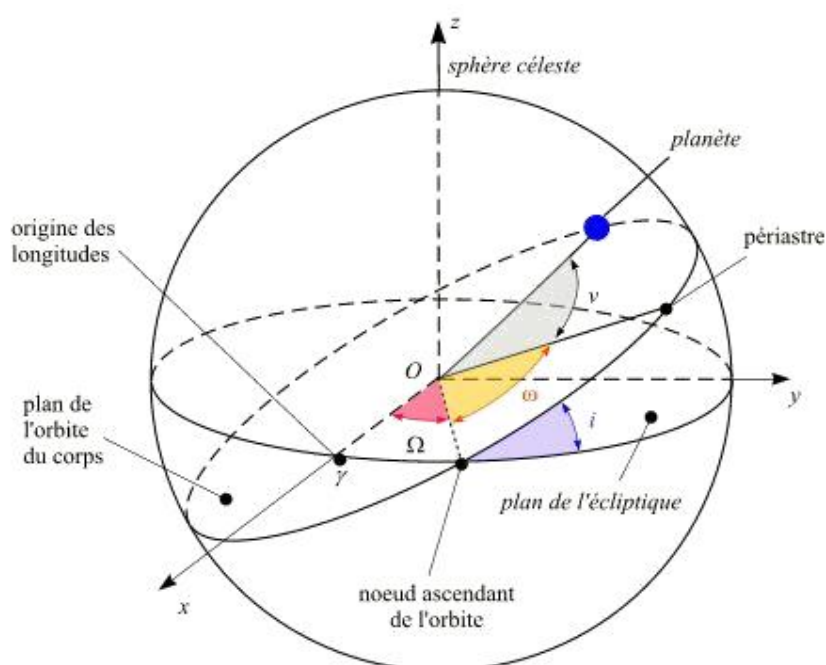


FIGURE 6.20 – Représentation des paramètres orbitaux.

Crédit : IMCCE/Patrick Rocher

Pour connaître les paramètres orbitaux du météoroïde avant sa rencontre avec le système Terre-Lune, nous allons devoir intégrer numériquement son orbite jusqu'au moment où l'influence de la gravitation terrestre sera négligeable. C'est seulement alors que nous convertirons la position et la vitesse du météoroïde dans le Système Solaire en paramètres orbitaux.

Conditions initiales

À ce stade de notre étude, nous savons décrire un aéroïte à l'aide de quatre paramètres décrivant la ligne droite le long de laquelle il se déplace, sa vitesse initiale, son paramètre de freinage A , son paramètre d'ablation B ainsi que la date de la chute

(les caméras n'étant pas parfaitement synchronisées entre elles, c'est la moyenne de leurs datations respectives que nous utiliserons).

Pour calculer les paramètres orbitaux du météoroïde avant sa rencontre avec la Terre, les paramètres A et B ne seront pas utiles. Les six autres paramètres permettent de définir les conditions initiales de position et de vitesse du météoroïde au bord de l'atmosphère terrestre. Nous allons voir dans cette section comment convertir ces six paramètres de l'aérolithe en six paramètres orbitaux du météoroïde. Nous pouvons utiliser ces informations comme condition initiale des équations du mouvement des météoroïdes avant leur entrée atmosphérique, et ainsi remonter à leurs orbites.

La position à laquelle nous plaçons les météoroïdes pour démarrer l'intégration numérique de l'orbite peut être discutée. La vitesse initiale V_0 est la vitesse que posséderait l'aérolithe à l'infini si celui-ci n'était soumis qu'à l'action de l'atmosphère, sans aucun champ de pesanteur. Bien sûr, il ne fait pas sens de situer la position initiale du météoroïde à une distance infinie de la Terre. La position initiale, à laquelle nous faisons démarrer notre intégration numérique, est la position à laquelle nous choisissons de faire la transition entre le modèle physique de l'aérolithe uniquement soumis à l'interaction avec l'atmosphère et le modèle physique du météoroïde uniquement soumis aux forces de gravitation. Placer cette transition trop haut ou trop bas risque de dégrader les résultats. Dans le cadre de *FRIPON*, nous plaçons cette transition à une altitude de 10 km supérieure à l'altitude du premier point observé. De cette façon, nous plaçons la transition dans une atmosphère près de quatre fois moins dense que celle du premier point observé, ce qui permet de compenser le fait que, avec sa relativement faible sensibilité, nous n'observons pas le début de la décélération des aérolithes (VIDA, BROWN et CAMPBELL-BROWN, 2018). Par ailleurs, l'énergie potentielle de pesanteur gagnée par les météoroïdes sur ces dix kilomètres ne sera que de, au maximum, un 620^{me} de son énergie cinétique. En termes de vitesse, cela revient à une différence de 9 m/s pour un météoroïde allant à 11 km/s, et moins de 1 m/s pour un météoroïde allant à 72 km/s, ce qui est acceptable au vu de notre précision sur l'estimation de la vitesse initiale.

Interaction avec la Terre, la Lune et le Soleil

Pendant leur rencontre avec le système Terre-Lune, les principales interactions que subissent les météoroïdes sont celles avec la Terre, le Soleil, et la Lune. Comme de plus les météoroïdes se rapprochent énormément de la Terre (puisqu'ils vont jusqu'à la percuter), nous tiendrons également compte de l'harmonique J_2 du champ gravitationnel terrestre. En un point de coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) , avec ϕ la longitude et θ la colatitude, le potentiel de pesanteur terrestre devient :

$$U_{\oplus} = -\frac{GM_{\oplus}}{r} \left(1 - J_2 \frac{a_{\oplus}^2}{2r^2} (3 \cos^2(\theta) - 1) \right) \quad (6.49)$$

avec $a_{\oplus}$ le rayon équatorial terrestre, $M_{\oplus}$ sa masse et G la constante universelle de gravitation. D'après le modèle JGM-3, le coefficient sans dimension $J_2 = 1.0826 \cdot 10^{-3}$ (TAPLEY et al., 1996).

Nous intégrons numériquement les équations du mouvement du météoroïde jusqu'à une distance avec la Terre de 7.5 millions de kilomètres, c'est-à-dire environ un vingtième de la distance Terre-Soleil. A cette distance, l'attraction gravitationnelle du Soleil sur le météoroïde est de 750 à 920 fois supérieure à celle du système Terre-Lune. Nous convertissons la position et la vitesse du météoroïde à ce point en paramètres orbitaux autour du Soleil.

6.3.2 Variance des paramètres orbitaux

Nous venons de voir, à la section précédente, comment nous calculons les paramètres orbitaux d'un météoroïde à partir des caractéristiques du météore qu'il génère dans l'atmosphère terrestre. Ce protocole est une fonction qui, aux six paramètres $(t_0, x_1, x_2, x_3, x_4, V_0)$ caractérisant le météore, associe les six paramètres orbitaux $(p, e, i, \Omega, \omega, \tau)$. Il s'agit donc, du point de vue mathématique, d'un simple changement de système de paramètres. Au lieu de décrire le météoroïde par sa position et sa vitesse en haut de l'atmosphère, nous le décrivons par ses paramètres orbitaux avant sa rencontre avec le système Terre-Lune.

Par conséquent, ce que nous avons vu au sujet des changements de systèmes de paramètres à la section 4.2.4 peut être appliqué ici. Ainsi, en admettant que le système de paramètres $(t_0, x_1, x_2, x_3, x_4, V_0)$ est quasiment optimal et que le système de paramètres $(p, e, i, \Omega, \omega, \tau)$ lui est quasi-équivalent, alors l'orbite calculée à partir des estimateurs des moindres carrés de la trajectoire et de la vitesse des météores sera une estimation non biaisée de l'orbite. De plus, la matrice de covariance de cet estimateur de l'orbite peut être obtenue à l'aide de l'équation :

$$\mathbf{V}_{orbite} = \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{V}_{CI} \cdot \mathbf{J} \quad (6.50)$$

où $\mathbf{V}_{CI}$ est la matrice de covariance des conditions initiales $(t_0, x_1, x_2, x_3, x_4, V_0)$ et $\mathbf{J}$ est la matrice jacobienne de la fonction reliant les six paramètres de l'orbite aux conditions initiales.

La matrice de covariance $\mathbf{V}_{CI}$ peut être construite à partir des matrices de covariance déjà calculées à la section 5.2.4 et 6.2.2. Elle prendra la forme suivante :

$$\mathbf{V}_{CI} = \begin{pmatrix} V_{t_0} & \dots & 0 \\ \vdots & \mathbf{V}_{traj} & \vdots \\ 0 & \dots & V_{V_0} \end{pmatrix} \quad (6.51)$$

où $\mathbf{V}_{traj}$ est la matrice de covariance des paramètres de la trajectoire calculée à l'équation 5.31, tandis que V_{V_0} est la variance totale de la vitesse initiale que nous avons calculée à la section 6.2.4. Quant à la variance du temps initial t_0 , qui est l'incertitude sur la date absolue du début du météore, elle n'est comme nous l'avons déjà vu, que de quelques centièmes de seconde. Si cette incertitude était critique lorsqu'il s'agissait d'étudier la vitesse et la décélération des aérolithes dans l'atmosphère, elle devient négligeable lorsqu'il s'agit du calcul de l'orbite d'un météoroïde, si bien que nous la considérerons comme nulle.

La matrice jacobienne $\mathbf{J}$, quant à elle, peut être calculée de la même manière que nous avons calculé la matrice jacobienne reliant la trajectoire aux paramètres dynamiques à la section 6.2.4. A savoir, chaque colonne de cette matrice peut être déterminée en calculant l'orbite obtenue en faisant varier le paramètre de cette colonne d'un écart $d\theta$, puis en comparant cette orbite à celle calculée à partir des estimateurs des moindres carrés. En notant $\mathcal{O}$ le vecteur des paramètres orbitaux, nous avons :

$$J_{kl} = \frac{\mathcal{O}_k(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2} + d\theta_l) - \mathcal{O}_k(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{\chi^2})}{d\theta_l} \quad (6.52)$$

Une fois ces deux matrices obtenues, nous pouvons calculer la matrice de covariance des paramètres orbitaux grâce à l'équation 6.50. Nous obtenons ainsi les écart-types des différents paramètres orbitaux du météoroïde.

Bien entendu, s'il y avait des biais sur les estimateurs des caractéristiques de l'aérolithe, ces biais seront transposés sur l'estimateur de l'orbite. Comme nous l'avons vu à la section 6.2.3, les météores les plus rapides voient leurs estimateurs des moindres carrés de la vitesse initiale biaisés. Ceux-ci sont sur-estimés. Ces biais peuvent entraîner des erreurs d'appréciation des orbites, notamment avec l'apparition de faux-positifs de météoroïdes interstellaires. Nous explorerons plus en avant ces cas de faux-positifs observés par *FRIPON* à la section 7.4.4.

6.4 Exemple de réduction de la dynamique et de l'orbite d'un météore

Dans cette section, nous allons présenter pas à pas le calcul des paramètres dynamiques de l'entrée atmosphérique puis ceux de l'orbite de la météorite tombée le 27 février 2019 à 4 :23 :58 UT dans la commune de Scautres. Nous ne détaillerons pas le calcul de sa trajectoire, car nous l'avons déjà fait pour un autre météore à la section 5.3. Nous nous contenterons de présenter succinctement ses caractéristiques. L'estimateur de sa trajectoire, ainsi que sa matrice de covariance, sont supposés déjà connues. Il en va de même pour les écarts-types des erreurs aléatoires σ_i et des grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i déjà calculées lors de l'estimation de la trajectoire. Nous renvoyons le lecteur vers les sections 5.2.2 et 5.2.3 pour plus de détails.

Ce météore, observé par quinze caméras, a duré 3.9 secondes pour une longueur de 66 kilomètres. Il plonge dans l'atmosphère terrestre avec un angle de 70° , ce qui lui permet d'avoir une trajectoire très proche de la ligne droite. En effet son écart-type à la ligne droite, que nous avons défini à l'équation 5.8, est d'à peine deux mètres. De plus, ce météore est observé jusqu'à une altitude de 22.8 km, ce qui en fait un bon candidat pour une chute potentielle de météorite. La figure 6.21 ci-dessous présente une photo de ce météore observé depuis la station *FRIPON* de Beaumont.

6.4.1 Estimation des paramètres dynamiques

Pour estimer les paramètres dynamiques d'un bolide, nous devons trouver les paramètres minimisant la somme des carrés des résidus présentée à l'équation 6.25. Ces paramètres sont les trois paramètres dynamiques (V_0, A, B) , ainsi que quinze paramètres de temps t_{0_i} caractérisant la désynchronisation des quinze caméras. Pour éviter d'avoir à rechercher une solution dans un espace à 18 dimensions, nous utilisons la définition 6.28 des résidus. Cette définition ramène les résidus à des écarts temporels, ce qui permet, pour n'importe quelle combinaison des paramètres dynamiques, de calculer analytiquement les paramètres $\widehat{t_{0_i}}(V_0, A, B)$ minimisant les carrés des résidus. L'expression analytique de ces paramètres de temps est donnée par l'équation 6.31. De cette manière, nous nous ramenons à une recherche dans un espace à trois dimensions, l'espace des trois paramètres dynamiques (V_0, A, B) .

Dans un premier temps, nous effectuons cette recherche du minimum des carrés des résidus en utilisant les écarts-types des erreurs aléatoires σ_i et les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i que nous avons déjà déterminés pour le calcul de la trajectoire. Autrement dit, pour cette première estimation, nous considérons que les erreurs de mesure sont les mêmes pour l'estimation de la trajectoire et pour estimation des paramètres dynamiques. Cela revient à considérer que les erreurs supplémentaires liées au flou de mouvement ou aux imperfections du modèle physique, que nous avons notées s_{d_i} dans la section 6.2.1, sont nulles. La trajectoire

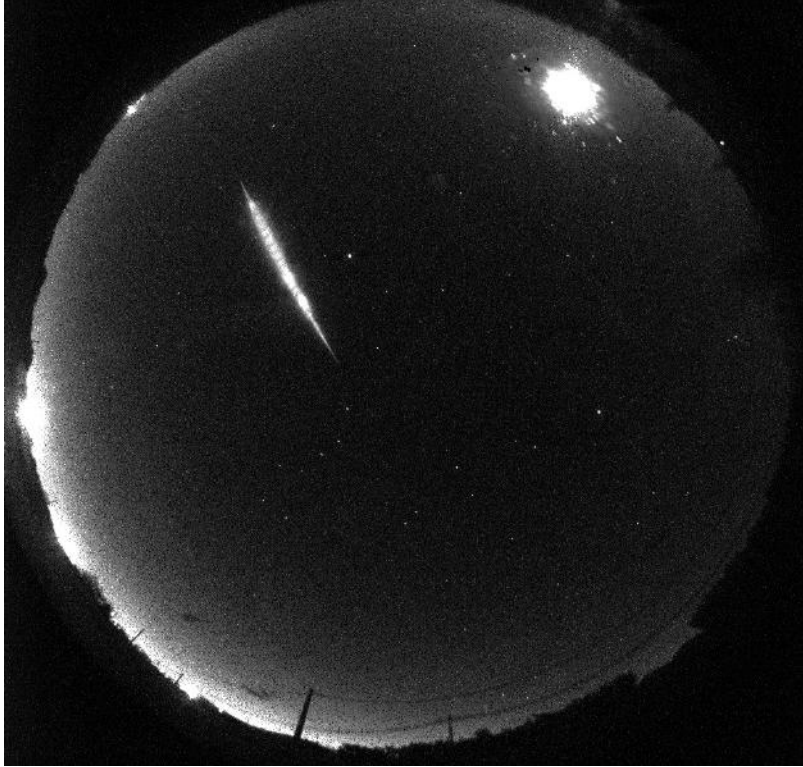


FIGURE 6.21 – Météore du 27 février 2019 à 04 :23 :58 UTC, vu depuis la station *FRIPON* de Beaumont.

de l'aérolithe, quant à elle, est supposée être exactement la trajectoire estimée précédemment. Avec ces conditions, nous obtenons une première estimation des paramètres dynamiques de l'aérolithe. Comme, en réalité, les erreurs supplémentaires s_{d_i} ne sont pas nulles, les écarts entre cette première solution et les mesures de chacune des caméras sont supérieurs à ce que nous pouvions espérer. Cette différence nous permet d'estimer les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques supplémentaires s_{d_i} , comme nous l'avons vu à l'équation 6.33. Ces grandeurs sont données à la table 6.1. Nous pouvons alors résoudre à nouveau l'équation du minimum des carrés des résidus 6.2.1, mais en y intégrant cette fois les grandeurs caractéristiques des erreurs supplémentaires s_{d_i} . Nous obtenons alors une nouvelle solution, légèrement différente de la première. C'est cette solution qui sera notre estimation finale des paramètres dynamiques : $\widehat{V}_{0,\chi^2} = 20.538$ km/s, $\widehat{A}_{\chi^2} = 48.6$ cm²/kg, et $\widehat{B}_{\chi^2} = 0.191$ cm²/MJ.

Nous avons finalement notre estimateur des moindres carrés des paramètres dynamiques, ainsi que les décalages temporels entre les stations t_{0_i} grâce à l'expression analytique 6.31. Cette solution est représentée à la figure 6.22. Les résidus sont, quant à eux, représentés à la figure 6.23. On constate sur cette figure que les erreurs ne suivent absolument pas une loi normale. Au contraire, on se rend compte que, de 75 à 55 km d'altitude, les résidus sont globalement positifs, signe que l'aérolithe arrive à cette altitude en retard par rapport aux prédictions du modèle. Pour les altitudes plus basses, à l'inverse, les résidus deviennent globalement négatifs, signe d'une légère avance de l'aérolithe sur le modèle. Cela traduit les limites du modèle que nous avons soulignées à la section 6.1.3. Notre modèle physique utilise en effet des simplifications, comme l'hypothèse que l'ablation se fait continuellement. Ces simplifications nous permettent de ne pas nous encombrer d'un modèle avec un trop grand nombre de paramètres, mais cela empêche aussi de prédire correctement certains comportements de l'aérolithe observé. Cette imprécision du modèle est, de facto, prise en compte à

Station	n_i	σ_i	s_i	$\sqrt{V_{1_i}}$	s_{d_i}	$\sqrt{V_{2_i}}$
Chalon	14	0.38'	1.08'	1.40'	0.81'	1.38'
Narbonne	23	0.69'	1.97'	1.50'	-	1.41'
Beaumont	89	2.30'	0.29'	2.81'	1.59'	2.69'
Albi	18	1.03'	2.52'	3.01'	1.28'	2.94'
Montpellier	57	0.38'	1.10'	3.21'	2.99'	3.34'
Caussols	13	1.04'	0.82'	4.27'	4.06'	4.22'
Pino Torinese	45	0.66'	0.26'	2.07'	1.94'	2.04'
Rochechouart	3	0.41'	2.28'	2.35'	0.38'	2.32'
Roanne	46	0.49'	0.53'	3.74'	3.68'	3.93'
Aix en Provence	25	0.54'	0.39'	2.30'	2.20'	2.36'
Grenoble	41	0.53'	0.85'	3.50'	3.35'	3.69'
Aurillac	52	0.98'	0.69'	3.34'	3.12'	3.49'
Glux	3	0.53'	0.98'	1.00'	-	0.94'
St Lupicin	42	0.34'	0.41'	1.85'	1.78'	1.74'
OHP	49	0.58'	1.83'	3.46'	2.88'	3.65'

TABLE 6.1 – Tableau des erreurs de mesure par caméra, pour l’observation du météore du 27 février 2019 à 4 :23 :58UT. La première série de colonnes donne le nombre d’images n_i , les écarts-types des erreurs aléatoires σ_i , les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i , que nous avons estimées lors du calcul de la trajectoire. Ces grandeurs nous permettent de réaliser une première estimation des paramètres dynamiques. Les variances V_{1_i} entre cette première solution et les observations servent ensuite à estimer les grandeurs caractéristiques des erreurs supplémentaires s_{d_i} . Nous réalisons alors une seconde estimation des paramètres dynamiques en intégrant ces nouvelles erreurs. La dernière colonne donne les variances V_{2_i} de cette seconde solution.

travers les grandeurs s_{d_i} que nous avons estimées plus tôt. Ainsi, la variance que nous calculerons à la section 6.4.2 tiendra compte non seulement des erreurs sur les mesures elles-mêmes, mais également du fait que, par son caractère simpliste, les paramètres de notre modèle ne sont pas capables de parfaitement prédire l’évolution du météore au cours du temps.

6.4.2 Variance et biais de l’estimateur des moindres carrés

Matrice de covariance conditionnée

Maintenant que nous connaissons l’estimateur des moindres carrés des paramètres dynamiques, nous voudrions non seulement connaître la matrice de covariance de cet estimateur, mais également vérifier que celui-ci n’est pas biaisé. Nous avons en effet souligné à la section 6.2.3 que le système de paramètres (V_0, A, B) n’était pas obligatoirement un système de paramètres quasiment optimal. Pour remplir ces deux objectifs, nous tirons aléatoirement, selon un protocole de Monte-Carlo, des vecteurs de paramètres dynamiques dans un voisinage de notre estimateur des moindres carrés. Nous calculons, pour chacun de ces vecteurs, leurs sommes des carrés des résidus 6.25 ainsi que leurs vraisemblances $L \propto \exp(-S/2)$. Ce tirage est représenté à la figure 6.24. Nous pouvons alors calculer la matrice de covariance de l’estimateur des moindres carrés (voir l’équation 6.35), ainsi que l’espérance des paramètres dynamiques (voir

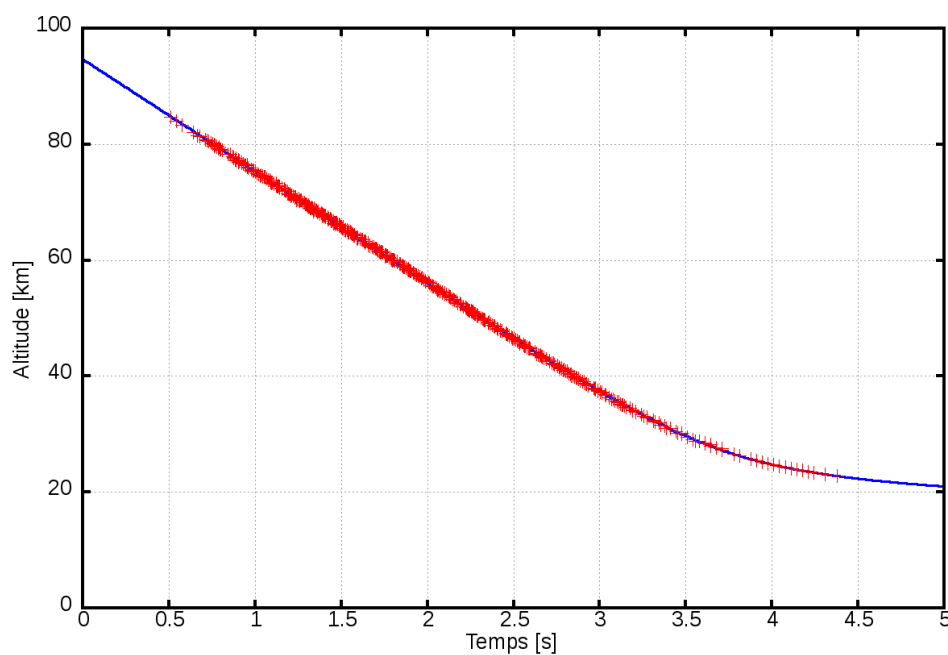


FIGURE 6.22 – Altitude en fonction du temps du météore observé le 27 février 2019 à 4 :23 :58TU. Les croix rouges indiquent les observations, toutes caméras confondues. La ligne bleue correspond à l'aérolithe simulé minimisant la somme des carrés des résidus.

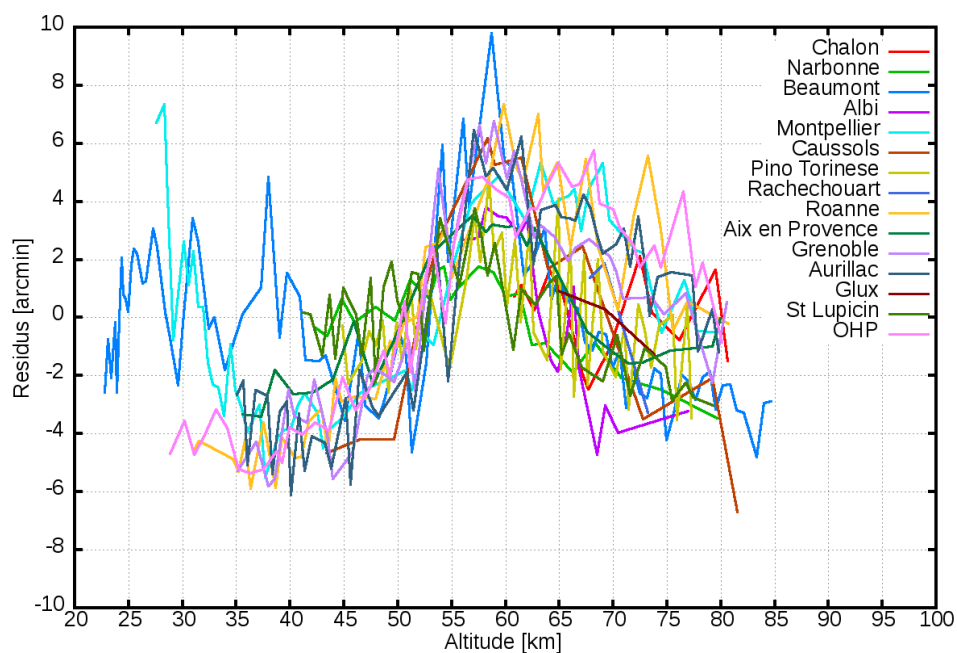


FIGURE 6.23 – Résidus, en minutes d'arc, entre les observations et l'estimateur des moindres carrés des paramètres dynamique de l'aérolithe.

l'équation 6.46). Nous obtenons les valeurs suivantes :

$$\widehat{V_{0_{\chi^2}}} = 20.538 \text{ km/s} \quad \widehat{A_{\chi^2}} = 48.6 \text{ cm}^2/\text{kg} \quad \widehat{B_{\chi^2}} = 0.191 \text{ cm}^2/\text{MJ} \quad (6.53)$$

$$E(V_0) = 20.544 \text{ km/s} \quad E(A) = 49.2 \text{ cm}^2/\text{kg} \quad E(B) = 0.187 \text{ cm}^2/\text{MJ} \quad (6.54)$$

$$\mathbf{V}_{\chi^2} = \begin{pmatrix} - & V_0 & A & B \\ V_0 & 0.00418 & 0.141 & -0.000873 \\ A & 0.141 & 10.0 & -0.0700 \\ B & -0.000873 & -0.0700 & 0.000535 \end{pmatrix} \quad (6.55)$$

Nous constatons que les espérances des paramètres ne sont pas exactement égales aux estimateurs des moindres carrés. Cependant, ces différences restent faibles en comparaison des écarts-types (donnés par les racines des termes diagonaux de la matrice de covariance $\mathbf{V}$). Pour la vitesse, la différence entre l'estimateur $\widehat{V_{0_{\chi^2}}}$ et l'espérance $E(V_0)$ est plus de dix fois inférieure à l'écart-type de la vitesse initiale. Pour les paramètres A et B , ces différences sont plus grandes, mais elles restent malgré tout plus de cinq fois inférieures aux écart-types de ces paramètres. Graphiquement, la figure 6.24 montre que les intervalles de confiance ont des formes proches d'ellipsoïdes, même si la correspondance n'est pas parfaite (c'est particulièrement visible pour la projection dans le plan des paramètres V_0 et B). Nous en concluons que, pour ce météore, l'estimateur des moindres carrés exprimé dans le système de paramètres (V_0, A, B) est un estimateur faiblement biaisé. Cela rejoint ce que nous disions sur ce système de paramètres à la section 6.2.2, à savoir que ce système de paramètres est plutôt bon, mais que même s'il est le meilleur parmi ceux que nous avons envisagés, il en existe certainement de meilleurs à trouver.

Matrice de covariance totale

Nous venons de calculer notre estimateur des moindres carrés des paramètres dynamiques ainsi que sa matrice de covariance, dans l'hypothèse où la trajectoire est parfaitement connue. Bien sûr, il y a en réalité une certaine incertitude sur cette trajectoire, nous connaissons d'ailleurs sa matrice de covariance. Nous pouvons donc chercher à propager l'incertitude sur la trajectoire vers ces paramètres dynamiques.

Pour ce faire, nous allons de nouveau chercher à résoudre l'équation du minimum des carrés des résidus 6.25, mais cette fois-ci en modifiant la trajectoire. La trajectoire étant définie par quatre paramètres, nous avons à résoudre quatre fois cette équation pour quatre trajectoires différentes. La différence entre les estimateurs obtenus avec ces trajectoires modifiées et l'estimateur dans le cas de la trajectoire optimale nous fourniront la matrice jacobienne $\mathbf{J}$ de la fonction reliant la trajectoire aux estimateurs des paramètres dynamiques (voir l'équation 6.48). Comme nous pouvons nous attendre à ce que ces quatre nouveaux estimateurs ne soient pas très éloignés du premier, leurs recherches peuvent se faire en un temps de calcul significativement moindre que celui nécessaire pour réaliser notre toute première estimation. Une fois ces quatre estimateurs connus, nous obtenons la matrice jacobienne présentée à la table 6.2.

Grâce à cette matrice jacobienne, nous pouvons propager l'incertitude sur la trajectoire, décrite par la matrice de covariance $\mathbf{V}_{traj}$, vers les paramètres dynamiques :

$$\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{V}_{traj} \cdot \mathbf{J} = \begin{pmatrix} - & V_0 & A & B \\ V_0 & 0.000124 & -0.00131 & -5.60 \cdot 10^{-6} \\ A & -0.00131 & 0.0155 & 8.79 \cdot 10^{-5} \\ B & -5.60 \cdot 10^{-6} & 8.79 \cdot 10^{-5} & 8.32 \cdot 10^{-7} \end{pmatrix} \quad (6.56)$$

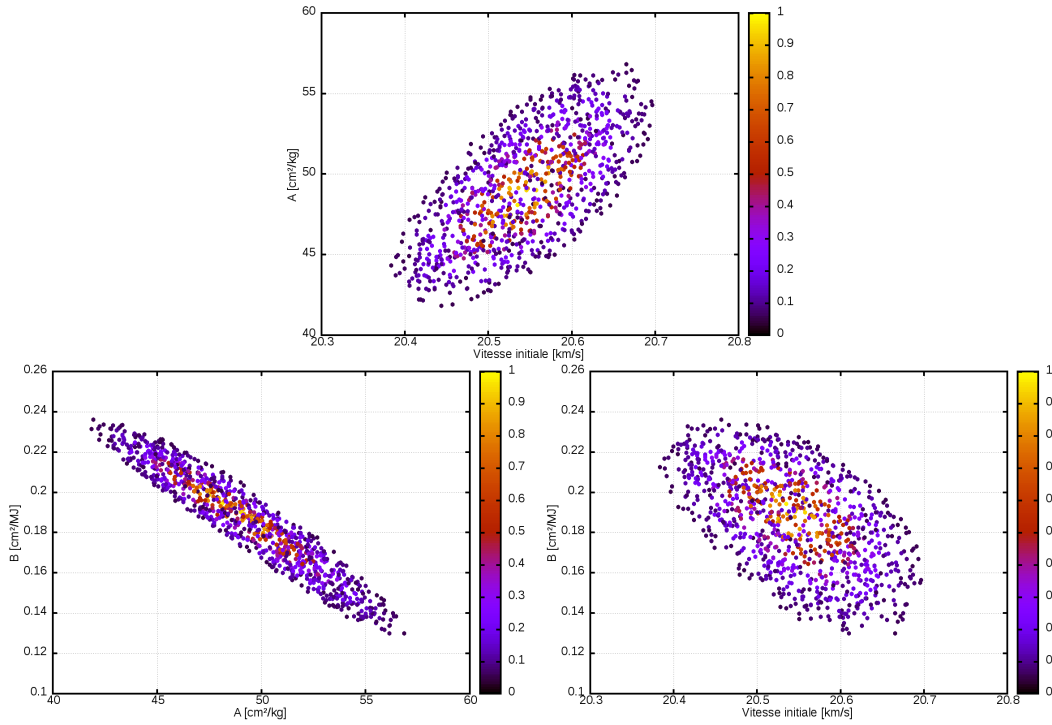


FIGURE 6.24 – Représentation du tirage aléatoire uniforme réalisé dans l'espace (V_0, A, B) dans le cadre de l'étude du météore du 27 février 2019 à 4 :23 :58 UT. L'échelle de couleurs indique le ratio entre la vraisemblance de chaque point et la vraisemblance maximale. Pour plus de lisibilité, les points de vraisemblance inférieure à 5% de la vraisemblance maximale ne sont pas représentés.

L'erreur apportée par l'incertitude sur la trajectoire est, dans le cas de ce météore, plutôt faible (la trajectoire étant elle-même très bien connue grâce au grand nombre de caméras ayant observé l'aérolithe), Elle n'est toutefois pas complètement négligeable, en particulier pour la vitesse initiale V_0 par laquelle cette source d'erreur apporte un écart-type d'environ 11 m/s. La variance totale des paramètres dynamiques est finalement donnée par la somme des deux matrices de covariance :

$$\mathbf{V}_{total} = \mathbf{V}_{\chi^2} + \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{V}_{traj} \cdot \mathbf{J} = \begin{pmatrix} V_0 & A & B \\ V_0 & 0.00430 & 0.140 & -0.000878 \\ A & 0.140 & 10.0 & -0.0699 \\ B & -0.000878 & -0.0699 & 0.000536 \end{pmatrix} \quad (6.57)$$

Les racines des termes diagonaux nous fournissent les écarts-types totaux, récapitulés dans le tableau 6.3 ci-dessous.

Espérance et écart-type d'autres paramètres intéressants

Nous connaissons désormais la variance totale de l'estimateur des moindres carrés des paramètres dynamiques. Celle-ci est donnée à l'équation 6.57. Seulement, les paramètres dynamiques A , et B ne sont pas très parlants, aussi voudrions nous connaître l'espérance et les écarts-types d'autres grandeurs comme la masse initiale M_0 , l'enthalpie Q , le rapport de l'énergie cinétique E_c sur l'enthalpie Q , ou encore la masse finale M_f .

	$1/dx_1$	$1/dx_2$	$1/dx_3$	$1/dx_4$
dV_0	0.166	-0.232	-0.040	0.034
dA	-0.590	1.851	-0.011	-1.921
dB	0.0017	-0.0116	0.0075	-0.0266

TABLE 6.2 – Matrice jacobienne de la fonction reliant une trajectoire (x_1, x_2, x_3, x_4) à l'estimateur des paramètres dynamiques (V_0, A, B) pour le météore tombé le 27 février 2019 à 04 :23 :58 TU. Les paramètres de la trajectoire sont exprimés en km, la vitesse V_0 en km/s, A est en cm^2/kg et enfin B est en cm^2/MJ .

	χ^2	E	σ
V_0	20.538 km/s	20.544 km/s	0.066 km/s
A	48.6 cm^2/kg	49.2 cm^2/kg	3.2 cm^2/kg
B	0.191 cm^2/MJ	0.187 cm^2/MJ	0.023 cm^2/MJ

TABLE 6.3 – Estimateurs des moindres carrés, espérance et écart-type des paramètres de l'aérolithe du 27 février 2019 à 4 :23 :58 TU.

En admettant que le système des paramètres (V_0, A, B) est véritablement un système de paramètres quasiment optimal, alors, comme nous l'avons vu à la section 4.2.1, la vraisemblance de n'importe quel aérolithe décrit par le vecteur de paramètres θ est donnée par :

$$L(\theta) \propto \exp \left(\frac{1}{2} (\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2})^T \cdot V_{total}^{-1} \cdot (\theta - \widehat{\theta}_{\chi^2}) \right) \quad (6.58)$$

Ainsi, à partir du moment où l'estimateur des moindres carrés et sa matrice de covariance sont connus dans un système de paramètres optimal, il est possible, par intégration numérique ou analytique, de retrouver la fonction de vraisemblance de n'importe quel autre paramètre. Nous présentons les résultats pour différentes grandeurs intéressantes à la table 6.4, ainsi qu'à la figure 6.25. Notons que, pour la masse finale, nous sommes obligés de supposer un certain coefficient de changement de forme μ . Ce coefficient ne peut pas être estimé grâce à l'observation de la décélération de l'aérolithe, comme nous l'avons vu à la section 6.1.4. Nous calculons donc la masse finale pour deux situations : une optimiste ($\mu = 0$) et une pessimiste ($\mu = 2/3$).

-	χ^2	E	σ
M_0	1.26 kg	1.29 kg	0.26 kg
Q	254 MJ/kg	260 MJ/kg	50 MJ/kg
Ec/Q	0.829	0.838	0.152
$M_f (\mu = 0)$	0.550 kg	0.547 kg	0.032 kg
$M_f (\mu = 2/3)$	0.105 kg	0.106 kg	0.027 kg

TABLE 6.4 – Estimateurs des moindres carrés, espérance et écart-type de différentes caractéristiques de l'aérolithe du 27 février 2019 à 4 :23 :58 UT. Les masses sont calculées en supposant une $\rho = 3500 \text{ kg/m}^3$, un coefficient de forme $F_0 = 1.209$ et un coefficient de traînée $c_d = 1$.

Pour l'aérolithe du 27 février 2019, les grandeurs comme l'enthalpie Q ou la masse initiale M_0 se comportent plutôt bien : les différences entre leurs espérances et leurs estimateurs des moindres carrés, sans être nulles, sont faibles devant les écarts-types.

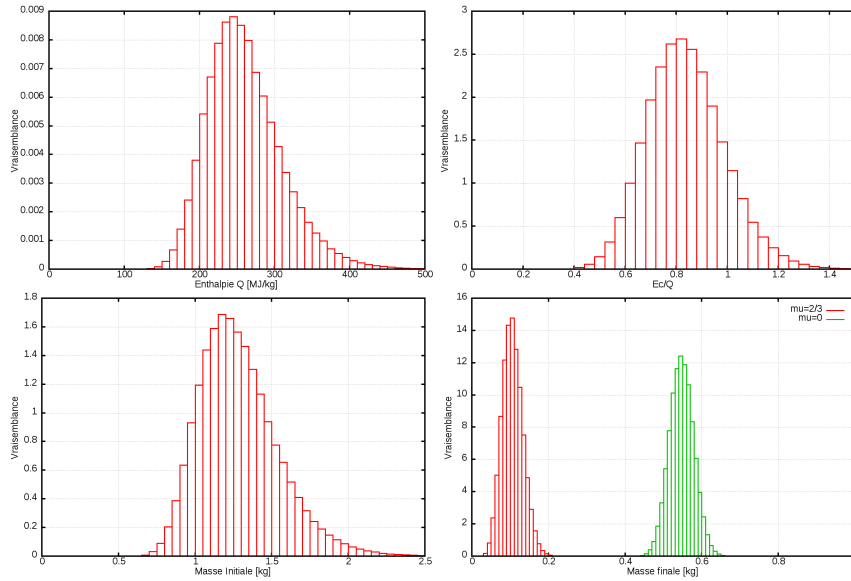


FIGURE 6.25 – Vraisemblance de la masse initiale M_0 , de l'enthalpie Q , du ratio entre l'énergie cinétique E_c et Q , et de la masse finale M_f de l'aérolithe du 27 février 2019 à 4 :23 :58. Les masses sont calculées en supposant une $\rho = 3500 \text{ kg/m}^3$, un coefficient de forme $F_0 = 1.209$ et un coefficient de traînée $c_d = 1$.

De même, les vraisemblances montrées par la figure 6.25 sont proches de gaussiennes. Nous sommes dans la situation inverse de celle des météores courts et rapides, décrite à la section 6.2.3. Si, pour ces météores, l'estimateur des moindres carrés de la masse initiale ou de l'enthalpie Q peut être fortement biaisé, dans le cas d'un météore lent et ayant une longue durée de vie, à l'inverse, l'estimateur des moindres carrés reste peu biaisé, et il peut être utilisé sans trop de problèmes. Ce fait arrange les chercheurs de météorites, car ce sont justement ces types de météores qui les produisent.

6.4.3 Orbite

Intéressons nous à présent à l'orbite du météore du 27 février 2019. Comme il n'y a plus d'observations à intégrer à notre protocole, trouver l'orbite et sa matrice de covariance revient simplement à expliciter de nouvelles grandeurs intéressantes (les paramètres orbitaux) en fonction des caractéristiques de l'aérolithe (sa trajectoire et sa vitesse initiale), et à propager les incertitudes de ces paramètres-ci vers ceux-là. Autrement dit, nous faisons exactement la même chose que ce que nous faisons déjà pour l'enthalpie Q ou la masse initiale M_0 un peu plus tôt, à la différence près que nous n'avons pas accès à l'expression analytique de la fonction reliant les paramètres orbitaux à des paramètres que nous connaissons déjà. À la place, nous intégrons numériquement l'orbite du météoroïde lors de son approche du système Terre-Lune. Les paramètres orbitaux que nous recherchons sont ceux du météoroïde lorsque les influences de la Terre et de la Lune sont négligeables (pour notre étude, nous avons choisi de pousser notre intégration jusqu'à ce que le météoroïde se trouve à 7.5 millions de kilomètres de la Terre). En prenant pour condition initiale les estimateurs des moindres carrés de la trajectoire et de la vitesse initiale, nous obtenons les paramètres orbitaux présentés dans le tableau 6.5. L'orbite en question est représentée à la figure 6.26.

$\widehat{p}_{\chi^2}$	0.95471 ± 0.00032 ua
$\widehat{e}_{\chi^2}$	0.3443 ± 0.0020
$\widehat{i}_{\chi^2}$	$28.992 \pm 0.057^\circ$
$\widehat{\Omega}_{\chi^2}$	$338.027845 \pm 0.000082^\circ$
$\widehat{\omega}_{\chi^2}$	$210.70 \pm 0.19^\circ$
$\widehat{ET}_{\chi^2}$	2019-02-22T03 :50 ± 17 mn
$\widehat{M_{ET}}_{\chi^2}$	$342.77 \pm 0.18^\circ$
$\widehat{a}_{\chi^2}$	1.4560 ± 0.0047 ua

TABLE 6.5 – Estimateur des moindres carrés des paramètres orbitaux du météoroïde tombé sur Terre le 27 février 2019 à 4 :23 :58 TU. L'époque $\widehat{ET}_{\chi^2}$ est la date à laquelle le météoroïde atteint la distance de 7.5 millions de kilomètres avec la Terre. L'anomalie $\widehat{M_{ET}}_{\chi^2}$ est l'anomalie moyenne à cette époque.

Pour connaître la variance de ces paramètres orbitaux, nous pourrions faire ce que nous faisons pour les paramètres Q , M_0 ou encore E_c/Q un peu plus haut, c'est-à-dire calculer leurs vraisemblances, afin d'obtenir les graphes présentés à la figure 6.25, ainsi que les espérances et les écarts-types présentés au tableau 6.4. Seulement, si alors nous connaissions les équations exactes reliant ces grandeurs aux autres paramètres (V_0, A, B) , ce n'est pas le cas ici. Aussi, cette méthode n'est-elle utilisable qu'au prix d'un lourd calcul numérique. À la place, nous allons admettre l'hypothèse que les paramètres orbitaux sont quasiment équivalents aux paramètres de la trajectoire et de la vitesse, et donc que leurs vraisemblances respectives sont des gaussiennes centrées sur l'estimateur des moindres carrés, et dont les variances sont calculables grâce à la matrice jacobienne de la fonction reliant les paramètres de la trajectoire et de la vitesse de l'aérolithe à ces paramètres orbitaux, ainsi que la matrice de covariance des conditions initiales, comme nous l'avons vu à l'équation 6.50. C'est ce que nous avons déjà fait pour propager l'incertitude de la trajectoire vers les paramètres dynamiques V_0, A et B un peu plus tôt (voir la table 6.2). Ainsi, au lieu d'avoir à calculer numériquement un grand nombre d'orbites, nous n'en calculons que cinq en faisant légèrement varier les cinq conditions initiales (les quatre paramètres décrivant la trajectoire droite de l'aérolithe, ainsi que sa vitesse initiale). Nous obtenons ainsi la matrice jacobienne présentée à la table 6.6. Grâce à cette matrice jacobienne, nous pouvons propager la

	$1/dV_0$	$1/dx_1$	$1/dx_2$	$1/dx_3$	$1/dx_4$
dp	0.00151	-0.00302	0.00320	0.00293	-0.00358
de	0.0283	0.00941	0.0150	-0.00919	-0.0145
di	0.857	-0.187	-0.154	0.198	0.167
$d\Omega$	-0.00125	$1.58 \cdot 10^{-5}$	$2.27 \cdot 10^{-5}$	$-1.43 \cdot 10^{-5}$	$-2.16 \cdot 10^{-5}$
$d\omega$	-1.63	0.985	-1.91	-1.02	2.09
dET	15220	282	133	-126	285
dM_{ET}	2.16	-0.0753	1.57	0.118	-1.73
da	0.0652	0.0165	0.0392	-0.0157	-0.0368

TABLE 6.6 – Matrice jacobienne de la fonction reliant les paramètres orbitaux du météore du 27 février 2019 aux conditions initiales. Les angles sont en degrés, les distances en kilomètres, les temps en secondes. Le périhélie p et le demi-grand axe a sont en unités astronomiques.

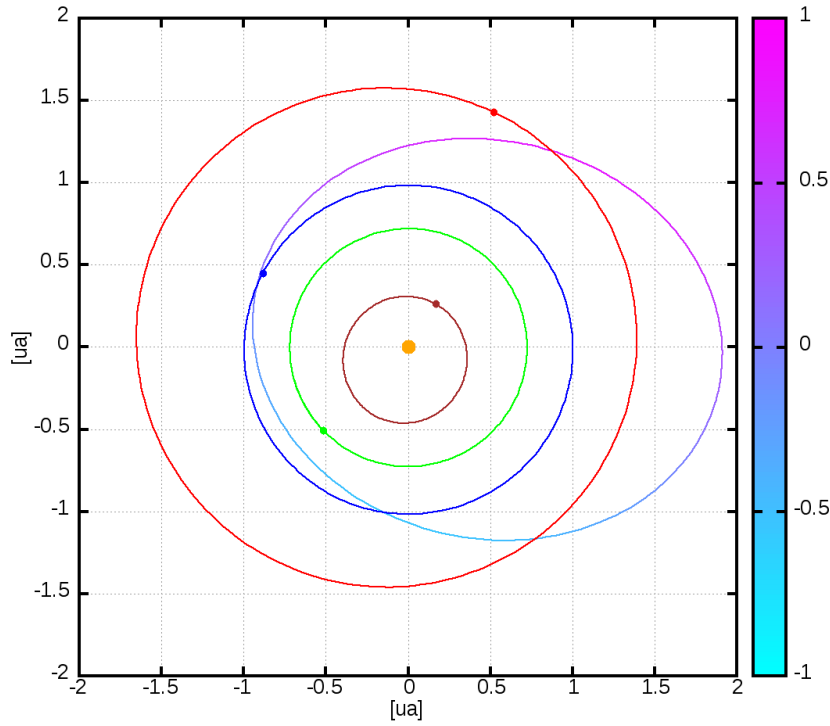


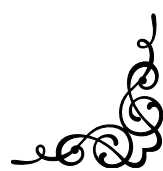
FIGURE 6.26 – Orbite du météoroïde du 27 février 2019 (estimateur des moindres carrés) ainsi que celles de Mercure, Venus, la Terre et Mars. L'échelle de couleur indique la distance au plan de l'écliptique. Les positions des planètes sont celles qu'elles avaient le 22 février à 03 :50 TU, c'est-à-dire au moment où le météoroïde démarre son approche du système Terre-Lune, à 7.5 millions de kilomètres de celui-ci.

variance de la trajectoire et de la vitesse initiale sur les paramètres orbitaux, obtenant ainsi leurs variances et covariances $V_{\mathcal{O}} = \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{J}$. Il faut toutefois se méfier, car l'hypothèse que nous avons faite, à savoir que ces paramètres orbitaux forment un système de paramètres quasiment optimal, n'est pas vérifiée pour tous les systèmes de paramètres orbitaux. Par exemple, pour les météoroïdes dont l'excentricité est proche de 1, le demi-grand axe a sera fortement non-optimal : il tend vers $+\infty$ et $-\infty$ lorsque l'excentricité croît ou décroît vers 1, respectivement. On lui préférera la distance au périhélie p , ou encore son inverse $1/a = (1 - e)/p$ qui a l'avantage d'être linéaire par rapport à l'excentricité, et d'être proportionnel à l'énergie mécanique de l'orbite $E_m = -GM_{\odot}/a$.

Pour notre aérolithe du 27 février, nous pouvons donner, par exemple, la matrice de covariance des cinq paramètres décrivant l'orbite géométrique $(p, e, i, \Omega, \omega)$:

$$\begin{pmatrix} & p & e & i & \Omega & \omega \\ p & 1.04 \cdot 10^{-7} & 3.58 \cdot 10^{-7} & 4.62 \cdot 10^{-6} & -7.87 \cdot 10^{-9} & -5.84 \cdot 10^{-5} \\ e & 3.58 \cdot 10^{-7} & 3.86 \cdot 10^{-6} & 0.000101 & -1.52 \cdot 10^{-7} & -0.000290 \\ i & 4.62 \cdot 10^{-6} & 0.000101 & 0.00319 & -4.62 \cdot 10^{-6} & -0.00549 \\ \Omega & -7.87 \cdot 10^{-9} & -1.52 \cdot 10^{-7} & -4.62 \cdot 10^{-6} & 6.73 \cdot 10^{-9} & 8.65 \cdot 10^{-6} \\ \omega & -5.84 \cdot 10^{-5} & -0.000290 & -0.00549 & 8.65 \cdot 10^{-6} & 0.0357 \end{pmatrix}$$

Nous obtenons également les écarts-types des différents paramètres orbitaux que nous avons donnés à la table 6.5.



Chapitre 7

Résultats de la campagne d'observation

7.1 Caractéristiques de la population des météores observés

Dans ce chapitre, nous avons compilé les météores observés et analysés par le réseau *FRIPON* durant la période du premier décembre 2016 à minuit au premier janvier 2020 à minuit, couvrant ainsi une durée de deux ans et neuf mois. Durant cette période, nous avons observé 2822 météores, soit, en moyenne, un peu plus de deux météores par nuit. Ces météores forment un certain échantillon des météoroïdes tombant sur Terre. Cet échantillon est contraint par les caractéristiques du réseau *FRIPON*, comme la limite de détection des caméras, la position géographique du réseau, la détection des météores exclusivement de nuit, et caetera. Nous allons dans la présente section étudier les caractéristiques de cet échantillon : quel type d'objets le réseau *FRIPON* observe, et ce que nous pouvons nous dire sur eux. En particulier, nous étudierons la validité des hypothèses que nous avons dû faire pour analyser nos données, ainsi que les éventuels biais de nos mesures.

7.1.1 Statistiques et efficacité du réseau

Longueurs et durées

Intéressons-nous à présent aux longueurs et aux durées des météores observés. Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait qu'il ne s'agit pas des longueurs et des durées réelles des météores, mais des longueurs et des durées observées par les caméras. Celles-ci ne sont pas forcément égales : le météore peut devenir trop peu lumineux ou trop éloigné des caméras pour être visible. Il peut être en partie occulté par la couverture nuageuse, ou bien être en partie en dehors de la zone géographique couverte par les caméras *FRIPON*. Pour toutes ces raisons, les longueurs et les durées réelles des météores sont supérieures ou égales aux longueurs et durées observées. La figure 7.1 représente les histogrammes de ces deux caractéristiques. On voit tout de suite que le météore observé typique a une longueur de quelques dizaines de kilomètres pour une durée de l'ordre de la seconde. Plus précisément, la longueur médiane des météores observés par le réseau *FRIPON* est de 37 km, tandis que leur durée médiane est de 0.9 seconde. La proportion de météores plus longs (dans tous les sens du terme) chute exponentiellement au-delà des valeurs médianes. En-deçà, le nombre de météores chute brutalement. C'est particulièrement visible dans le cas de la durée, puisqu'il n'y a presque aucun météore de durée inférieure à 0.5 seconde observé. Ceci est dû au programme de détection *Freeture* qui ne considère avoir observé un météore que si celui-ci dure plus de 500 ms. On trouve, malgré tout, quelques météores de durée

légèrement inférieure à cette limite. Cela vient du fait que, lors du traitement des données, nous supprimons automatiquement les points de mesure les plus litigieux (dûs, par exemple, à des reflets sur des nuages, de la brume, ou des gouttelettes sur la coupole de protection des caméras). Il peut donc arriver qu'un météore soit vu par une caméra pendant un peu plus de 500 ms, déclenchant une alerte, mais que, par la suite, certains points soient supprimés, faisant passer la durée du météore sous la barre des 0.5 seconde.

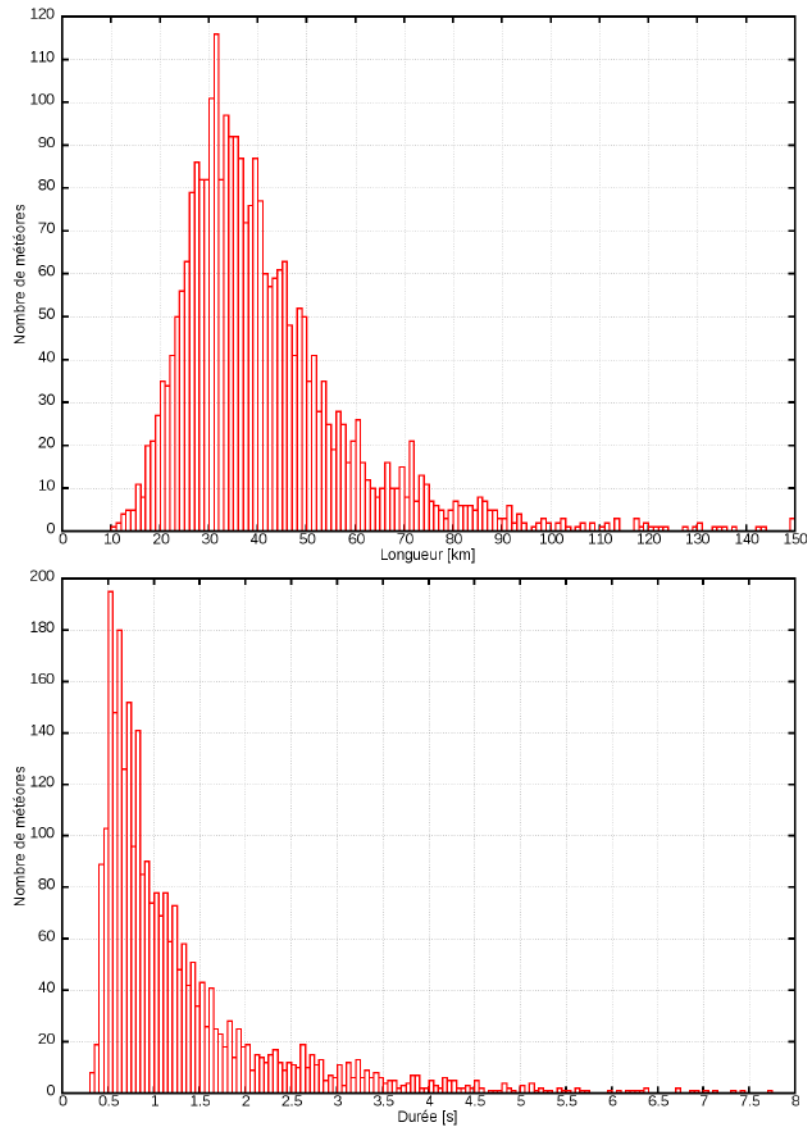


FIGURE 7.1 – Histogramme des longueurs et durées des météores observés par le réseau *FRIPON*.

Validité de l'hypothèse sur les trajectoires rectilignes

À la section 5.1, nous avons vu que l'hypothèse selon laquelle les météores se déplacent le long de lignes parfaitement droites, qui était motivée par la simplification qu'elle apporte à l'analyse d'un météore, voit sa validité dépendre du rayon de courbure R_c induit par les forces de Coriolis et de gravitation, ainsi que de la durée et de la longueur du météore. À la lecture des durées et longueurs médianes des météores observés par le réseau *FRIPON*, nous pouvons déjà conclure que, pour une très large

majorité de météores, les trajectoires réelles seront indiscernables de lignes droites avec nos instruments. Penchons nous tout de même plus en avant sur la validité de cette hypothèse.

Une fois que la trajectoire et la vitesse moyenne d'un météore ont été estimées, il est possible de calculer les forces exerçant un moment sur celui-ci, et d'en déduire l'écart-type à la ligne droite σ_{droite} ainsi que l'angle de changement de direction i . Nous rappelons que ces deux caractéristiques sont décrites par les équations 5.8 et 5.8, ainsi qu'à la figure 5.9. Nous pouvons ensuite représenter ces deux caractéristiques sous forme d'histogrammes 7.2.

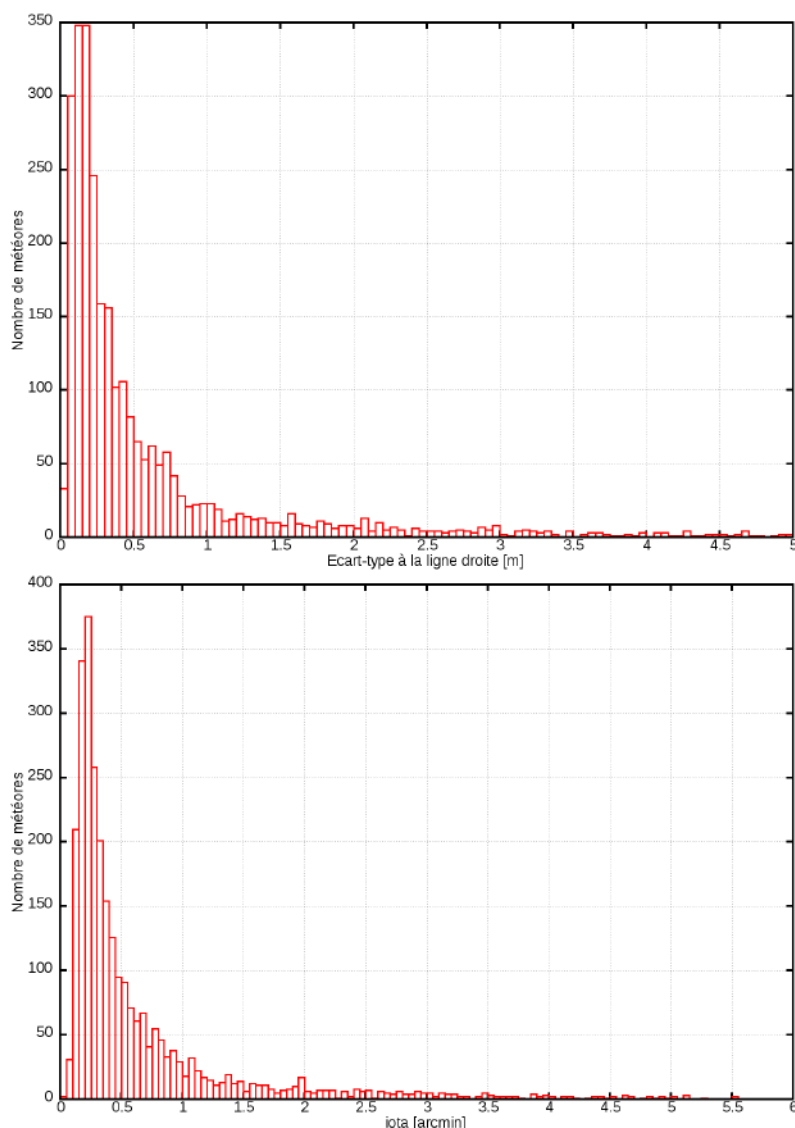


FIGURE 7.2 – Histogramme des écarts-types à la ligne droite et des angles de changement de direction des météores observés par le réseau *FRIPON*. Ces caractéristiques, décrites par les équations 5.8 et 5.8, ainsi qu'à la figure 5.9, permettent de juger de la validité ou de l'invalidité de l'hypothèse de la trajectoire droite.

Il est clair que, pour la plupart des météores, les trajectoires sont effectivement quasiment rectilignes. L'écart-type à la ligne droite médian de la population des météores observés n'est que de 29 cm, ce qui est impossible à détecter à notre niveau de précision qui est de quelques dizaines de mètres. Le changement de direction médian,

quant à lui, est de 0.35 minute d'arcs, ce qui signifie que la notion de radiant n'est pas définie en-dessous de cette valeur pour la plupart des météores. Cette valeur est à mettre en relation avec l'incertitude sur la direction (ou sur la position du radiant, ce qui revient au même) du météore. La médiane de cette incertitude est de 9.8 minutes d'arc. Ainsi, pour la majorité des météores, l'incertitude sur la trajectoire entraîne une erreur sur le radiant des météores très largement supérieure à l'erreur due à la simplification de la ligne droite. Pour ces météores, il n'y aura pas d'impact majeur à considérer leurs trajectoires dans l'atmosphère comme effectivement droites.

Tout cela justifie pleinement l'utilisation de l'hypothèse des trajectoires parfaitement droites pour analyser la plupart des météores. Toutefois, nous devons noter qu'il existe des météores exceptionnels pour lesquels cette simplification atteint ses limites. Dans le cadre de la campagne d'observation de *FRIPON*, le météore le plus notable dans cette catégorie est tombé le 8 septembre 2019 à 04 :51 :38 UT. Ce météore, d'une durée de 28.2 secondes, a été provoqué par un aérolithe survolant la côte nord de la France sur 373 kilomètres avant de finir sa course dans l'Atlantique au large de la Bretagne. Avec un angle d'entrée dans l'atmosphère de seulement 4.7° et un déplacement d'Est en Ouest, les forces de Coriolis et de gravitation s'ajoutent et exercent un fort moment sur l'aérolithe. Son rayon de courbure de R_c est estimé à 16.1 milliers de kilomètres, soit seulement 2.53 fois le rayon de la Terre. Nous rappelons que le rayon de courbure minimal théorique pour un météore soumis à la gravitation est de deux rayons terrestres (voir l'équation 5.3). Nous sommes donc en présence d'un météore dont la trajectoire est à la fois très courbée et exceptionnellement longue. La combinaison de ces deux caractéristiques entraîne un écart-type à la droite particulièrement élevé de 322 mètres, ainsi qu'un angle de changement de direction de 39.8 minutes d'arc. La figure 7.3 représente les résidus, en mètre, entre les observations et la trajectoire droite minimisant ces résidus. La courbure de la trajectoire y est clairement visible, en particulier pour les basses altitudes, lorsque l'aérolithe ralentit, diminuant encore le rayon de courbure de sa trajectoire.

Les météores de ce type sont généralement générés par des aérolithes particulièrement gros et lents, entrant dans l'atmosphère avec un angle faible. Seule la combinaison de ces trois caractéristiques permet l'existence de météores dont la durée de vie est exceptionnellement longue. Les méthodes de traitement développées dans cette thèse ne sont pas adaptées pour les météores de ce type. Et bien que ceux-ci soient relativement rares, le développement d'une méthode d'analyse rigoureuse fonctionnant sur ces météores particuliers aussi bien que sur les autres serait un travail certainement utile à la recherche dans le domaine des météores. Il pourrait être intéressant de modifier la méthode d'analyse présentée dans ces pages en remplaçant l'hypothèse selon laquelle les météores se déplacent le long d'une ligne droite par une hypothèse stipulant qu'ils se déplacent le long d'arcs de cercle. Les trajectoires des météores ne seraient alors plus caractérisées par quatre paramètres, mais par six. Ces arcs de cercle, tout en s'adaptant toujours bien aux météores quasi-rectilignes (une ligne droite étant assimilable à un arc de cercle de rayon de courbure infini) pourraient également rendre compte de la courbure des météores les plus lents. Cette hypothèse, tout en restant suffisamment simple d'un point de vue géométrique, permet de séparer les données spatiales et temporelles des mesures, comme l'exige la contrainte apportée par l'absence de synchronisation précise entre les caméras.

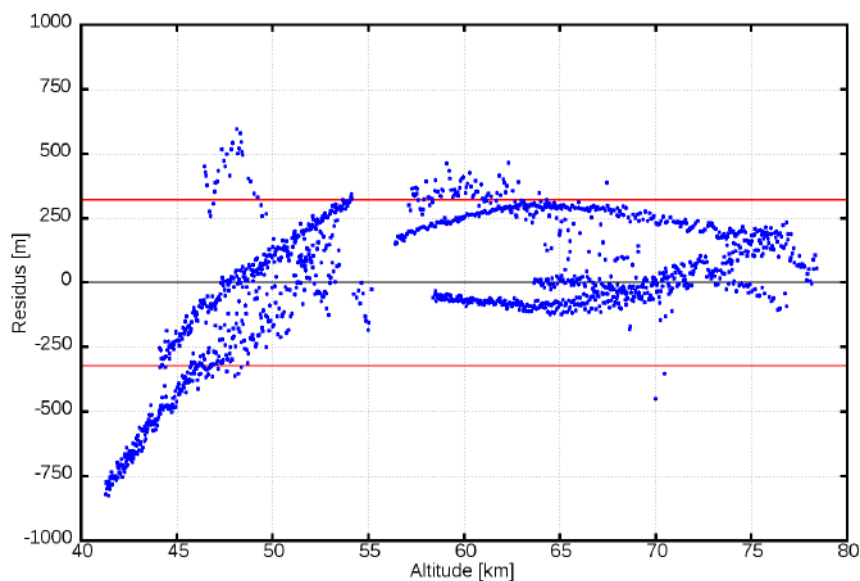


FIGURE 7.3 – Résidus entre les observations et la trajectoire droite minimisant ces résidus pour le météore du 8 septembre 2019 à 04 :51 :38 UT. La courbure de la trajectoire réelle de l'aérolithe entraîne une erreur systématique clairement visible. Ces erreurs systématiques dépendent également de l'angle sous lequel chaque caméra voit la courbure, d'où la répartition des points en groupe. Les lignes rouges indiquent l'écart-type à la ligne droite estimée à 322 mètres.

7.1.2 Radiant

Le radiant d'un météore est le point de la voûte céleste duquel il semble provenir lorsque nous prolongeons sa trajectoire droite à l'infini. Le radiant est donc intrinsèquement lié à l'hypothèse selon laquelle les météores se déplacent en ligne droite.

Comme cette hypothèse n'est qu'une approximation, le radiant lui-même n'est pas une caractéristique réelle du météore. En réalité, le météore suit une trajectoire légèrement courbée durant sa descente dans l'atmosphère. Ainsi, son radiant n'est pas définissable en-deçà d'un certain écart angulaire, correspondant au changement de direction de l'aérolithe durant sa chute. Nous avons justement explicité ce changement de direction avec l'équation 5.8. La figure 7.2 montre l'histogramme de ce changement de direction pour les météores observés par *FRIPON*. De plus, avant de produire un météore, un météoroïde suit une orbite particulière liée aux interactions gravitationnelles conjointes des différents corps du Système solaire, et ce jusqu'à sa création. Il n'y a donc pas de point précis sur la voûte céleste duquel le météoroïde provient réellement.

Malgré ces limites, comme l'hypothèse de la trajectoire droite des météores est très bien suivie à quelques exceptions près (voir la section 7.1.1), le radiant d'un météore (ou, pour parler plus précisément, le radiant de sa trajectoire droite approximée) peut être intéressant à calculer et à représenter. Par exemple, en coordonnées équatoriales, comme représenté à la figure 7.4, ce type de représentation permet de repérer les pluies de météores. Dans un référentiel tel que le Soleil est fixe (voir la figure 7.16), la carte des radiants permet de distinguer les sources de météores sporadiques dont nous reparlerons à la section 7.4.

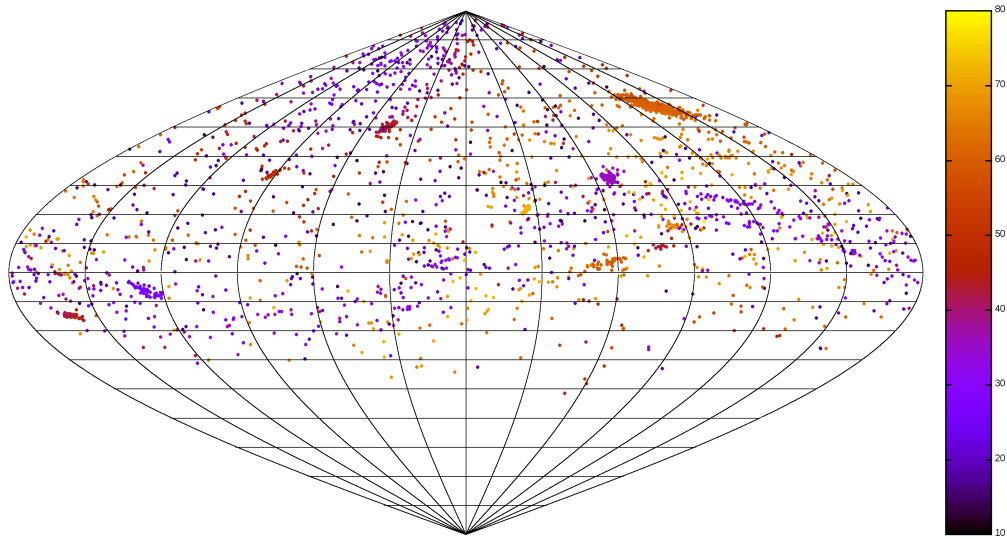


FIGURE 7.4 – Carte des radiants et des vitesses (échelle de couleur) des météores détectés durant la campagne d'observation de *FRIPON* du premier décembre 2016 au premier septembre 2019.

7.1.3 Photométrie

Statistiques et efficacité de détection

Les caméras du réseau *FRIPON* sont relativement peu sensibles, le réseau ayant été pensé pour l'observation des météores les plus brillants, parfois appelés "bolides" qui peuvent être à l'origine d'une météorite. Ceci explique le relativement faible nombre de météores observés durant la période étudiée, et cela malgré la large couverture géographique en Europe de l'ouest dont bénéficie *FRIPON*.

Pour évaluer de manière plus précise l'efficacité du réseau *FRIPON*, nous pouvons étudier le nombre de météores détectés en fonction de leurs magnitudes. Ce nombre dépendra à la fois de l'efficacité de *FRIPON* à cette luminosité, ainsi que de la quantité de météore ayant cette luminosité. Ce travail sur les courbes de lumière est assez difficile à faire avec les caméras *FRIPON* dans la mesure où les images sont très fréquemment saturées, comme on peut le voir avec la figure 7.5 où l'on constate que l'on a un plateau de brillance à partir de 55 km, alors qu'il est certain que la luminosité continuait d'augmenter comme on peut le voir par exemple pour la chute de Jesenice le 9 avril 2019, fig 7.6 (SPURNÝ et al., 2010). On remarque sur cette figure que la courbe de luminosité ne présente pas de plateau caractéristique d'une saturation. On y remarque par contre la présence des sursauts de luminosité correspondant à des fragmentations.

Jean-Louis Rault développe un radiomètre à très grande dynamique et à très grande vitesse d'acquisition qui sera déployé sur le réseau *FRIPON* en 2020. Ces nouveaux instruments de mesure devraient nous permettre une analyse bien plus fine de la puissance lumineuse émise par les météores (RAULT et COLAS, 2019).

En attendant le déploiement de ces radiomètres, nous nous contenterons, faute de mieux, de caractériser la luminosité des météores par leur magnitude moyenne durant l'observation. La figure 7.7 présente l'histogramme de la magnitude absolue moyenne (c'est-à-dire la moyenne des magnitudes mesurées le long du météore) des météores détectés par le réseau *FRIPON*. On rappelle que cette magnitude absolue est la magnitude apparente qu'aurait le météore si il était observé au zénith à une distance de 100 km. On constate sur cet histogramme que tous les météores observés

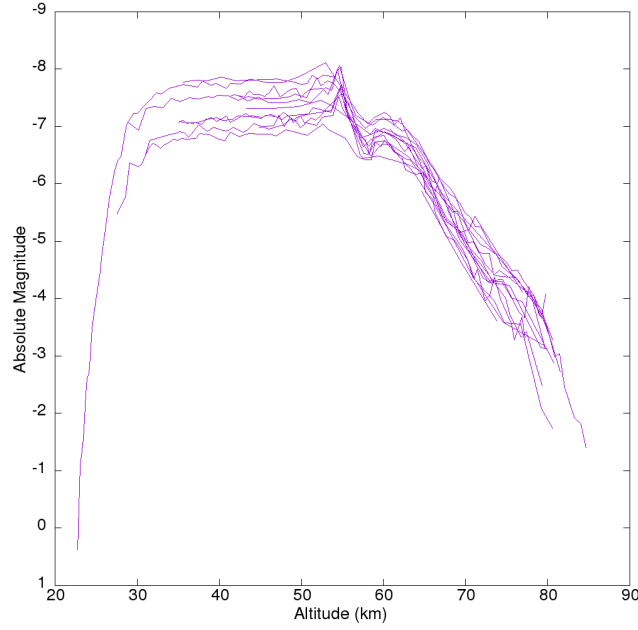


FIGURE 7.5 – Courbe de lumière (magnitude absolue) de la chute de Scautres le 27 avril 2019 à 4 :23 :58 UT.

par *FRIPON* ont une magnitude supérieure à -1.5 , c'est-à-dire la magnitude de l'étoile Sirius. Cette magnitude est notre limite inférieure, aucun météore de luminosité plus faible ne pourra être observé. Il faut noter que cette magnitude-limite est très au-dessus de celle qui est nécessaire pour produire une météorite (JENNISKENS et al., 2018). Au maximum, les météores observés ont une magnitude absolue de -10 . Cette limite supérieure est largement sous-estimée dans la mesure où les caméras sont saturées par les phénomènes brillants

Si nous observons quelques météores de magnitude de l'ordre de -1.5 , la plupart des météores de cette luminosité ne sont pas détectés. En effet, un météore de magnitude absolue -1.5 doit passer suffisamment près d'au moins deux caméras pour être détecté (la lumière reçue par celles-ci diminuant avec le carré de la distance) ce qui n'a rien de trivial (sans compter les problèmes de couverture nuageuse ou de caméras en panne). D'après DOHNANYI, 1969, ou encore WILLIAMS et WETHERILL, 1994, la répartition en masse des petits corps suit une loi en $m^{-\alpha}$, avec $\alpha = 11/6$. Cette loi, due au phénomène de cascade collisionnelle, est parfois connue sous la forme de la répartition en taille de ces objets suivant une loi en $r^{-3.5}$ (ces deux formes sont strictement équivalentes). En considérant que la magnitude moyenne d'un météore est fonction d'une puissance de la masse de l'aérolithe qui en est source :

$$Mag = C - 2.5 \log_{10}(M_0^\beta) \quad (7.1)$$

nous obtenons la loi de répartition en magnitude des météores suivante :

$$\phi(Mag) \propto 10^{\frac{(\alpha-1)}{\beta} \frac{Mag}{2.5}} \quad (7.2)$$

Pour les magnitudes inférieures à -4.5 , le nombre de météores observé par *FRIPON* suit l'exponentielle $\phi(Mag) \propto 10^{0.429 \pm 0.017 Mag}$, représentée en bleu à la figure 7.7. Nous constatons par contre un manque d'observation de météores de magnitude supérieure, signe de la diminution de l'efficacité du réseau *FRIPON* au delà de cette magnitude.

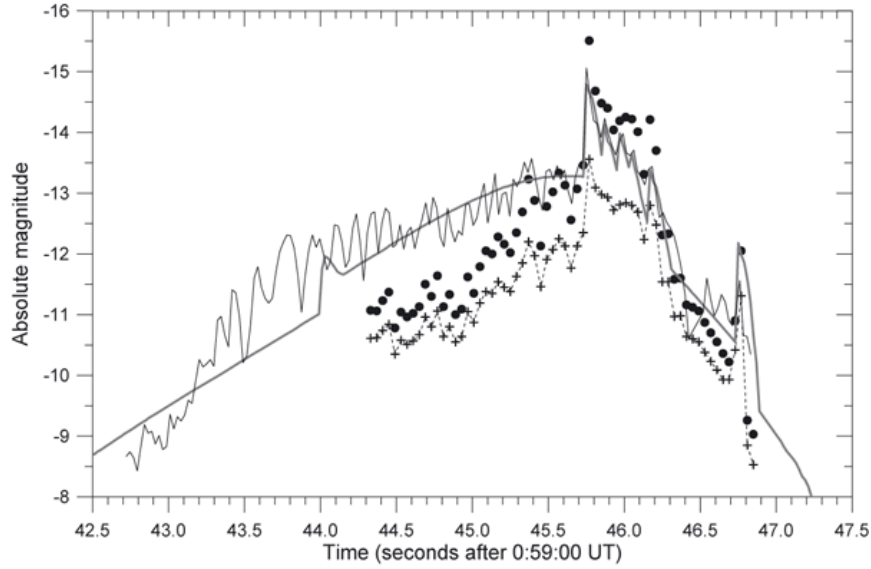


FIGURE 7.6 – Courbes de lumière de la chute de la météorite de Jese-nice observée par diverses caméras, et modélisée en fonction du temps. (SPURNÝ et al., 2010)

Efficacité lumineuse et calcul de masse

Nous venons de voir que le réseau *FRIPON* commence à détecter les météores à partir de la magnitude -1.5 , et qu'il est pleinement opérationnel à partir de la -4.5 . Nous voudrions convertir cette limite en magnitude en une limite sur les paramètres qui nous servent à décrire les météores, notamment le paramètre de freinage A et la masse initiale M_0 . Hors, comme nous le verrons à la section 7.2, ces caractéristiques ne sont plus estimables de manière satisfaisante pour les météores trop rapides et/ou observés sur une durée trop courte. Ainsi, il n'est pas possible de déterminer les limites de détections du réseau *FRIPON* par l'analyse du mouvement des météores présentée au chapitre 6. À la place, nous allons rechercher le lien entre notre mesure de la magnitude moyenne et le paramètre de freinage A . Pour cela, nous supposons comme précédent que la magnitude moyenne d'un météore est fonction de la puissance de la masse de l'aérolithe, et donc de son paramètre de freinage A (la masse étant elle-même proportionnelle à l'inverse du cube du paramètre de freinage A^{-3} , voir l'équation 6.12). Nous supposons également que la magnitude moyenne est fonction d'une puissance de la vitesse initiale de l'aérolithe. Cette magnitude dépend également d'un facteur d'efficacité d'émission lumineuse, facteur lui même dépendant de l'énergie cinétique de l'aérolithe d'après HALLIDAY, GRIFFIN et BLACKWELL, 1981 et BROWN et al., 2002. Ainsi, la magnitude moyenne peut être exprimée de la façon suivante :

$$E(Mag) = \mathcal{C} - 2.5\log_{10}(A^\xi) - 2.5\log_{10}(V_0^\psi) \quad (7.3)$$

où $\mathcal{C}$ est une grandeur dépendant des autres caractéristiques impactant la luminosité d'un météore (son enthalpie de destruction, son efficacité d'émission, et caetera). Nous estimons empiriquement les paramètres $\mathcal{C}$, ξ et ψ à l'aide des météores les mieux contraints observés par *FRIPON*. Nous utilisons ceux pour lesquelles les ratios $\widehat{A_{\chi^2}}/\sigma_A$ et $\widehat{B_{\chi^2}}/\sigma_B$ sont tous deux supérieurs à 3 (voir la figure 7.8). Nous obtenons alors la formule empirique suivante :

$$Mag = 20.2_{\pm 1.5} - 2.5\log_{10}(A^{-2.04 \pm 0.14}) - 2.5\log_{10}(V_0^{4.8 \pm 0.4}) \quad (7.4)$$

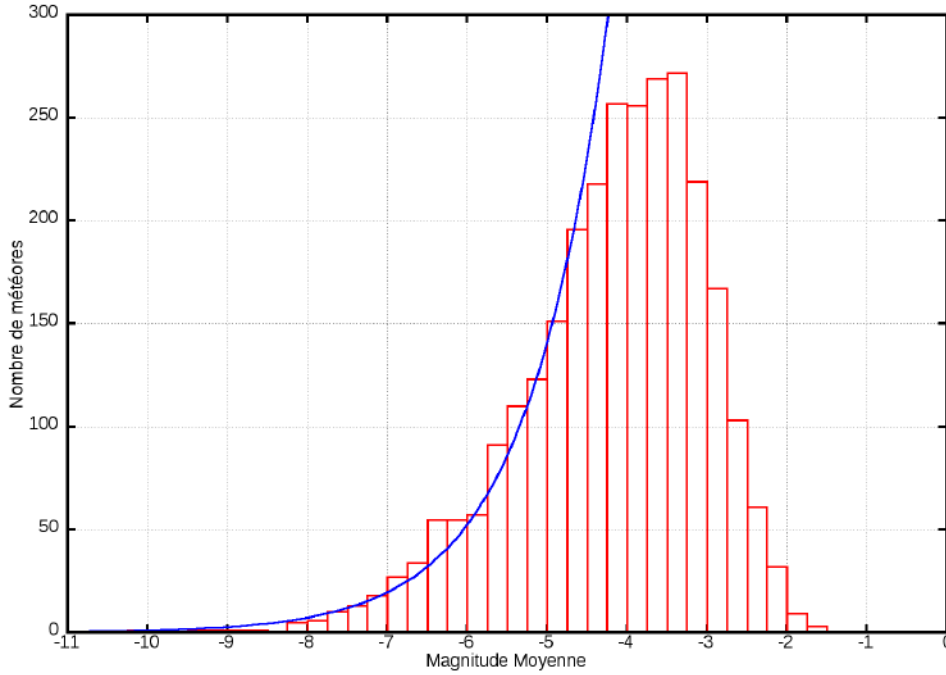


FIGURE 7.7 – Histogramme des maximums en magnitude absolue des événements par le réseau *FRIPON*, c'est une moyenne des mesures de chaque caméra. La courbe bleue est la loi de répartition en $10^{0.429 Mag}$.

Nous pouvons à présent convertir une magnitude limite et une vitesse en un paramètre de freinage limite. Notre réseau de caméras ne commence à détecter les météores qu'à partir d'une magnitude -1.5 . Pour des aérolithe lent entrant dans l'atmosphère à 11 km/s , cela nous donne un paramètre de freinage limite $A = 10^{-1.79 \pm 0.06} \text{ m}^2/\text{kg}$. En considérant un aérolithe sphérique, de masse volumique $\rho = 3500 \text{ kg/m}^3$ et un coefficient de freinage $c_d = 1$ (voir la section 6.1.4 pour plus d'informations sur ces hypothèses), cette limite correspond à un objet d'une trentaine de gramme et d'un centimètre de rayon. La pleine efficacité de *FRIPON*, atteinte à la magnitude moyenne de -4.5 , correspond quand à elle à un paramètre limite $A = 10^{-2.38 \pm 0.08}$, soit une masse de l'ordre du kilogramme et un rayon de 5 cm .

La formule empirique 7.4 a été déterminé à l'aide des météores les mieux contraints par l'étude de leur mouvement, c'est à dire des météores relativement lents (les météores les plus rapides ne permettant pas de contraindre toutes leurs caractéristiques pas la seule étude de leur mouvement). En spéculant que cette formule empirique reste vraie pour les aérolithes les plus rapides, nous obtenons, pour un aérolithe entrant dans l'atmosphère à une vitesse de 72 km/s et une magnitude moyenne de -1.5 un paramètre de freinage limite $A = 10^{0.14 \pm 0.16}$, ce qui correspond à une masse de $0.05 \mu\text{g}$ et un rayon de l'ordre du dixième de millimètre. Pour la magnitude de pleine efficacité -4.5 , on obtient une limite $A = 10^{-0.45 \pm 0.14}$, soit une masse de $3 \mu\text{g}$ et un rayon de 0.6 mm .

Bien entendu, ces estimations se basant sur de purs constats empiriques, elles sont à prendre avec précaution. Néanmoins, elles nous permettent de nous faire une certaine idée de la taille des objets observés par *FRIPON*, allant du centimètre pour les aérolithes les plus lents jusqu'au dixième de millimètre pour les aérolithes les plus rapides.

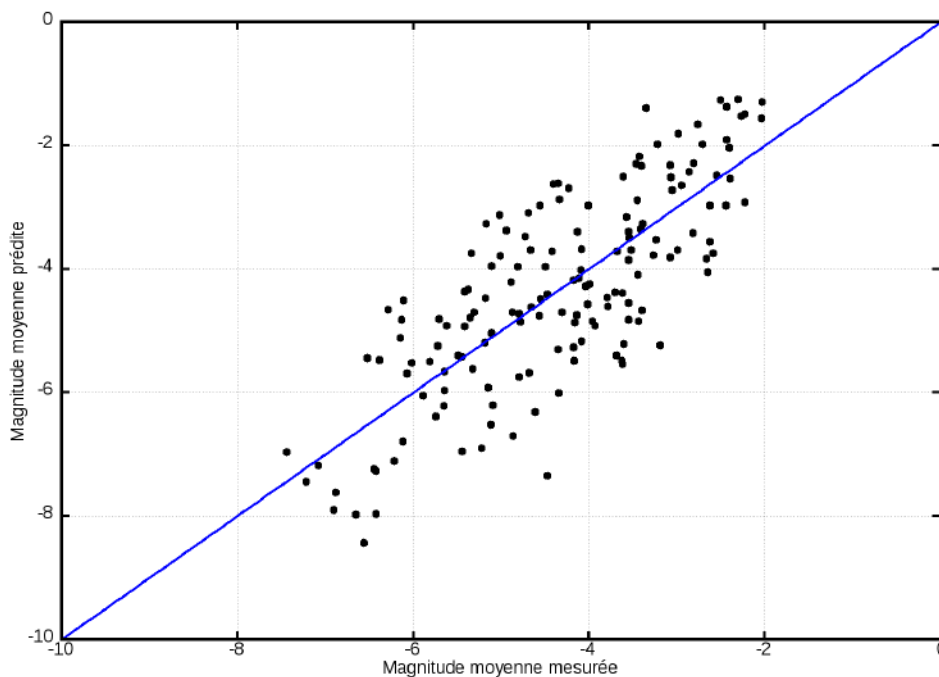


FIGURE 7.8 – Magnitude moyenne mesurée en fonction de la magnitude moyenne prédite via la formule empirique 7.4. La droite d'équation $y = x$ est représentée en bleu.

7.1.4 Enthalpie de destruction des aérolithes

Une autre caractéristique intéressante est l'enthalpie massique de destruction H du matériau des aérolithes. Cette enthalpie n'est pas directement estimable. À l'aide de l'observation de la décélération dans l'atmosphère des aérolithes, nous ne pouvons estimer que l'enthalpie Q :

$$Q = \frac{A}{B} = \frac{c_d H}{c_h (1 - \mu)} \quad (7.5)$$

Nous rappelons que c_d est le coefficient de traînée, c_h le coefficient de transfert thermique et μ le facteur de changement de forme (voir la section 6.1.2 pour plus de précision).

Comme cette enthalpie est égale au ratio des paramètres A et B , celle-ci ne peut être estimée que pour les météores pour lesquels les paramètres de freinage et d'ablation sont tous deux bien contraints. Comme nous l'avons fait pour étudier le lien entre la magnitude et le paramètre de freinage A dans la section 7.1.3, nous n'étudierons dans ce qui suit que les météores pour lesquels les ratios $\widehat{A_{\chi^2}}/\sigma_A$ et $\widehat{B_{\chi^2}}/\sigma_B$ sont supérieurs à 3. La figure 7.9 présente l'histogramme des enthalpies Q sur la population des météores respectant cette contrainte. Nous disposons de trop peu de météores pour pouvoir discerner sur cet histogramme des structures qui seraient les signes de la présence de groupes d'aérolithes ayant des matériaux ou des structures internes différents.

Nous pouvons néanmoins en déduire que l'ordre de grandeur de l'enthalpie Q va de la dizaine à quelques centaines de mégajoules par kilogramme. Dans le cas des météores pour lesquels le paramètre de freinage peut être contraint par les observations, mais pour lesquels l'ablation n'est quant à elle pas perceptible, cette information nous permet de fixer un ordre de grandeur sur le paramètre d'ablation que nous ne parvenons pas à mesurer. Typiquement, 100 MJ/kg semble être une valeur par défaut acceptable.

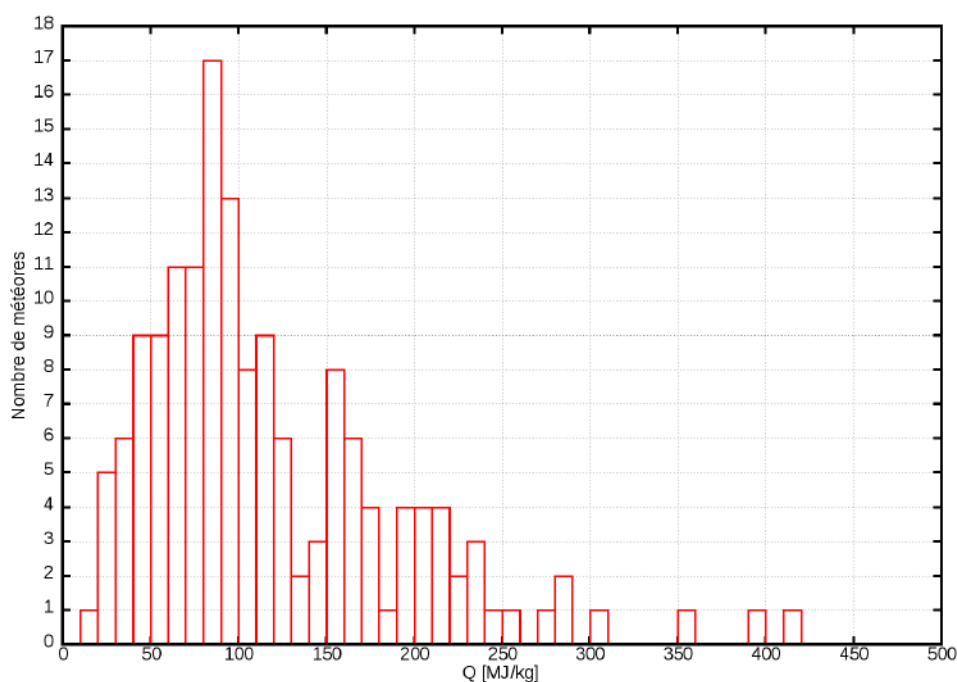


FIGURE 7.9 – Histogrammes des enthalpies massiques Q des météores correctement contraints ($\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A$ et $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$ sont supérieurs à trois).

7.2 Étude des biais de mesure du modèle d'ablation et de freinage

7.2.1 Proximité entre les estimateurs et les limites de l'espace des paramètres

Nous avons vu à la section 6.2.3 que, dans le cas d'un météore trop court et/ou trop rapide pour que sa décélération soit observée, les paramètres de freinage A et d'ablation B deviennent impossibles à déterminer correctement. Tout au plus pouvons nous en donner des limites supérieures. Si l'efficacité de l'ablation B était supérieure à un certain B_{max} (voir l'équation 6.22), alors nous ne devrions pas observer le météore en-deçà d'une certaine altitude. L'altitude minimale à laquelle le météore est observé fournit donc une limite supérieure à B . De même, si l'efficacité du freinage A est trop élevée, alors nous devrions être capables d'observer la décélération de l'aérolithe. Par conséquent l'absence de décélération observable fournit une limite supérieure à A .

Pour ces météores, les observations sont compatibles avec un aérolithe ne perdant pas de masse ($B = 0$) ni de vitesse ($A = 0$). À cause de cela, il devient très compliqué, pour ne pas dire impossible, d'estimer la masse initiale M_0 ou l'enthalpie de destruction Q des aérolithes à partir de la seule observation de leur décélération. Les espérances de ces paramètres ne sont plus correctement définies, et leurs médianes dépendent directement des variances sur A et B . Nous avons explicité analytiquement ces relations dans le cadre d'un exemple théorique (voir les équations 6.40 et 6.42).

Nous pourrions nous consoler en nous disant que l'estimation de la vitesse initiale V_0 est, elle au moins, épargnée. En effet, celle-ci est un des paramètres que nous estimons par minimisation des carrés des résidus, elle n'est donc pas exprimée comme combinaison des autres paramètres A et B . Pourtant, à cause de la corrélation entre la vitesse initiale et les autres paramètres, celle-ci subit aussi un certain biais, même si ce n'est pas aussi dramatique que pour la masse initiale M_0 ou l'enthalpie Q . Nous

avons également montré cet effet dans le cadre d'un exemple à l'équation 6.44 et à la figure 6.19. Dans cet exemple, l'espérance de la vitesse $\widehat{V}_{0_E}$ s'écartait de l'estimateur des moindres carrés $\widehat{V}_{0_{\chi^2}}$ d'un facteur dépendant directement de l'incertitude sur A et de la corrélation entre V_0 et A .

Il est donc très important, y compris pour l'estimation des vitesses (et donc ensuite des orbites des météoroïdes) de caractériser l'importance de ces biais sur la population des météores observés par *FRIPON*. Comme nous venons de le voir, ces biais dépendent fortement de la distance entre les estimateurs des moindres carrés $\widehat{A}_{\chi^2}$ et $\widehat{B}_{\chi^2}$ et les frontières de l'espace des paramètres $A = 0$ et $B = 0$. Nous pouvons exprimer ces distances à l'aide des grandeurs adimensionnées $\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A$ et $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$. Nous présentons les pourcentages de météores proches ou éloignés des bords à la table 7.1 ci-dessous.

	$\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B \in [0 : 1]$	$\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B \in [1 : 2]$	$\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B \in [2 : 3]$	$\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B > 3$
$\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A \in [0 : 1]$	20.52%	22.18%	0.11%	0.32%
$\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A \in [1 : 2]$	8.82%	12.58%	0.53%	0.04%
$\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A \in [2 : 3]$	5.67%	3.72%	1.63%	0.14%
$\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A > 3$	6.87%	5.07%	6.31%	5.49%

TABLE 7.1 – Répartition des météores observés par le réseau *FRIPON* en fonction de leur éloignement des bords de l'espace des paramètres $A = 0$ et $B = 0$. Ces distances sont décrites au moyen des rapports entre les estimateurs des moindres carrés $\widehat{A}_{\chi^2}$ et $\widehat{B}_{\chi^2}$ et leurs écarts-types respectifs σ_A et σ_B .

On constate immédiatement que les météores pour lesquels la présence des bords de l'espace des paramètres n'est pas négligeable sont largement majoritaires. Près des deux tiers des aérolithes ont leurs estimateurs de A et/ou de B à moins d'un sigma d'une frontière. À l'inverse, à peine un peu plus d'un météore sur vingt a ses estimateurs à plus de trois sigma de tous bords.

La première ligne de ce tableau est celle contenant le plus de météores, avec environ 43% d'entre eux. Ce sont les météores pour lesquels l'estimateur du paramètre de freinage $\widehat{A}_{\chi^2}$ est à moins d'un sigma de la frontière $A = 0$. Cela correspond aux météores courts et rapides étudiés dans la section 6.1.5. C'est la population de météores pour laquelle la décélération est imperceptible par nos instruments. Nous avons vu que, pour ces météores, la vraisemblance du paramètre B varie peu entre zéro et B_{max} . La décélération étant indiscernable, l'influence de l'ablation sur celle-ci l'est encore plus. Ainsi, la méconnaissance du paramètre de freinage A implique la méconnaissance du paramètre d'ablation B . La figure 6.15 montre justement la vraisemblance de B pour un météore entrant dans cette catégorie. En supposant que, comme dans cette figure, la vraisemblance $L(B)$ est à peu près constante entre zéro et B_{max} , et que le maximum de vraisemblance $\widehat{B}_{\chi^2}$ est atteint en $B = B_{max}$, alors le ratio $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$ vaudra environ 1.7. Si le maximum de vraisemblance est atteint en $B = 0$, ce ratio tombe à zéro. On comprend donc pourquoi, sur cette première ligne, tous les météores sont concentrés sur les deux premières colonnes, celles pour lesquelles le ratio $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$ est inférieur à deux.

La proposition inverse n'est pas vraie : une mauvaise connaissance du paramètre d'ablation B n'entraîne pas fatalement une méconnaissance du paramètre de freinage A . On peut le constater, en regardant désormais la première colonne du tableau. Il s'agit de la colonne des météores pour lesquels l'estimateur $\widehat{B}_{\chi^2}$ est proche de la frontière $B = 0$. Parmi les météores de cette colonne, plus de 16% ont un estimateur

$\widehat{A}_{\chi^2}$ éloigné de plus de 3σ la frontière $A = 0$. Il est donc parfaitement possible que la décélération d'un aérolithe soit perceptible sans que son ablation ne le soit.

Nous pouvons finalement séparer les météores en trois catégories.

La première est celle des météores pour lesquels la décélération est peu perceptible. Nous sommes dans le cas des météores courts et rapides. Ces météores décelèrent peu, si bien que leur vitesse est presque constante jusqu'à leur disparition. La seule information dont nous disposons alors sur les paramètres A et B est qu'ils doivent être inférieurs à un certain A_{max} et B_{max} pour garantir l'absence de décélération observable ainsi que la survie de l'aérolithe au moins jusqu'à sa dernière altitude observée.

Une seconde catégorie de météores est celle des météores pour lesquelles la décélération est perceptible, nous permettant ainsi d'obtenir un estimateur du paramètre de freinage $\widehat{A}_{\chi^2}$ éloigné de la frontière $A = 0$. Mais l'ablation, quant à elle, est toujours imperceptible. L'estimateur du paramètre d'ablation $\widehat{B}_{\chi^2}$ reste donc proche de zéro.

Enfin, la troisième catégorie est celle des météores pour lesquels la décélération est suffisamment bien observée pour percevoir l'influence de l'ablation. Pour ces météores, les deux estimateurs $\widehat{A}_{\chi^2}$ et $\widehat{B}_{\chi^2}$ sont éloignés des frontières de l'espace des paramètres.

La masse initiale étant proportionnelle à l'inverse du paramètre de freinage au cube (voir l'équation 6.12), elle n'est déterminable que pour les météores de deuxième et troisième catégorie. Pour les météores de première catégorie, nous ne pouvons que donner une masse minimale en-deçà de laquelle la décélération devrait être visible. L'enthalpie massique de destruction Q , c'est-à-dire le rapport de A sur B , n'est déterminable que pour les météores de troisième catégorie. Pour les météores de deuxième catégorie, il est possible de donner une enthalpie minimale en-deçà de laquelle l'ablation devrait être perceptible.

Bien évidemment, il existe un continuum entre ces trois catégories, si bien qu'il n'existe pas de frontière nette. En choisissant arbitrairement de placer nos frontières aux distances $\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A$ et $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$ égales à deux, nous obtenons environ 65% de météores dans la première catégorie, 21% dans la seconde et enfin 14% dans la troisième catégorie. Ces chiffres sont visibles dans le tableau 7.2 ci-dessous.

	$\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B < 2$	$\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B > 2$
$\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A < 2$	65.10%	
$\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A > 2$	21.33%	13.57%

TABLE 7.2 – Répartition des météores observés par le réseau *FRIPON* en fonction de leurs éloignements aux bords de l'espace des paramètres $A = 0$ et $B = 0$. Ces distances sont décrites au moyen des rapports entre les estimateurs des moindres carrés $\widehat{A}_{\chi^2}$ et $\widehat{B}_{\chi^2}$ et leurs écarts-types respectifs σ_A et σ_B . Ce tableau est semblable au tableau 7.1, à ceci près que les colonnes sont ici choisies pour répartir les météores selon trois catégories (voir texte).

7.2.2 Liens de corrélation entre la vitesse initiale et les autres paramètres

La vitesse initiale des météores est corrélée avec les paramètres de freinage A et d'ablation B . En effet, un aérolithe peut déjà avoir perdu une partie de sa vitesse avant d'être suffisamment lumineux pour être observé, comme le soulignent VIDA, BROWN

et CAMPBELL-BROWN, 2018. Si un météore est visible durant un laps de temps trop court pour correctement déterminer sa décélération et son ablation, alors cela aura inévitablement un impact sur l'estimation de sa vitesse initiale.

Ainsi, surestimer le paramètre de freinage A conduira à également surestimer la vitesse perdue entre le sommet de l'atmosphère et le début de l'observation, et donc à surestimer V_0 . Les paramètres A et V_0 sont corrélés positivement. A l'inverse, surestimer l'ablation B revient à surestimer la masse perdue par le bolide, donc à sous estimer sa décélération en haut de la trajectoire et ainsi sa vitesse initiale. Les paramètres B et V_0 sont corrélés négativement.

Nous pouvons vérifier cela à l'aide des paramètres de corrélation R_{V_0A} et R_{V_0B} , les paramètres de corrélation entre la vitesse initiale et les paramètres A et B définis par les équations suivantes :

$$R_{V_0A} = \frac{V_{V_0A}}{\sigma_{V_0}\sigma_A} \quad R_{V_0B} = \frac{V_{V_0B}}{\sigma_{V_0}\sigma_B} \quad (7.6)$$

où les termes V_{V_0A} et V_{V_0B} sont les termes de la matrice de covariance des paramètres V_0, A et B (voir l'équation 6.35).

Les histogrammes de ces paramètres de corrélation sont représentés à la figure 7.10 ci-dessous. On constate sur cette figure que, comme attendu, la vitesse initiale V_0 et le paramètre de freinage A sont fortement corrélés, avec des paramètres de corrélation R_{V_0A} généralement compris entre 0.6 et 1 pour toutes les catégories de météores. Concernant la corrélation négative entre le paramètre d'ablation B et la vitesse, avec un paramètre de corrélation R_{V_0B} inférieur à zéro, celle-ci n'est respectée que pour les météores de seconde et troisième catégorie. Pour les météores de première catégorie, la décélération n'est pas perceptible. L'estimateur du paramètre d'ablation $\widehat{B}_{\chi^2}$ converge vers une valeur comprise entre zéro et B_{max} , et sa corrélation avec la vitesse peut être positive comme négative.

7.2.3 Comparaison entre les différents estimateurs

Maintenant que nous savons de quelle manière les paramètres de freinage et d'ablation A et B sont corrélés à la vitesse initiale V_0 , nous pouvons analyser comment les biais de ces paramètres se propagent vers les estimateurs de la vitesse initiale.

Estimateurs de la vitesse initiale V_0

Pour le moment nous n'avons, au cours de cet ouvrage, envisagé que deux estimateurs de la vitesse initiale : l'estimateur des moindres carrés $\widehat{V_{0_{\chi^2}}}$ et l'espérance $\widehat{V_{0_E}}$. Or nous avons également vu que les biais sont dus à la proximité entre les estimateurs des paramètres de freinage et d'ablation et les limites de l'espace des paramètres. Ces limites sont $B = 0$ pour les météores de seconde catégorie, ceux pour lesquelles l'ablation n'est pas perceptible, et $A = 0$ pour les météores de première catégorie, ceux pour lesquelles la décélération n'est pas perceptible. Ce fait peut nous inspirer deux nouveaux estimateurs de la vitesse initiale : un premier considérant un système sans ablation $\widehat{V_{0_{B=0}}}$ et un second considérant un système sans freinage $\widehat{V_{0_{A=0}}}$.

Nous définirons ces estimateurs comme suit : ils sont les estimateurs des moindres carrés, c'est-à-dire les maximums de vraisemblance, obtenus en imposant soit $B = 0$ soit $A = 0$. Cela revient à s'en tenir à des systèmes dynamiques plus simples, sans ablation, voire sans freinage. Ce second cas revient à supposer que la vitesse de l'aérolithe est constante le long de sa trajectoire.

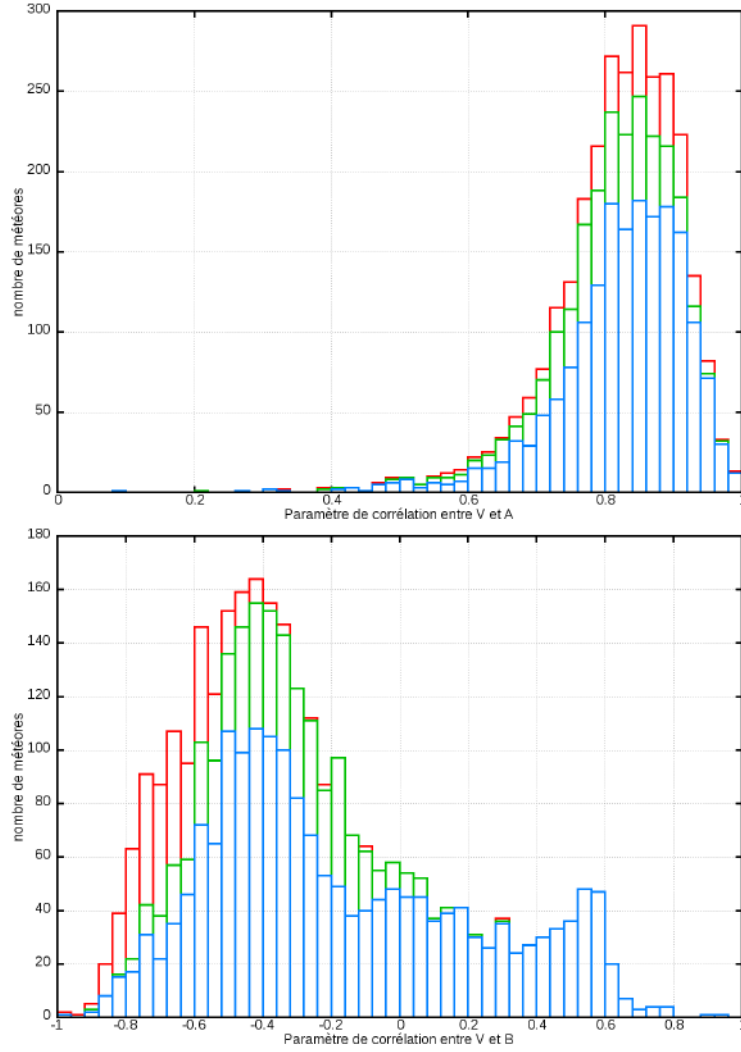


FIGURE 7.10 – Histogrammes des paramètres de corrélation R_{V_0A} et R_{V_0B} . Les couleurs indiquent, cumulativement, les météores de première catégorie ($\widehat{A_{\chi^2}}/\sigma_A < 2$) en bleu, ceux de seconde catégorie ($\widehat{A_{\chi^2}}/\sigma_A > 2$ et $\widehat{B_{\chi^2}}/\sigma_B < 2$) en vert et enfin ceux de troisième catégorie ($\widehat{A_{\chi^2}}/\sigma_A > 2$ et $\widehat{B_{\chi^2}}/\sigma_B > 2$) en rouge.

Nous avons vu à la section 6.2.2 que le système des paramètres (V_0, A, B) est, abstraction faite de ses frontières, un espace de paramètres quasiment optimal, la vraisemblance $L(V_0, A, B)$ pouvant être approximée par une fonction gaussienne tronquée. Une fois cette approximation admise, les deux nouveaux estimateurs de la vitesse sont donnés par les équations suivantes (PELAT, 2015) :

$$\widehat{V_{0A=0}} = \widehat{V_{0_{\chi^2}}} - R_{V_0A} \frac{\sigma_{V_0}}{\sigma_A} \widehat{A_{\chi^2}} \quad (7.7)$$

$$\widehat{V_{0B=0}} = \widehat{V_{0_{\chi^2}}} - R_{V_0B} \frac{\sigma_{V_0}}{\sigma_B} \widehat{B_{\chi^2}} \quad (7.8)$$

Météores de première catégorie

Commençons par examiner le cas des météores de première catégorie. Pour ces météores, la limite de l'espace des paramètres $A = 0$ n'est pas négligeable. Aussi, l'espérance $\widehat{A_E}$ sera un estimateur surestimé, dont la valeur dépend directement de

l'écart-type σ_A . L'estimateur des moindres carrés $\widehat{A}_{\chi^2}$ sera compris entre 0 et $\widehat{A}_E$. Par application de la corrélation positive entre A et V_0 , les estimateurs de la vitesse initiale suivent l'inégalité suivante :

$$0 \leq \widehat{A}_{\chi^2} < \widehat{A}_E \quad \widehat{V}_{0A=0} \leq \widehat{V}_{0_{\chi^2}} < \widehat{V}_{0E} \quad (7.9)$$

L'estimateur $\widehat{V}_{0A=0}$, en supposant l'absence totale de décélération du météore, sera toujours une sous-estimation. À l'inverse, l'espérance $\widehat{V}_{0E}$ sera toujours surestimée. L'estimateur des moindres carrés $\widehat{V}_{0_{\chi^2}}$, bien qu'encadré par ces deux autres estimateurs, donnera une valeur inférieure à la réalité s'il converge vers $\widehat{A}_{\chi^2} = 0$, et à l'inverse donnera une valeur supérieure à la réalité s'il converge vers une solution du même ordre de grandeur (bien que strictement inférieur) que $\widehat{A}_E$.

Considérons le fait que, à cause de la sensibilité des caméras, il existe une masse minimale en-deçà de laquelle nous ne détectons plus les météores. La masse initiale des aérolithes étant reliée au paramètre A par l'équation 6.12, cette limite inférieure à la masse des aérolithes détectables devient une limite supérieure au paramètre de freinage A des aérolithes détectés. Dans les cas particuliers où l'incertitude sur A est très élevée devant cette limite, l'estimateur $\widehat{V}_{0A=0}$ est le plus proche de la réalité, le paramètre de freinage A réel étant lui même plus proche de 0 que de son espérance. Ainsi, cet estimateur $\widehat{V}_{0A=0}$ reste sous-estimé, mais l'amplitude de cette sous-estimation est faible devant celle de la surestimation de l'estimateur $\widehat{V}_{0E}$. Dans cette situation, l'estimateur de la vitesse sans freinage $\widehat{V}_{0A=0}$ est donc le meilleur des trois présentés.

Nous avons vu à la section 7.1.3 que, dans le cadre de l'infrastructure de *FRIPON*, pensée pour observer les météores les plus lumineux, le paramètre de freinage A maximal des météores observables est de l'ordre de $0.02 \text{ m}^2/\text{kg}$ pour les météores les plus lents produisant peu de lumière, et de $1 \text{ m}^2/\text{kg}$ pour les météores les plus rapides. Ainsi, lorsque nous nous trouvons dans la situation où l'incertitude σ_A est grande devant cette limite, l'estimateur $\widehat{V}_{0A=0}$ sera à préférer. En particulier, dans le cas de météores rapides dont la décélération n'est que peu voire pas perceptible, l'utilisation de l'estimateur $\widehat{V}_{0E}$ conduira à une forte surestimation des vitesses initiales de ces aérolithes, qui se traduira ensuite par une forte surestimation de leurs excentricités, et donc à des faux positifs de météores interstellaires.

Météores de seconde catégorie

Dans le cas des météores de seconde catégorie, la décélération est perceptible, mais pas l'ablation. De la même manière que dans le cas des météores de première catégorie, la présence de la limite $A = 0$, combinée à la corrélation positive entre paramètre de freinage A et vitesse initiale V_0 , entraîne un biais sur cette dernière, la présence de la limite $B = 0$ combinée à la corrélation négative entre le paramètre d'ablation B et la vitesse initiale V_0 entraîne également un biais.

La seule différence réside dans le fait que, cette corrélation étant négative, les relations d'ordre vues à l'équation 7.9 sont inversées. Ainsi, pour les météores de seconde catégorie, les estimateurs suivent les inégalités suivantes :

$$0 \leq \widehat{B}_{\chi^2} < \widehat{B}_E \quad \widehat{V}_{0B=0} \geq \widehat{V}_{0_{\chi^2}} > \widehat{V}_{0E} \quad (7.10)$$

D'une manière analogue à la situation des météores de première catégorie, l'estimateur $\widehat{V}_{0E}$, qui dépend cette fois non pas de l'incertitude sur A mais de l'incertitude sur B , sera systématiquement un estimateur sous-évalué. À l'inverse, considérer l'ablation comme inexistante conduira à un estimateur $\widehat{V}_{0B=0}$ sur-évalué.

Toujours par analogie avec la situation précédente, il sera préférable de choisir l'estimateur $\widehat{V_{0B=0}}$ lorsque σ_B devient grand devant le paramètre d'ablation maximale du météore. Nous avons déterminé empiriquement à la section 7.1.4 que l'enthalpie $Q = A/B$ était comprise entre la dizaine et quelques centaines de mégajoules par kilogramme. Cette information nous permet de connaître l'ordre de grandeur du paramètre d'ablation maximale d'un météore en fonction du paramètre de freinage A mesuré. Dans le cas où l'espérance $\widehat{B_E}$ est grande par rapport à cette limite, l'estimateur $\widehat{V_{0B=0}}$ sera légèrement sur-évalué, tandis que choisir $\widehat{V_{0E}}$ conduira à une estimation fortement sous-évaluée de la vitesse initiale.

Cas intermédiaires

Finalement, nous venons de voir trois cas de figure dans lesquels il est possible d'obtenir un estimateur peu biaisé de la vitesse initiale. Lorsque ni l'ablation ni même la décélération de l'aérolithe ne sont perceptibles (météores de première catégorie), l'espérance et l'estimateur des moindres carrés de la vitesse sont surestimés. Il sera alors préférable de privilégier l'estimateur $\widehat{V_{0B=0}}$, c'est-à-dire l'estimateur des moindres carrés considérant que la vitesse est constante. Cet estimateur sera légèrement sous-estimé.

Pour les météores de seconde catégorie, la décélération est mesurable, mais l'ablation reste imperceptible. L'estimateur des moindres carrés $\widehat{V_{0_{\chi^2}}}$ devient un estimateur sous-estimé. Il vaudra alors mieux choisir l'estimateur $\widehat{V_{0B=0}}$, c'est-à-dire l'estimateur des moindres carrés considérant qu'il n'y a aucune ablation. Cet estimateur sera légèrement surestimé.

Enfin, dans le cas où le météore est suffisamment bien observé pour déterminer correctement et son paramètre de freinage A et son paramètre d'ablation B (météore de troisième catégorie), alors l'estimateur des moindres carrés $\widehat{V_{0_{\chi^2}}}$ est quasiment optimal. Il est alors non biaisé et quasiment égal à l'espérance $\widehat{V_{0E}}$.

Ces trois cas de figure sont des cas extrêmes. Le premier cas n'intervient que lorsque que l'incertitude σ_A est très grande devant le paramètre de freinage réel de l'aérolithe. Le second survient lorsque le paramètre A est correctement contraint, mais que l'incertitude σ_B reste très grande devant le paramètre d'ablation réel de l'aérolithe. Enfin, le dernier cas survient lorsque les distances entre les estimateurs et les frontières de l'espace des paramètres $\widehat{A_{\chi^2}}/\sigma_A$ et $\widehat{B_{\chi^2}}/\sigma_B$ tendent vers l'infini.

Entre ces trois situations, il existe un continuum de cas possibles. Pour illustrer ceci, la figure 7.11 montre la différence entre l'estimateur des moindres carrés $\widehat{V_{0_{\chi^2}}}$ et l'espérance $\widehat{V_{0E}}$ des météores observés par le réseau *FRIPON*. Sur ce graphe, on retrouve les trois catégories dont nous parlions. Lorsque les distances aux frontières de l'espace des paramètres $\widehat{A_{\chi^2}}/\sigma_A$ et $\widehat{B_{\chi^2}}/\sigma_B$ tendent toutes deux vers l'infini, l'écart entre l'estimateur des moindres carrés $\widehat{V_{0_{\chi^2}}}$ et l'espérance $\widehat{V_{0E}}$ tend lui-même vers zéro. À l'inverse, lorsqu'on se rapproche de ces frontières, l'écart entre les deux estimateurs se creuse, l'espérance $\widehat{V_{0E}}$ devenant inférieure à $\widehat{V_{0_{\chi^2}}}$ lorsque le paramètre B se rapproche de zéro, et supérieur lorsque le paramètre A est proche de zéro.

On retrouve bien les comportements prédits ci-dessus. Cependant, il n'existe aucune frontière claire entre ces trois situations. À l'inverse, nous observons un continuum de cas allant de chacun des trois cas particuliers vers les deux autres.

Nous ne disposons pas d'un estimateur performant dans le cas général, mais simplement d'encadrements (voir les équations 7.9 et 7.10). Les estimateurs et les catégories que nous avons étudiés précédemment sont des guides pouvant aider à l'interprétation des résultats obtenus pour un météore particulier.

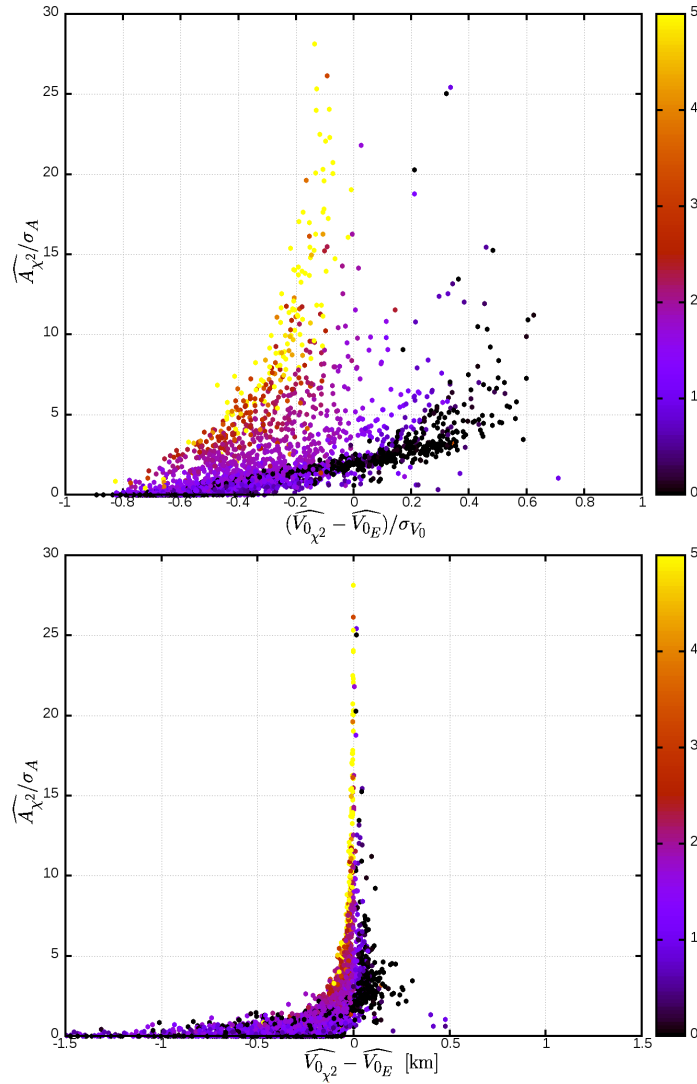


FIGURE 7.11 – Différence entre l'estimateur des moindres carrés $\widehat{V}_{0_{\chi^2}}$ et l'espérance $\widehat{V}_{0_E}$ en fonction de la distance du paramètre de freinage à la frontière $\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A$ et de la distance du paramètre d'ablation à la frontière $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$ (échelle de couleur).

Toutefois, lorsqu'il s'agit d'étudier non pas un seul météore mais une population entière, fixer arbitrairement une frontière séparant les cas où on utilise tel estimateur des cas où on utilise tel autre estimateur différent du premier est un comportement dangereux. Nous risquerions alors de faire apparaître de fausses structures dans la répartition en vitesses et en orbites des météores. Nous préférons donc privilégier l'auto-cohérence de l'échantillon de météores étudié en utilisant le même estimateur pour tous. Il faudra cependant garder à l'esprit que les estimateurs seront, au moins en parti, biaisés.

Nous devons donc choisir quel estimateur nous utiliserons systématiquement. Si les estimateurs de la vitesse sans ablation $\widehat{V}_{0_{B=0}}$ et sans freinage $\widehat{V}_{0_{A=0}}$ sont les meilleurs dans certains cas particuliers que nous avons étudiés, ils sont également très mauvais dans d'autres cas. Ainsi, lorsque les paramètres de freinage et d'ablation sont correctement contraints, c'est-à-dire lorsque les distances $\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A$ et $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$ sont grandes, c'est le paramètre des moindres carrés qui devient le meilleur estimateur. Au fur et à

mesure que ces distances tendent vers l'infini, l'estimateur des moindres carrés est de moins en moins biaisé. Dans le même temps, les distances entre cet estimateur et les deux autres $\widehat{V}_{0_{B=0}}$ et $\widehat{V}_{0_{A=0}}$ deviennent de plus en plus grandes, comme le montre la figure 7.12, signe que ces deux estimateurs deviennent alors très fortement biaisés.

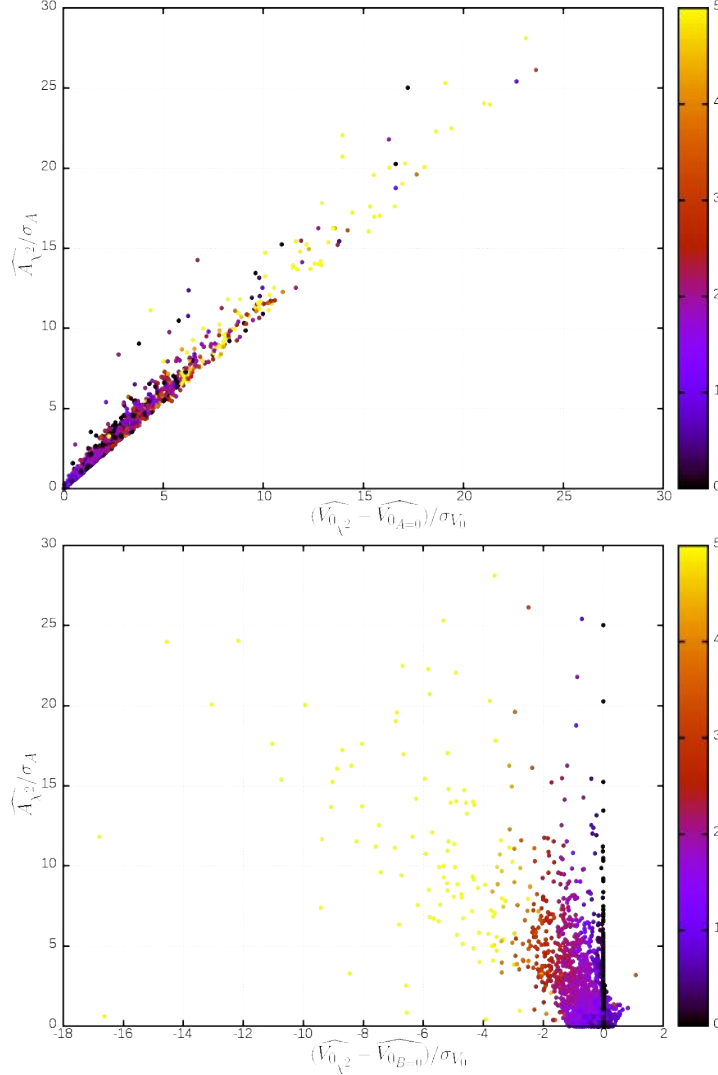


FIGURE 7.12 – Différence entre l'estimateur des moindres carrés $\widehat{V}_{0_{\chi^2}}$ et l'estimateur $\widehat{V}_{0_{A=0}}$, ainsi que entre l'estimateur des moindres carrés $\widehat{V}_{0_{\chi^2}}$ et l'estimateur $\widehat{V}_{0_{B=0}}$, en fonction de la distance du paramètre de freinage à la frontière $\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A$ et de la distance du paramètre d'ablation à la frontière $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$ (échelle de couleur).

À l'inverse, lorsque les distances $\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A$ et $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$ deviennent faibles, l'estimateur des moindres carrés et l'espérance $\widehat{V}_{0_E}$ deviennent de plus en plus biaisés, tandis que l'un des deux autres, $\widehat{V}_{0_{A=0}}$ ou $\widehat{V}_{0_{B=0}}$ (selon si la distance $\widehat{B}_{\chi^2}/\sigma_B$ se rapproche de zéro seul ou avec $\widehat{A}_{\chi^2}/\sigma_A$), devient de moins en moins biaisé. Dans ces cas, les relations d'ordre 7.9 et 7.10 nous garantissent que, entre l'estimateur des moindres carrés $\widehat{V}_{0_{\chi^2}}$ et l'espérance $\widehat{V}_{0_E}$, ce sera toujours l'estimateur des moindres carrés qui sera le moins biaisé des deux. Par conséquent, c'est ce dernier que nous utiliserons pour étudier les propriétés de population de météores.

Bien entendu, la construction d'un estimateur non biaisé, ou au moins peu biaisé, pour tous les météores serait d'une très grande utilité. Ce problème ne sera pas résolu dans le présent travail, toutefois nous avons l'espoir que notre rapide étude de quelques estimateurs et de leurs propriétés serviront de base de réflexion pour la construction d'un tel estimateur.

7.3 Pluies de météores observées

7.3.1 Orbites apparentées

Les pluies de météores sont produites par une surabondance de météoroïdes le long de certaines orbites particulières. Elles peuvent être le résultat du dégazage d'une comète, de la dislocation d'un astéroïde sous l'effet de sa propre rotation, ou encore d'une collision entre deux petits corps. Lorsque la Terre croise l'une ces orbites, on observe une pluie de météores, c'est-à-dire un ensemble de météores présentant des vitesses et des radiants proches, et survenant à des dates semblables. À condition de posséder une métrique, c'est-à-dire la définition d'une "distance" entre deux orbites, il est possible de trouver de telles surabondances de certaines orbites au sein d'un échantillon de météoroïdes.

Plusieurs définitions d'une distance D entre deux orbites $\mathcal{O}_1$ et $\mathcal{O}_2$ ont été proposées. Ces définitions dépendent toutes de cinq paramètres orbitaux : la distance au périhélie, l'excentricité, l'inclinaison, la longitude du nœud ascendant et l'argument du périhélie. Ces cinq paramètres permettent de décrire complètement la géométrie de l'orbite autour du Soleil.

Nous pouvons citer la définition de SOUTHWORTH et HAWKINS, 1963 :

$$D_{SH}^2 = (e_2 - e_1)^2 + (p_2 - p_1)^2 + \left(2 \sin \left(\frac{I_{12}}{2}\right)\right)^2 + \left(\left(\frac{e_1 + e_2}{2}\right) 2 \sin \left(\frac{\Pi_{12}}{2}\right)\right)^2 \quad (7.11)$$

où :

$$I_{12} = \arccos(\cos i_1 \cos i_2 + \sin i_1 \sin i_2 \cos(\Omega_2 - \Omega_1)) \quad (7.12)$$

$$\Pi_{12} = \omega_2 - \omega_1 + 2 \arcsin \left(\cos \left(\frac{i_2 + i_1}{2} \right) \sin \left(\frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2} \right) \sec \left(\frac{I_{12}}{2} \right) \right) \quad (7.13)$$

Cette définition a le défaut de dépendre de l'unité de distance choisi pour exprimer les distances au périhélie p . DRUMMOND, 1980 et DRUMMOND, 1981 propose une version améliorée de cette distance :

$$D_D^2 = \left(\frac{e_1 - e_2}{e_1 + e_2}\right)^2 + \left(\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}\right)^2 + \left(\frac{I_{12}}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{e_1 + e_2}{2} \frac{\Theta_{12}}{\pi}\right)^2 \quad (7.14)$$

où :

$$\Theta_{12} = \arccos(\sin \beta_1 \sin \beta_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2)) \quad (7.15)$$

avec β la latitude écliptique au périhélie et λ la longitude écliptique au périhélie :

$$\beta = \text{asin}(\sin i \sin \omega) \quad (7.16)$$

$$\lambda = \Omega + \text{atan}(\cos i \tan \omega) \quad \text{si } \cos \omega > 0 \quad (7.17)$$

$$\lambda = \Omega + \text{atan}(\cos i \tan \omega) + \pi \quad \text{si } \cos \omega < 0 \quad (7.18)$$

Cette seconde forme a le défaut d'être sur-dépendante à l'excentricité. Pour régler ce problème, JOPEK, 1993 propose une troisième forme hybride :

$$\begin{aligned} D_H^2 = & (e_2 - e_1)^2 + \left(\frac{p_2 - p_1}{p_2 + p_1} \right)^2 + \left(2 \sin \left(\frac{I_{12}}{2} \right) \right)^2 \\ & + \left(\left(\frac{e_1 + e_2}{2} \right) 2 \sin \left(\frac{\Pi_{12}}{2} \right) \right)^2 \end{aligned} \quad (7.19)$$

C'est cette dernière forme que nous utiliserons, à la manière de JENNISKENS et al., 2016a.

Nous considérons que deux météoroïdes d'orbites $\mathcal{O}_1$ et $\mathcal{O}_2$ sont affiliés si la distance $D_H(\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2)$ les séparant est inférieure à une limite D_{crit} , le D -Criterium. Un groupe de météores inter-affiliés est une potentielle pluie de météores. Pour séparer les véritables pluies de météores des groupes formés par coïncidence, nous ajoutons également un critère de taille. Un groupe n'est conservé que s'il contient au moins n_{min} orbites.

Le choix des critères D_{crit} et n_{min} dépend du nombre de météores constituant l'échantillon, dans notre cas 2822. Empiriquement, nous estimons que le choix $D_{crit} = 0.07$ et $n_{min} = 5$ est judicieux. Il s'agit du critère le plus sévère n'éliminant pas la pluie connue la plus faiblement perçue par FRIPON, à savoir les χ -Arietides de juillet (JXA).

7.3.2 Caractériser les pluies de météores

Les pluies de météores sont souvent décrites à l'aide de quatre paramètres : les coordonnées α et δ de leurs radiants, leur vitesse d'entrée V_0 , et la période de l'année (remplaçable avantageusement par la longitude écliptique du Soleil à la date $\lambda_\odot$). On peut s'étonner de voir ramener à quatre paramètres des pluies alors que leurs orbites sont décrites par cinq paramètres.

Il est en effet possible de réduire le nombre de paramètres des orbites des pluies de cinq à quatre en ajoutant une contrainte : ces orbites doivent croiser celle de la Terre. En effet, tous les corps du Système Solaire ne peuvent pas impacter la Terre. La Terre tourne autour du Soleil sur une orbite de faible excentricité ($e_\oplus = 0.0167$) et d'inclinaison nulle (par définition). Pour que l'orbite d'un corps puisse avoir une rencontre proche avec le système Terre-Lune, et donc potentiellement rentrer en collision avec la Terre, il faut que la distance minimale entre son orbite et celle de la Terre soit faible. Cela se produit lorsque le noeud ascendant ou le noeud descendant de l'orbite du corps se trouve sur l'orbite terrestre.

Ainsi, pour une orbite quelconque dont le périhélie et l'aphélie encadrent l'orbite terrestre, il existe deux arguments du périhélie ω_A et ω_D tels que les noeuds respectivement ascendant et descendant se trouvent sur l'orbite terrestre.

En admettant, pour simplifier, que l'orbite terrestre est parfaitement circulaire, l'argument du périhélie d'un objet croisant l'orbite terrestre doit suivre l'égalité 7.20 suivante :

$$\cos(\omega) = \pm \frac{p(1+e) - 1}{e} \quad (7.20)$$

Cette relation nous permet, virtuellement, de décrire l'orbite d'un météoroïde géocroiseur avec seulement quatre paramètres au lieu de cinq.

Bien sur, dans les faits, cette contrainte n'est pas absolue : l'attraction gravitationnelle de la Terre infléchit les trajectoires des corps, si bien qu'un météoroïde n'a pas besoin d'avoir son nœud ascendant ou descendant exactement sur l'orbite terrestre pour percuter celle-ci. Néanmoins, cette contrainte sur les orbites des météoroïdes rencontrant la Terre reste très forte, comme le démontre la figure 7.13.

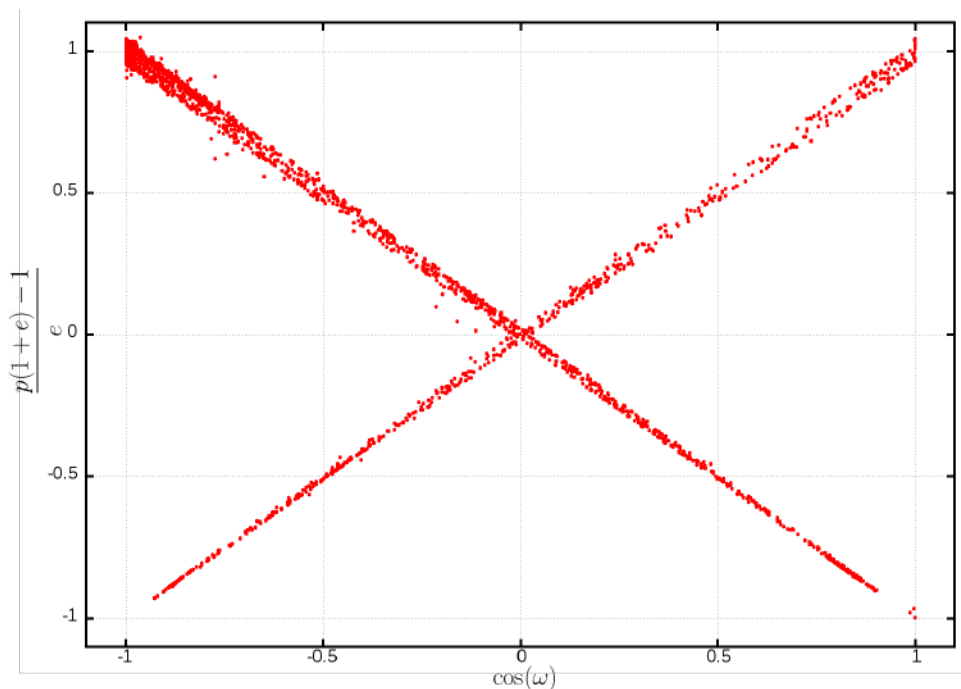


FIGURE 7.13 – Représentation des paramètres orbitaux $\frac{p(1+e)-1}{e}$ en fonction de $\cos(\omega)$ pour les orbites de météoroïdes calculées grâce au réseau *FRIPON*. Les points restent proches des lignes d'équation $y = \pm x$, ce qui montre la force de la contrainte sur les orbites des géocroiseurs décrite par l'équation 7.20.

C'est grâce à cette propriété que l'on peut représenter les pluies de météores avec uniquement quatre paramètres au lieu de cinq sans risque d'ambiguïté.

7.3.3 Pluies observées

Grâce à la méthode décrite dans la section 7.3.1, nous détectons seize pluies connues au sein de notre échantillon de 2822 météores. Ces pluies sont représentées à la figure 7.14.

Comme nous l'avons vu à la section 7.3.2, les orbites des géocroiseurs peuvent être (grossièrement) ramenées à uniquement quatre paramètres. En effet, l'argument du périhélie ω d'un géocroiseur peut être approximé à partir de sa distance au périhélie et de son excentricité. Si cette approximation n'est pas justifiable dans le cas d'orbites bien contraintes, elle le devient lorsque l'on parle d'une famille d'orbites de géocroiseurs, telles que le sont les pluies de météores. Grâce à cette propriété, il est possible de repérer les pluies de météores uniquement à l'aide de quatre paramètres au lieu de cinq. Ainsi, en observant les météores depuis la Terre, il est possible d'identifier les pluies à l'aide des quatre caractéristiques que sont l'ascension droite α et la déclinaison δ du radiant, la vitesse d'entrée V_0 et le moment de l'année (remplaçable

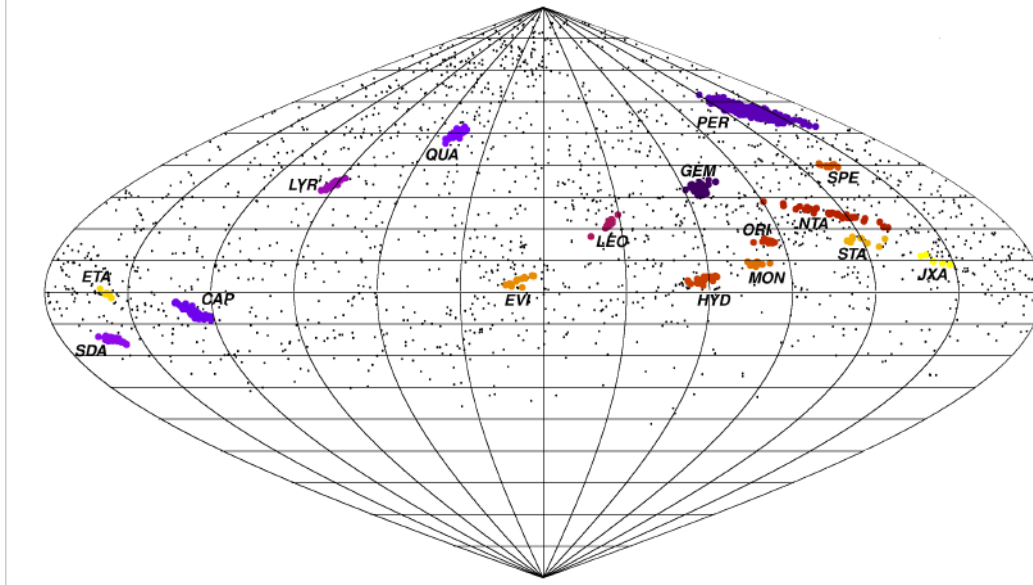


FIGURE 7.14 – Carte des radiants des météores observés par *FRIPON*.
Les pluies de météores sont indiquées en couleurs.

avantageusement par la longitude écliptique du Soleil à la date $\lambda_{\odot}$). Les moyennes de ces caractéristiques obtenues par les observations du réseau *FRIPON*, ainsi que les écarts-types des météores autour de ces moyennes, sont présentés pour chaque pluie dans les tables 7.3, 7.4 et 7.5 ci-dessous. Les estimateurs considérés sont ceux des moindres carrés.

Code	nom	V_0	α	δ	$\lambda_{\odot}$
GEM	Géminides	35.8 ± 0.5	$113.9 \pm 1.5^\circ$	$32.8 \pm 0.6^\circ$	$262.1 \pm 1.1^\circ$
PER	Perséides	60.5 ± 0.8	$45 \pm 6^\circ$	$57.6 \pm 1.5^\circ$	$138 \pm 4^\circ$
CAP	α -Caprionides	25.5 ± 1.1	$307 \pm 3^\circ$	$-6.3 \pm 1.6^\circ$	$167 \pm 5^\circ$
QUA	Quadrantides	42.6 ± 0.6	$228.8 \pm 2.1^\circ$	$50.0 \pm 1.0^\circ$	$283.6 \pm 1.0^\circ$
LYR	Lyrides	48.8 ± 0.6	$271.8 \pm 1.3^\circ$	$33.7 \pm 0.9^\circ$	$32.2 \pm 0.8^\circ$
LEO	Léonides	71.8 ± 0.7	$154.4 \pm 1.8^\circ$	$21.7 \pm 1.1^\circ$	$236.7 \pm 2.8^\circ$
SDA	δ -Aquirides du Sud	42.5 ± 0.7	$340.5 \pm 1.9^\circ$	$-14.8 \pm 0.6^\circ$	$128.2 \pm 2.6^\circ$
ORI	Orionides	67.6 ± 0.7	$95.5 \pm 1.9^\circ$	$16.0 \pm 0.4^\circ$	$209.2 \pm 2.1^\circ$
NTA	Taurides du Nord	29.8 ± 1.7	$66 \pm 10^\circ$	$24.8 \pm 1.8^\circ$	$237 \pm 12^\circ$
MON	Monocérotides	43.2 ± 0.7	$102.0 \pm 2.1^\circ$	$9.0 \pm 0.5^\circ$	$260 \pm 3^\circ$
SPE	ϵ -Perséides de sept,	65.7 ± 0.6	$45.9 \pm 2.2^\circ$	$39.9 \pm 0.4^\circ$	$165.8 \pm 2.0^\circ$
STA	Taurides du Sud	28.1 ± 1.1	$60 \pm 5^\circ$	$16.4 \pm 0.9^\circ$	$234 \pm 6^\circ$
ETA	η -Aquirides	67.0 ± 0.6	$337.8 \pm 1.4^\circ$	$-0.4 \pm 0.9^\circ$	$46.0 \pm 2.2^\circ$
HYD	σ -Hydrides	60.4 ± 0.9	$122.0 \pm 2.5^\circ$	$4.0 \pm 0.8^\circ$	$252.6 \pm 3.0^\circ$
EVI	η -Virginides	30.3 ± 0.7	$188.1 \pm 3.2^\circ$	$3.8 \pm 1.3^\circ$	$358.5 \pm 3.2^\circ$
JXA	χ -Arietides de juil.	70.4 ± 0.1	$36.5 \pm 3.3^\circ$	$10.2 \pm 1.2^\circ$	$115 \pm 5^\circ$

TABLE 7.3 – Caractéristiques des pluies de météores observées par le réseau *FRIPON* sur la période de décembre 2016 à décembre 2019.

Code	p	e	i	Ω	ω
GEM	0.144 ± 0.005	0.891 ± 0.006	$23.0 \pm 1.1^\circ$	$262.1 \pm 1.1^\circ$	$324.4 \pm 0.8^\circ$
PER	0.95 ± 0.01	0.97 ± 0.05	$113.0 \pm 1.8^\circ$	$138 \pm 4^\circ$	151.7 ± 3.0
CAP	0.58 ± 0.04	0.776 ± 0.016	$7.4 \pm 0.6^\circ$	$127 \pm 5^\circ$	$269 \pm 5^\circ$
QUA	0.980 ± 0.003	0.66 ± 0.03	$71.6 \pm 1.0^\circ$	$283.6 \pm 1.0^\circ$	$172.8 \pm 3.1^\circ$
LYR	0.922 ± 0.004	0.997 ± 0.033	$80.1 \pm 1.3^\circ$	$32.2 \pm 0.8^\circ$	$213.4 \pm 1.1^\circ$
LEO	0.985 ± 0.002	0.91 ± 0.06	$162.3 \pm 0.9^\circ$	$236.7 \pm 2.8^\circ$	$174.2 \pm 3.0^\circ$
SDA	0.081 ± 0.012	0.973 ± 0.005	$26.1 \pm 2.1^\circ$	$308.2 \pm 2.6^\circ$	$150.0 \pm 2.3^\circ$
ORI	0.567 ± 0.021	0.97 ± 0.03	$163.9 \pm 0.8^\circ$	$29.2 \pm 2.1^\circ$	$82.9 \pm 3.1^\circ$
NTA	0.38 ± 0.06	0.824 ± 0.028	$2.69 \pm 0.34^\circ$	$237 \pm 12^\circ$	$290 \pm 7^\circ$
MON	0.188 ± 0.012	0.990 ± 0.006	$34.9 \pm 1.9^\circ$	$80.1 \pm 3.0^\circ$	$128.8 \pm 1.8^\circ$
SPE	0.732 ± 0.011	0.986 ± 0.038	$138.3 \pm 0.7^\circ$	$165.8 \pm 2.0^\circ$	$243.3 \pm 1.8^\circ$
STA	0.444 ± 0.045	0.798 ± 0.017	$5.5 \pm 0.6^\circ$	$54 \pm 6^\circ$	$104 \pm 5^\circ$
ETA	0.585 ± 0.027	0.954 ± 0.024	$163.6 \pm 0.7^\circ$	$46.0 \pm 2.2^\circ$	$98.0 \pm 3.6^\circ$
HYD	0.256 ± 0.021	0.995 ± 0.015	$129.8 \pm 2.4^\circ$	$72.6 \pm 3.0^\circ$	$119.0 \pm 3.1^\circ$
EVI	0.419 ± 0.027	0.834 ± 0.012	$5.4 \pm 0.8^\circ$	$358.6 \pm 3.2^\circ$	$285.9 \pm 3.1^\circ$
JXA	0.879 ± 0.028	0.956 ± 0.034	$172.1 \pm 0.8^\circ$	$295 \pm 5^\circ$	$317 \pm 4^\circ$

TABLE 7.4 – Caractéristiques orbitales des pluies de météores observés par le réseau *FRIPON* sur la période allant de décembre 2016 à décembre 2019,

Code	total	2016	2017	2018	2019
GEM	329	86	42	82	119
PER	462	—	134	174	154
CAP	38	—	4	19	15
QUA	37	—	9	—	28
LYR	27	—	13	8	6
LEO	29	—	12	16	1
SDA	37	—	9	20	8
ORI	15	—	8	7	0
NTA	33	2	11	11	9
MON	11	3	2	4	2
SPE	11	—	3	5	3
STA	9	—	1	6	2
ETA	5	—	1	2	3
HYD	24	6	1	8	9
EVI	12	—	7	4	1
JXA	5	—	2	3	0

TABLE 7.5 – Nombre de météores observés pour les différentes pluies, par année. Les colonnes non renseignées correspondent à des pluies tombant en dehors de la période d'observation s'étalant de décembre 2016 à décembre 2019. Les Quadrantides (QUA) n'ont pas été observées en 2018 à cause d'une panne sur le réseau durant la première moitié du mois de janvier.

L'absence d'observations des Quadrantides (QUA) 2018 provient d'une panne du réseau *FRIPON* durant les deux premières semaines de l'année 2018. De même, l'observation d'un unique météore de la pluie des Taurides du Nord (NTA) en 2016, contre sept et onze les années suivantes, provient du fait que la période d'observation étudiée ici ne débute qu'en décembre 2016, soit à la toute fin de la période d'activité de cette

pluie. De manière générale, l'évolution du nombre de météores observés par pluie au cours des années est difficile à interpréter, le réseau *FRIPON* ayant grandi, à la fois en nombre de caméras fonctionnelles et de superficie, durant cette période. D'autre part, la météo joue elle aussi un rôle important dans le nombre de météores observés, notamment pour les pluies très courtes et donc très sensibles à la couverture nuageuse d'une nuit particulière de l'année, à la manière des Geminides (GEM).

Pluie des η -Virginides

L'activité de la pluie des η -Virginides change drastiquement d'une année à l'autre. De cette pluie, nous avons observé sept météores en 2017, quatre en 2018 et plus qu'un seul en 2019. Ceci s'explique par le fait que la population de météoroïdes et de poussières à l'origine de cette pluie, relativement jeune, est loin d'être répartie uniformément le long de son orbite. De là une grande variabilité de l'activité de cette pluie. Un sursaut d'activité avait déjà été observé en 2013 par JENNISKENS et al., 2016b.

Avec une moyenne et un écart-type de leur demi-grand axe de 2.52 ± 0.10 unités astronomiques, les météoroïdes de cette pluie se trouvent sur une orbite proche de la résonance 1 :4 avec la Terre ($a_{\oplus 1:4} = 2.520$), ainsi que de la résonance 3 :1 avec Jupiter ($a_{J 3:1} = 2.501$). D'où l'existence d'une périodicité de quatre ans des sursauts d'activité de cette pluie, déjà détaillés par SHIBA, 2018. Nous pouvons donc prévoir que nous devrions observer un nouveau sursaut d'activité en 2021.

Nous avons représenté à la figure 7.15 les positions par rapport à Jupiter des derniers apogées des météoroïdes avant leur collision avec la Terre. Il sera intéressant de poursuivre ce graphe dans les prochaines années afin de comprendre plus en détail comment Jupiter structure cette pluie.

7.4 Caractéristiques des météores sporadiques

7.4.1 Sources de météores sporadiques

Sur les 2822 météores observés par *FRIPON* entre le premier décembre 2016 et le premier janvier 2020, 1738, environ 62%, ne peuvent être associés à aucune pluie de météores. Ce sont les météores sporadiques.

Si les radiants de ces météores semblent se répartir à peu près uniformément sur la sphère céleste inertielle (voir figure 7.4), ce n'est plus le cas lorsqu'on se place dans un référentiel lié au couple Terre-Soleil, c'est-à-dire dans un référentiel dans lequel le Soleil reste fixe. La carte 7.16 des radiants dans ce référentiel présente des structures connues. La plus visible d'entre elles est la source antihelion, à l'opposé de la position du Soleil. Cette source est constituée de météoroïdes de faible inclinaison, croisant la Terre avec une vitesse relative faible, ils sont liés à la population des astéroïdes.

Les autres sources observables sont les sources apex Nord et Sud, ainsi que la source toroïdale Nord. Situés à une longitude de 90° par rapport au Soleil, ces météores rétrogrades frappent la Terre "de face" avec une vitesse relative élevée. Seuls ces météoroïdes peuvent atteindre la vitesse de collision maximale entre un impacteur non interstellaire et la Terre, à savoir 72 km/s. Malheureusement, la base de données des météores observés par *FRIPON* n'est pas encore assez étoffée pour pouvoir distinguer ces trois sources les une des autres. Leur origine est cométaire.

Les deux dernières principales sources de météores sporadiques, la source hélion et la source toroïdale Sud sont quant à elles absentes de nos données. La première car les météores dont le radiant est proche du Soleil sont principalement observables de jour

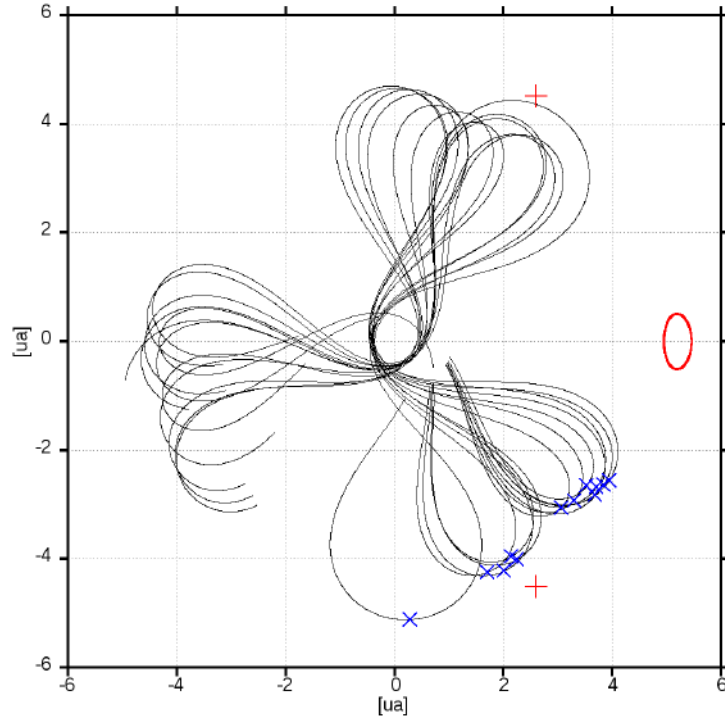


FIGURE 7.15 – Orbits des douze météores appartenant aux η -Virginides repérées par *FRIPON*. Ces orbites sont représentées dans le plan de l'écliptique, dans un référentiel tournant selon le mouvement moyen de la planète Jupiter. L'orbite de celle-ci est représentée en rouge. Les croix rouges indiquent les positions des points de Lagrange L2 et L4 de Jupiter, tandis que les croix bleues indiquent les positions des derniers apogées des météoroïdes avant leur rencontre avec la Terre. On y distingue clairement trois groupes correspondant aux trois années d'observation, de gauche à droite 2019, 2018 et 2017.

tandis que les caméras du réseau *FRIPON* n'observent que de nuit, la seconde car elle est uniquement visible depuis l'hémisphère austral (CAMPBELL-BROWN, 2008).

Les vitesses d'entrée des aéroïdes sont fortement corrélées à la source dont ils proviennent. Ainsi, la séparation entre la source anti-hélium et les sources apex et toroïdales est clairement visible sur l'histogramme des vitesses d'entrée (figure 7.17) par un manque de météores présentant des vitesses d'entrée entre 50 et 55 km/s, c'est-à-dire les météores qui auraient dû faire le pont entre la source anti-hélium et la source apex. L'absence de ces météores est due à la répartition des petits corps dans le Système Solaire, comme nous le verrons dans la prochaine section.

7.4.2 Probabilité de chute des météoroïdes

La répartition orbitale des météoroïdes sporadiques frappant la Terre est contrainte par deux choses. Premièrement, par la probabilité, suivant son orbite, qu'un objet entre en collision avec la Terre ; et deuxièmement par la quantité d'objets peuplant lesdites orbites. La quantité de météoroïdes impactant la Terre depuis une même orbite durant une période de temps T est reliée au nombre d'objets sur cette orbite par l'équation :

$$N_{obs}(a, e, i, \omega, \Omega) = \mathcal{E} N_{\mathcal{O}}(a, e, i, \omega, \Omega) P_{coll}(a, e, i, \omega, \Omega) \frac{T}{T_p(a)} \quad (7.21)$$

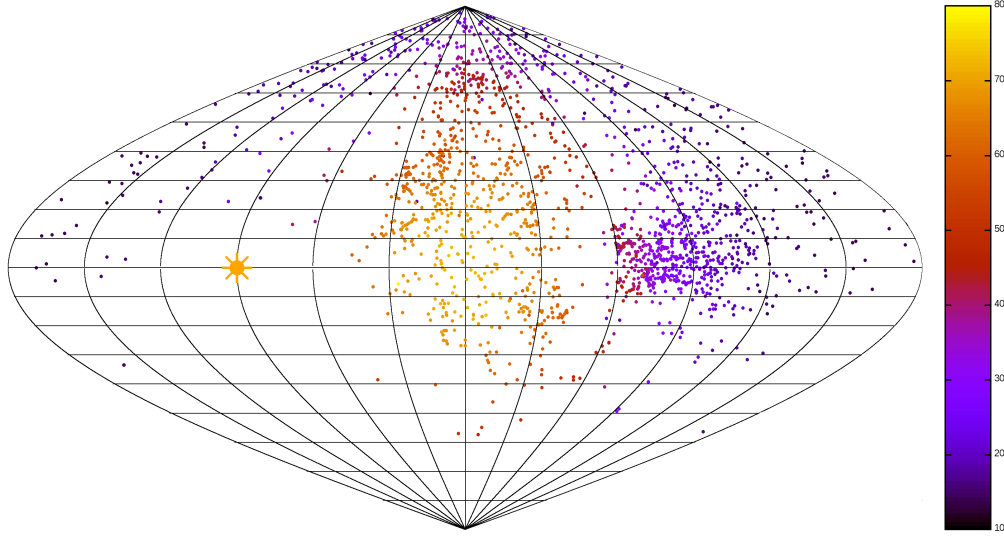


FIGURE 7.16 – Longitude et latitude écliptique des radiants des météores sporadiques observés par *FRIPON*. On a soustrait à chacune la longitude écliptique du Soleil à la date de la chute. Celui-ci est donc fixe dans ce référentiel. L'échelle de couleurs indique la vitesse d'entrée dans l'atmosphère des météores (estimateur des moindres carrés).

où $N_O(a, e, i, \omega, \Omega)$ est le nombre d'objets peuplant cette orbite et $P_{coll}(a, e, i, \omega, \Omega)$ la probabilité pour un objet sur cette orbite de frapper la Terre durant une de ses périodes orbitales $T_p(a)$ en considérant la date du passage au périhélie τ comme une variable stochastique de probabilité uniforme. Le coefficient $\mathcal{E}$ sert à décrire l'efficacité du système d'observation. Ce coefficient dépend de la superficie couverte par le réseau d'observation, de sa sensibilité, des conditions météorologiques, et caetera.

Une approximation de la probabilité $P_{coll}(a, e, i, \omega, \Omega)$ ne dépendant que des trois paramètres orbitaux a, e et i est décrite pour la première fois par OPIK, 1951 :

$$P_{coll}(a, e, i) = \frac{1}{\pi \sin(i)} \left(\frac{R_{coll}}{a_{\oplus}} \right)^2 \frac{U}{V_{\oplus}} \left(2 - \frac{a_{\oplus}}{a} - \frac{a}{a_{\oplus}} (1 - e^2) \right)^{-1/2} \quad (7.22)$$

avec

$$R_{coll} = R_{\oplus} \sqrt{1 + \frac{V_e^2}{U^2}}$$

$$U = V_{\oplus} \sqrt{3 - T_{\oplus}}$$

et $T_{\oplus}$ le paramètre de Tisserand par rapport à la Terre (TISSERAND, 1896) :

$$T_{\oplus} = \frac{a_{\oplus}}{a} + 2 \cos(i) \sqrt{\frac{a}{a_{\oplus}} (1 - e^2)} \quad (7.23)$$

où $a_{\oplus}$, $R_{\oplus}$ et $V_{\oplus}$ sont, respectivement, le demi-grand axe, le rayon et la vitesse orbitale de la Terre. V_e est la vitesse d'échappement depuis la surface terrestre.

Cette solution analytique s'obtient en négligeant la variation de distance entre la Terre et le Soleil, considérant que celle-ci est fixe. Cette dernière hypothèse nous est particulièrement utile car elle introduit la symétrie axiale autour de l'axe de révolution de la Terre. Elle nous évite ainsi d'avoir à nous poser la question de la probabilité de détection en fonction de la longitude du noeud ascendant Ω du météoroïde, et donc en fonction de la période de l'année (un impact avec la Terre ayant lieu aux environs

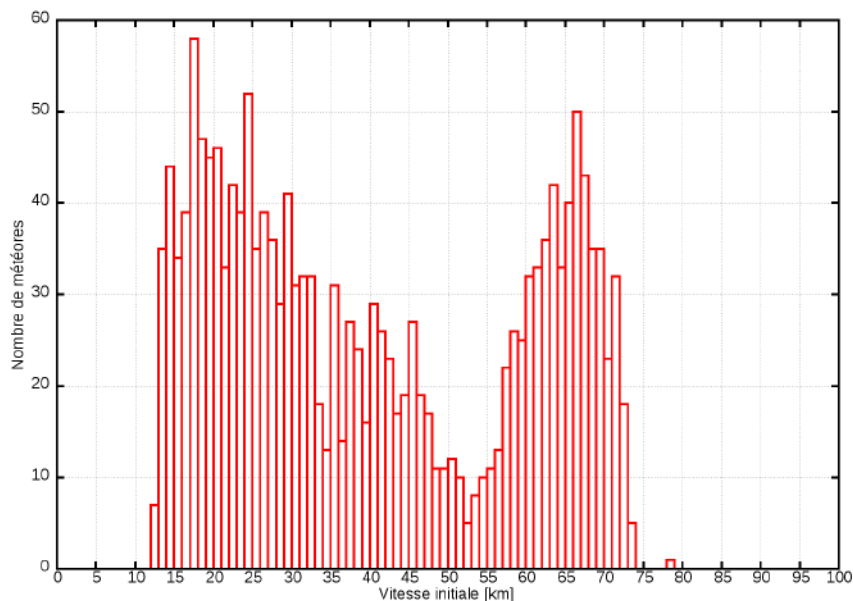


FIGURE 7.17 – Histogramme des vitesses initiales (estimateur des moindres carrés) des météores sporadiques.

des noeuds ascendants ou descendants des orbites). La probabilité de détection en fonction de la date dépend à la fois de l'état du réseau *FRIPON*, de la couverture nuageuse et de la durée de la nuit à la date considérée. Il est donc particulièrement difficile de la contraindre, aussi nous préférons l'écarter par cette approximation.

L'argument du périhélie ω est, quant à lui, considéré comme une variable stochastique de probabilité uniforme sur $[0 : 2\pi]$.

Par ailleurs, cette solution présente quelques limites. On peut signaler des singularités lorsque l'inclinaison du météoroïde tend vers zéro, ou bien lorsque sa distance au périhélie tend vers une unité astronomique. Dans ces cas, la probabilité P_{coll} telle qu'elle est décrite par l'équation 7.22 tend vers l'infini. Notons qu'il est possible de contourner tout ces défauts en optant pour une solution calculée numériquement, comme le démontre RICKMAN et al., 2014.

Toutefois, comme nous ne disposons que de 1486 orbites de météores sporadiques, ce qui est bien trop peu pour réaliser une étude quantitative de la quantité d'objets par orbite $N_{\mathcal{O}}(a, e, i)$, nous nous contenterons de la formule 7.22 de OPIK, 1951. Elle nous servira, qualitativement, à faire la différence entre d'un côté les structures correspondant à de réelles sur (ou sous) densités de la population de météoroïdes, et de l'autre les structures dues à l'augmentation ou à la diminution de la probabilité de collision.

D'après les équations 7.21 et 7.22, le nombre de météoroïdes observés sur une certaine famille d'orbites décrite par les paramètres a, e, i pendant une certaine période de temps doit être proportionnel au nombre de météoroïdes présents sur cette famille d'orbites multiplié par le rapport entre la probabilité de collision avec la Terre durant une révolution $P_{coll}(a, e, i)$ et ladite période de révolution $T_p(a) \propto a^{1.5}$. Ce ratio correspond à la proportion des objets sur ces orbites impactant la Terre chaque année. Nous avons tracé le logarithme décimal de ce rapport (pour une distance au périhélie arbitrairement fixée à 0.9 ua) à la figure 7.18.

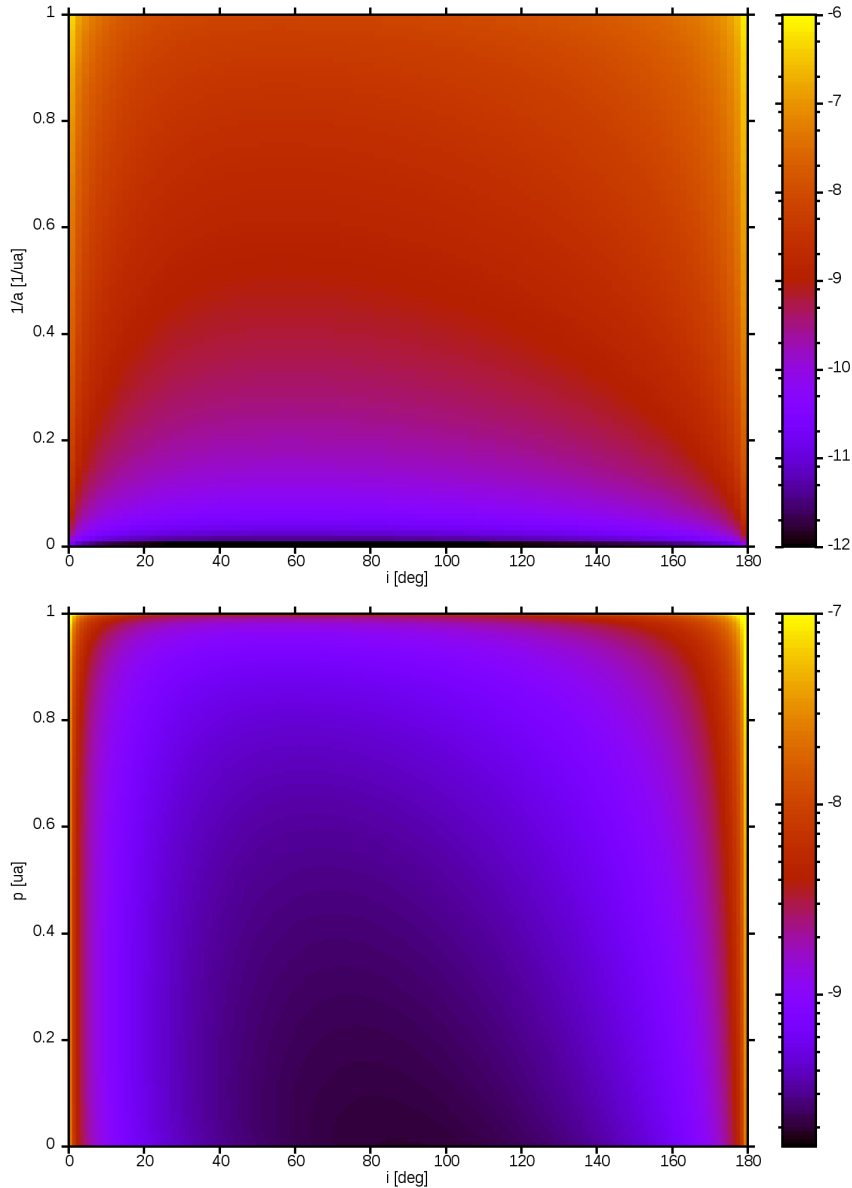


FIGURE 7.18 – Logarithme décimal du rapport entre la probabilité de collision par révolution $P_{coll}(a, e, i)$ (voir l'équation 7.22) et la période de révolution (exprimée en année). Ce rapport indique, pour une orbite particulière, la proportion de météoroïdes peuplant cette orbite qui impactent la Terre chaque année. Pour le graphe du haut, ce ratio est ici exprimé en fonction de l'inclinaison i et de l'inverse du demi-grand axe $1/a$, la distance au périhélie est fixé à 0.9 unité astronomique. Pour le graphe du bas, ce ratio est exprimé en fonction de l'inclinaison i et de la distance du périhélie p , le demi-grand axe étant alors arbitrairement fixé à 2.5 unités astronomiques.

7.4.3 Les populations de météoroïdes

Nous pouvons discerner deux populations de météores sporadiques distinctes, grâce aux vitesses d'entrée (voir la figure 7.17) et aux positions des radiants par rapport au Soleil (voir la figure 7.16). Aussi, nous nous attendons à pouvoir discerner au moins deux populations de météoroïdes aux orbites distinctes.

Ces deux groupes de météoroïdes existent effectivement, et une manière simple

de les différencier est d'étudier leur répartition selon leurs demi-grands axes et leurs inclinaisons. Comme l'excentricité des météoroïdes est très souvent proche de 1 (en particulier pour les météores les plus rapide), nous étudierons non pas directement le demi-grand axe (qui tend vers l'infini lorsque l'excentricité tend vers 1) mais son inverse $1/a$. Cet inverse s'exprime comme une fonction linéaire de l'excentricité, ce qui nous évite toute singularité pour les excentricités égale à l'unité. Par ailleurs, l'inverse du demi-grand axe est directement proportionnel à l'énergie mécanique E_m d'une masse ponctuelle dans le puits de potentiel de l'attraction solaire :

$$\frac{1}{a} = \frac{1 - e}{p} = -\frac{2E_m}{GM_\odot} \quad (7.24)$$

De plus, l'excentricité et le périhélie étant définis pour toutes les orbites, cette définition de l'inverse du demi-grand axe peut être étendue aux objets avec des orbites hyperboliques et n'ayant pas, à proprement parler, de demi-grand axe.

En comptant le nombre de météoroïdes observés par inverse du demi-grand axe et inclinaison (voir la figure 7.19), nous pouvons effectivement discerner deux populations distinctes. Une première de faible inclinaison et de demi-grand axe inférieur à 5.2 unités astronomiques (le demi-grand axe de la planète Jupiter), et une seconde de forte inclinaison et demi-grand axe supérieur à 5.2 unités astronomiques. Nous pouvons relier la première population à la ceinture principale d'astéroïdes, et la seconde aux centaures et aux transneptuniens.

En comparant la figure 7.19 à la figure 7.18, nous constatons que ces deux populations observées ne peuvent s'expliquer par les différences de probabilité de collision avec la Terre. La proportion d'objets impactant la Terre par an diminuant fortement avec le demi-grand axe (les météoroïdes de fort demi-grand axe passant le plus clair de leur temps loin du centre du Système Solaire), le grand nombre de météoroïdes de ce type observés implique que ces orbites sont fortement peuplées.

De même, la relativement faible proportion de météores de grand demi-grand axe et de faible inclinaison, alors que la probabilité de collision augmente comme l'inverse du sinus de l'inclinaison, implique que le dépeuplement de ces orbites est une réalité, et non pas un artefact. Ce dépeuplement est imputable à la présence des planètes géantes qui, dans le plan de l'écliptique, nettoient ces orbites.

À l'inverse, les objets de demi-grand axe inférieur à cinq unités astronomiques observés sont de faible inclinaison. Cela correspond aux caractéristiques attendues pour des objets issus de la ceinture principale d'astéroïdes.



Il est intéressant de comparer l'histogramme des météoroïdes observés par *FRI-PON* avec celui des géocroiseurs connus. Nous avons représenté à la figure 7.19 l'histogramme, toujours par inclinaison et inverse du demi-grand axe, des astéroïdes connus dont l'orbite passe à moins de 0.01 unité astronomique de l'orbite terrestre, 0.01 étant le rayon de la sphère de Hill de la Terre. À la vue de ces deux répartitions, il est évident que ces deux champs de recherche, à savoir l'observation directe d'astéroïdes et l'observation des météores, n'ont pas pour objet les mêmes populations de corps.

Ainsi, les corps de faible demi-grand axe, de par leur proximité avec la Terre, sont bien plus efficacement observés par méthode directe, si bien qu'on en connaît un grand nombre. À l'inverse, les géocroiseurs à très longue période sont quasiment exclus du champ de l'observation directe, à cause de la grande difficulté de les observer. Pourtant, cette population existe bel et bien, comme le démontrent les observations des météores. De fait, le champ de recherche des météores est indispensable à la compréhension de

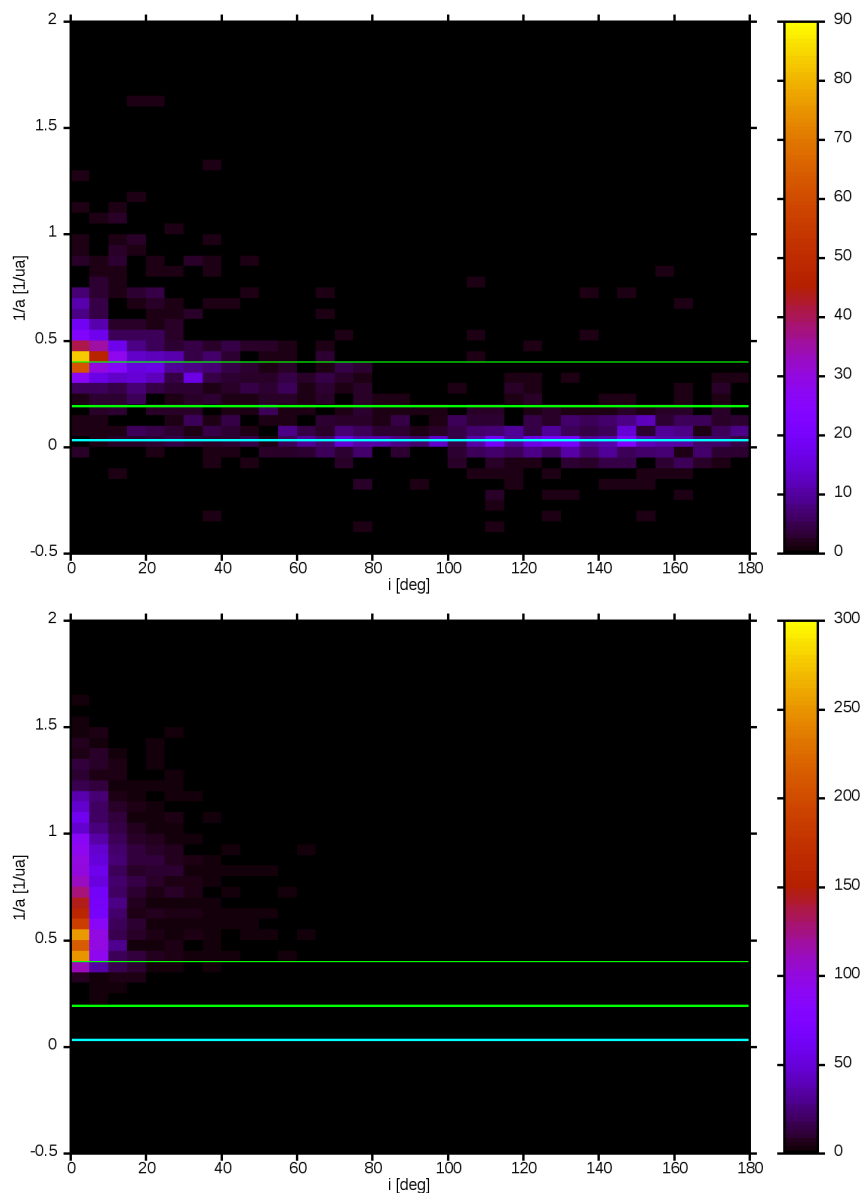


FIGURE 7.19 – Nombre de météoroïdes observés par *FRIPON* (graphe du haut) et d'astéroïdes géocroiseurs (graphe du bas) par inclinaison i et par inverse de demi-grand axe $1/a$. La ligne verte épaisse indique le demi-grand axe de Jupiter, tandis la ligne verte fine indique la résonance 1 :3 avec cette dernière. La ligne cyan indique le demi-grand axe de la planète Neptune. Les astéroïdes géocroiseurs représentés ici sont les astéroïdes connus dont l'orbite passe à moins de 0.01 unité astronomique de l'orbite de la Terre, 0.01 unité astronomique étant le rayon de la sphère de Hill de la Terre.

la structure du Système solaire et son histoire, les météores étant la quasi unique trace observable de certaines populations d'objets du Système solaire.

7.4.4 Cas des météores interstellaires

Les poussières interstellaires sont connues depuis plusieurs années, essentiellement grâce aux sondes spatiales *Ulysse* et *Gallileo*. Les données récoltées par ces sondes

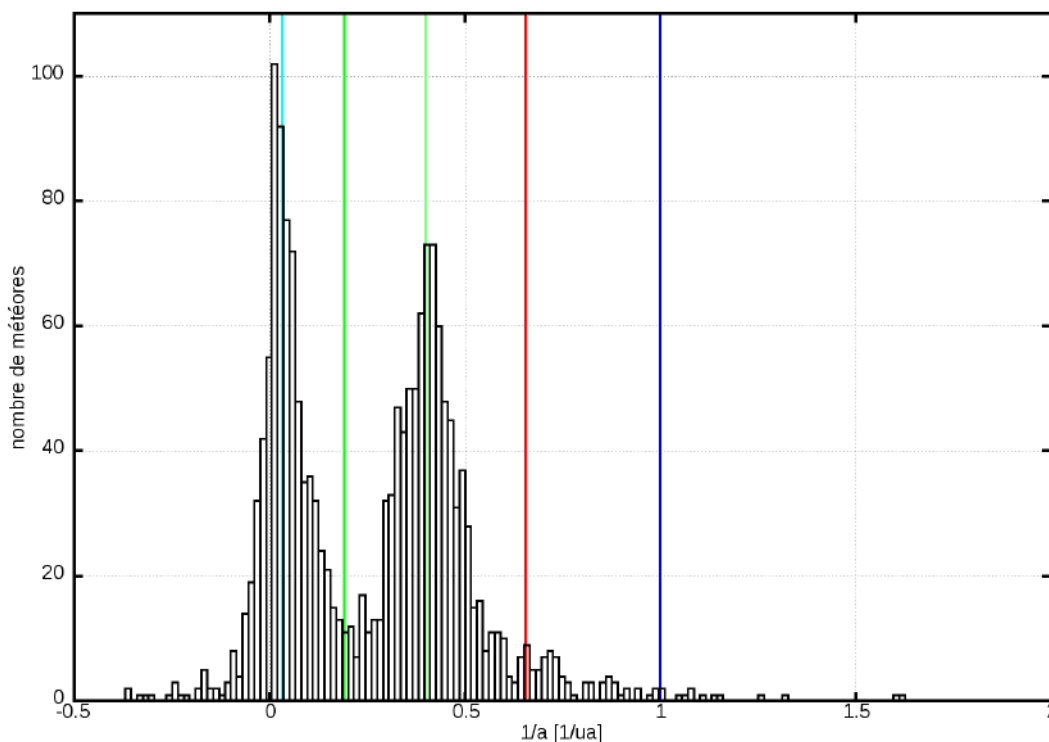


FIGURE 7.20 – Histogramme des inverses des demi-grands axes (estimateurs des moindres carrés) des météores sporadiques observés par *FRIPON*. Les lignes en bleu, rouge, vert et cyan signalent, respectivement, les demi-grands axes de la Terre, Mars, Jupiter et Neptune. La ligne verte fine indique la résonance 3 : 1 avec Jupiter.

ont permis de prouver l'existence d'un flux de particules micrométriques interstellaires (*ISD*, interStellar Dust) interceptant le Système solaire avec une vitesse relative d'environ 26 km/s (MANN, 2010).

À ces poussières s'ajoutent les observations récentes de corps interstellaires tels que 1I/'Oumuamua en 2017 (MAMAJEK, 2017) et très récemment de 2I/Borisov en août 2019. Depuis ces découvertes, nous avons non seulement la preuve de l'existence des poussières interstellaires micrométriques, mais également celle d'objets beaucoup plus massifs, avec des dimensions de l'ordre du kilomètre. Par conséquent, il est logique de supputer de l'existence de corps de taille intermédiaire : les météoroïdes interstellaires.

Ces objets, à la manière des petits corps du Système solaire de même taille, trop petits pour les observations directes avec des télescopes et trop rares pour des observations in situ par des sondes, ne peuvent être observés quasiment que grâce aux météores qu'ils génèrent en frappant l'atmosphère terrestre. Savoir discriminer un météore d'origine interstellaire d'un autre est donc une question qui se pose avec plus de force que jamais.

Sur 1738 météores sporadiques, nous avons observé en tout et pour tout 181 météoroïdes dont l'estimateur de l'excentricité $\widehat{e}_{\chi^2}$ est supérieur à l'unité, soit 10.4%. Seulement, comme nous l'avons vu à la section 7.2.3, les estimateurs des moindres carrés des vitesses des aérolithes, et donc des excentricités des météoroïdes, sont souvent biaisés. En particulier, ces estimateurs sont surestimés dans les cas des météores courts et rapides que nous avons étudiés aux sections 6.1.5 et 6.2.3, or ce sont justement ces météores qui peuvent prétendre au statut de météore interstellaire. De plus, des corps provenant du Système solaire peuvent se retrouver propulsés sur des orbites

hyperboliques. C'est le cas, par exemple, de la comète *C/1980 E1* qui, suite à une rencontre proche avec Jupiter en 1980, se trouve aujourd'hui sur une orbite hyperbolique d'excentricité 1.057 et un demi-grand axe inverse de -0.017 ua^{-1} (BRANHAM, 2013). Nous pouvons donc nous attendre à ce que, en réalité, un grand nombre de météores dont l'estimateur des moindres carrés de l'excentricité $\widehat{e_{\chi^2}}$ est supérieur à l'unité proviennent en réalité de zones lointaines du Système Solaire, telle que la ceinture de Kuiper ou le nuage de Oort, et non pas du milieu interstellaire. Soit que leurs excentricités sont surestimées, soit que ce sont des objets du Système solaire en cours d'éjection vers le milieu interstellaire. En effet, comme le montre la table 7.6, les objets d'origine interstellaire ont un demi-grand axe inverse extrêmement bas, de moins de -0.76 ua^{-1} pour les poussières interstellaires. Cela signifie que ces objets sont très fortement non-liés au Système solaire (l'inverse du demi-grand axe étant proportionnel à l'énergie). À l'inverse, les corps en cours d'éjection du Système Solaire, comme la comète *C/1980 E1*, ont un demi-grand axe inverse proche de zéro, signe de leur origine interne au Système Solaire. C'est également le cas pour les météores potentiellement interstellaire observés par *FRIPON*, comme le montre la figure 7.20. La quasi-absence, parmi les météoroïdes observés par *FRIPON*, d'objets ayant un demi-grand axe inverse aussi bas que ceux des objets interstellaires connus ne plaide pas en faveur de la présence de météoroïdes d'origine réellement interstellaire au sein de notre échantillon.

	a^{-1}	lon	lat
C/1980 E1	-0.017 ua^{-1}	-	-
ISD	-0.76 ua^{-1}	259°	8°
1I/'Oumuamua	-0.775 ua^{-1}	$285^\circ 33'$	$57^\circ 4'$
2I/Borissov	-1.17 ua^{-1}	$54^\circ 25'$	$42^\circ 53'$

TABLE 7.6 – Inverse du demi-grand axe, ainsi que la longitude et la latitude éclipique de la provenance d'objets interstellaires connus.

Considérons l'estimateur $\widehat{e_{A=0}}$, c'est-à-dire l'excentricité calculée en utilisant la vitesse $\widehat{V_{0A=0}}$, l'estimateur de la vitesse obtenu en considérant que le freinage est nul (voir l'équation 7.7) comme vitesse initiale. Ce nouvel estimateur $\widehat{e_{A=0}}$ est sous-estimé, à la manière de l'estimateur $\widehat{V_{0A=0}}$. Par ailleurs, il tend à être non biaisé lorsque l'incertitude sur le paramètre de freinage devient grande, ce qui est le cas des météores les plus rapides, dont le freinage n'est plus perceptible. Cet estimateur est supérieur à l'unité pour seulement 71 météores. La comparaison entre ces deux estimateurs est présentée à la figure 7.21. On y constate que, pour la grande majorité des météores d'excentricité proche de un, la distance de A à zéro $\widehat{A_{\chi^2}}/\sigma_A$ est effectivement faible, ce qui justifie de privilégier l'estimateur $\widehat{e_{A=0}}$ à $\widehat{e_{\chi^2}}$, comme nous l'avons vu à la section 7.2.3.

À cause de la surestimation systématique de l'estimateur $\widehat{e_{\chi^2}}$, nous ne pouvons pas conclure qu'une partie des météoroïdes d'excentricité $\widehat{e_{\chi^2}}$ légèrement supérieure à 1 seraient interstellaires. Seuls les météores dont l'estimateur de l'excentricité $\widehat{e_{\chi^2}}$ est très supérieur à 1 forment des candidats sérieux au statut de météore interstellaire.

Nous avons étudié plus particulièrement les météores pour lesquels cet estimateur est supérieur à l'unité de plus de trois fois son écart-type. Ces météores sont au nombre de onze sur les 181 dont l'estimateur $\widehat{e_{\chi^2}}$ est supérieur à l'unité, ce qui ne représente plus que 0.6% des 1738 météores sporadiques de notre échantillon. Pour comparaison, si la distribution de ces estimateurs suivait une loi normale autour de 1, il n'y aurait, en moyenne, que deux à trois météores sur 1738 à plus de trois sigma de l'unité.

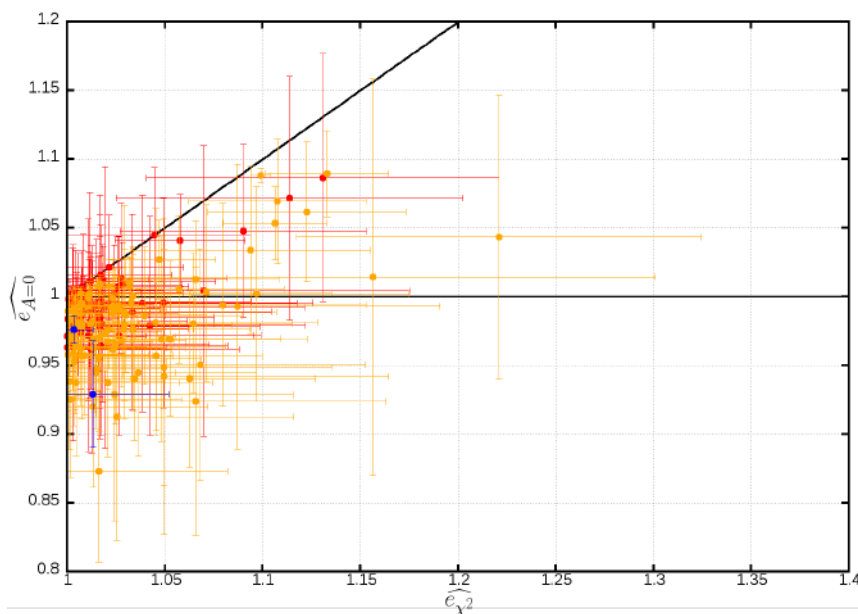


FIGURE 7.21 – Comparaison des deux estimateurs $\widehat{e}_{\chi^2}$ et $\widehat{e}_{A=0}$ de l'excentricité. Les droites noires sont les droites d'équation $\widehat{e}_{A=0} = 1$ et $\widehat{e}_{A=0} = \widehat{e}_{\chi^2}$. Pour plus de lisibilité, nous n'avons représenté que les météores vus par au moins trois caméras distinctes. Les couleurs indiquent le rapport de $\widehat{A}_{\chi^2}$ sur σ_A . Ce rapport est compris entre zéro et un pour les points rouges, entre un et deux pour les points oranges et enfin entre deux et trois pour les points bleus.

Ces onze météores ont tous des données de faible qualité. Un seul a été observé par trois caméras, et ces trois-ci forment entre elles et l'axe de la trajectoire du météore un angle très faible rendant la triangulation dégénérée. L'algorithme servant à déterminer les écarts-types des estimateurs de la trajectoire ne gère pas correctement ce type de cas de figure, sous-estimant alors les écarts-types. C'est la raison pour laquelle nous retrouvons ce type de météores ici : par propagation, l'écart-type de l'excentricité devient lui-même sous-évalué. À l'avenir, ce genre de faux positifs pourra facilement être évité à l'aide d'une mise à jour des algorithmes de *FRIPON* afin que ceux-ci gèrent mieux ce type de cas.

Les dix autres météores n'ont été observés que par deux caméras, ce qui signifie que les grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques ne sont pas vérifiables à posteriori (voir la section 5.2.3), et donc que ces résultats ne peuvent pas être considérés avec une confiance aveugle. Parmi ces dix météores, six ont été observés par deux caméras formant un angle faible avec l'axe de la trajectoire, comme pour le cas décrit ci-dessus. Quatre autres ont été observés de très loin, et vus très bas sur l'horizon, ce qui est une autre situation où les écarts-types des estimateurs de la trajectoire peuvent être grandement sous-estimés.

Ainsi, telles les photos du monstre du Loch Ness, nos images de météores interstellaires sont floues. Sur 1486 météores sporadiques observés, aucun ne peut clairement être identifié comme interstellaire.



FIGURE 7.22 – Rare image d'un météore d'origine interstellaire.

7.5 Récupération d'une météorite fraîche

Le premier janvier 2020, à 18 :26 :54 UTC, un aérolithe particulièrement lent et massif a traversé le ciel Italien. L'équipe *PRISMA*, la branche italienne du réseau *FRI-PON* a lancé un appel à la population dès le 2 janvier. Le 4 un promeneur retrouvait deux fragments le long d'un chemin. L'un de 52.2 grammes (voir figure 7.23) et l'autre de 3.1 grammes, pour un total de 55.3 grammes. Ces deux fragments se sont, selon toute vraisemblance, séparés en touchant le sol (ils s'emboîtent parfaitement et leur surface commune ne présente pas de signe d'ablation). Une autre face du fragment principal ne présente pas de signe d'ablation, signe de l'existence d'autres éclats. Ceux-ci n'ont cependant pas été retrouvés. Ils peuvent avoir sombré dans l'épaisse couche de boue recouvrant le terrain à côté du chemin.

Cette météorite est une chondrite ordinaire de type LL (Low iron, Low metal) et de densité 3320 kg/m^3 (CONSOLMAGNO et BRITT, 1998). Nous allons parler dans la présente section de cette météorite et du météore dont elle provient.

FIGURE 7.23 – Météorite du 1^{er} janvier retrouvée en Italie.

V_0	12.117 ± 0.068 km/s
A	25.1 ± 3.7 cm ² /kg
B	0.492 ± 0.094 cm ² /MJ
$M_0 = \frac{c_d^3 F^3}{A^3 \rho^2}$	10.1 ± 4.5 kg
$\mathcal{V}^{1/3} = \frac{c_d F}{A \rho}$	14.5 ± 2.2 cm
$Q = A/B$	51 ± 17 MJ/kg

TABLE 7.7 – Caractéristique de l'aérolithe du premier janvier 2020 ayant produit une météorite. Les trois premières grandeurs, V_0 , A et B sont déterminées par réduction des moindres carrés modifiés. La masse initiale M_0 , la racine cubique du volume $\mathcal{V}$ (c'est à dire une taille caractéristique) et l'enthalpie Q sont déduites de ces trois premiers paramètres, en supposant un facteur de forme sphérique ($F = 1.209$), un coefficient de trainée $cd = 1$ et une densité $\rho = 3320$ kg/m³ (c'est à dire la densité de la météorite retrouvée).

7.5.1 Trajectoire et dynamique de l'aérolithe

Grâce aux caméras *FRIPON* installées en Italie, ainsi qu'aux méthodes d'analyse développées dans les chapitres 5 et 6, nous avons pu déterminer la trajectoire, les paramètres dynamiques de l'aérolithe à l'origine de la météorite retrouvée, ainsi que l'orbite du météoroïde avant sa rencontre avec le système Terre-Lune.

Le météore a été observé par huit caméras (voir la figure 7.24). Il a duré 5.61 secondes pour une longueur de 59.14 kilomètres, depuis 76.28 kilomètres d'altitude jusqu'à 21.45 kilomètres d'altitude.

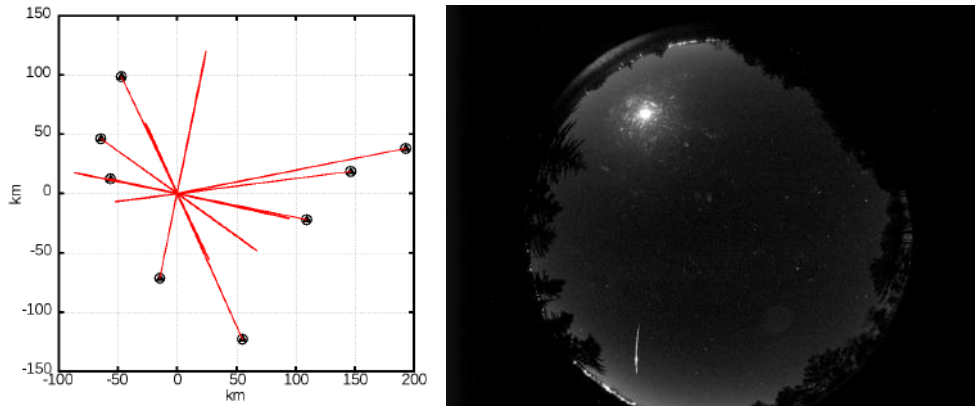


FIGURE 7.24 – Lignes de visées des huit caméras ayant observé le météore du 1^{er} janvier. La photo est une image composite provenant de la caméra *FRIPON* de Loiano.

Ces conditions d'observation, particulièrement favorables, nous ont permis de déterminer la trajectoire de l'aérolithe avec une grande précision. Ainsi, l'ellipse de confiance à 99% de la position du premier point observé a une aire de seulement 15 000 m², ce qui correspond à l'aire d'un disque de 70 mètres de rayon. Pour le dernier point observé, ces valeurs tombent respectivement à 7 000 m² et 48 mètres, ces valeurs s'expliquent du fait que les caméras sont plus proches du bolide en fin de trajectoire par rapport au début. Les paramètres caractérisant le mouvement de l'aérolithe sont reproduits dans la table 7.7. La figure 7.25 montre la décélération de cet aérolithe au cours de sa descente dans l'atmosphère.

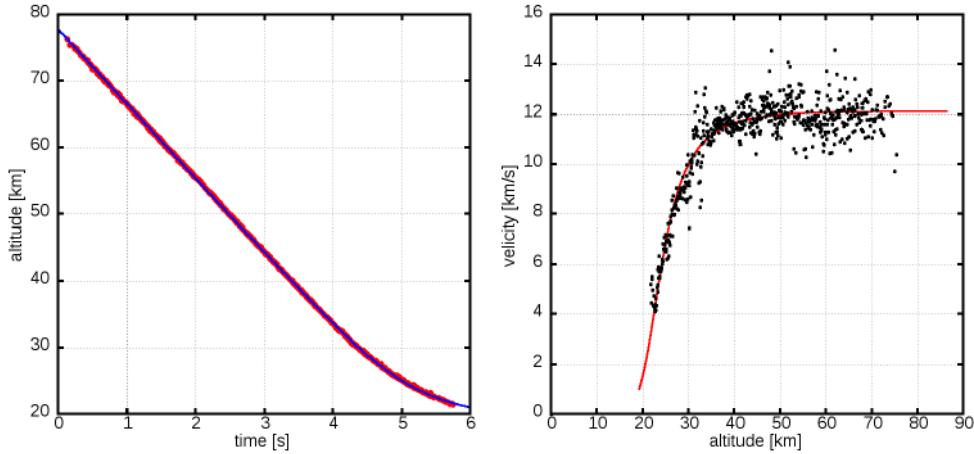


FIGURE 7.25 – Altitude en fonction du temps (droite) et vitesse en fonction de l'altitude (gauche) du météore du premier janvier 2020 à 18 :26 :54 UTC. Les courbes représentent le meilleur aéroïthe simulé.

Orbite du météoroïde

Les caractéristiques orbitales du météoroïde avant sa rencontre proche avec la Terre sont représentées par la figure 7.26 ainsi qu'à la table ci-dessous.

$\widehat{p_{\chi^2}}$	0.983187 ± 0.000005 ua
$\widehat{e_{\chi^2}}$	0.362 ± 0.003
$\widehat{i_{\chi^2}}$	$3.14 \pm 0.02^\circ$
$\widehat{\Omega_{\chi^2}}$	$280.679 \pm 0.003^\circ$
$\widehat{\omega_{\chi^2}}$	$178.23 \pm 0.03^\circ$
$\widehat{ET_{\chi^2}}$	2019-12-15T15 :00 :00 ± 3 h
$\widehat{M_{ET_{\chi^2}}}$	$351.85 \pm 0.13^\circ$
$\widehat{a_{\chi^2}}$	1.540 ± 0.006 ua

TABLE 7.8 – Estimateur des moindres carrés des paramètres orbitaux du météoroïde tombé sur Terre le premier janvier 2020 à 18 :26 :54 TU. L'époque $\widehat{ET_{\chi^2}}$ est la date à laquelle le météoroïde atteint la distance de 7.5 millions de kilomètres avec la Terre. L'anomalie $\widehat{M_{ET_{\chi^2}}}$ est l'anomalie moyenne à cette époque.

Ce résultat est particulièrement précieux et rare. En effet, le nombre de météorites que nous pouvons rattacher à une orbite est particulièrement faible. MEIER, 2017 a tenté d'en réaliser la liste la plus exhaustive possible, il n'en référence que 32 avant février 2020 (voir la figure 7.27), soit un peu moins de 0.07% des 50 000 météorites référencées par la Meteoritical Society. Une météorite dont l'orbite initiale est connue avec précision reste donc exceptionnelle, même en 2020.

Ces objets sont pourtant une des clés qui permettra, à l'avenir, de créer une passerelle entre l'étude des météorites et l'étude des astéroïdes. La dualité de ces objets n'est finalement que rarement abordée dans les recherches actuelles, en partie à cause du fait qu'ils sont étudiés par des communautés scientifiques distinctes. Ainsi, il n'y a pas de relation établie entre la nomenclature spécifique des météorites et celles des astéroïdes.

Nous ne pouvons donc qu'espérer que, avec FRIPON et les autres réseaux de surveillance des météores, le nombre de météorites avec une orbite connue augmente

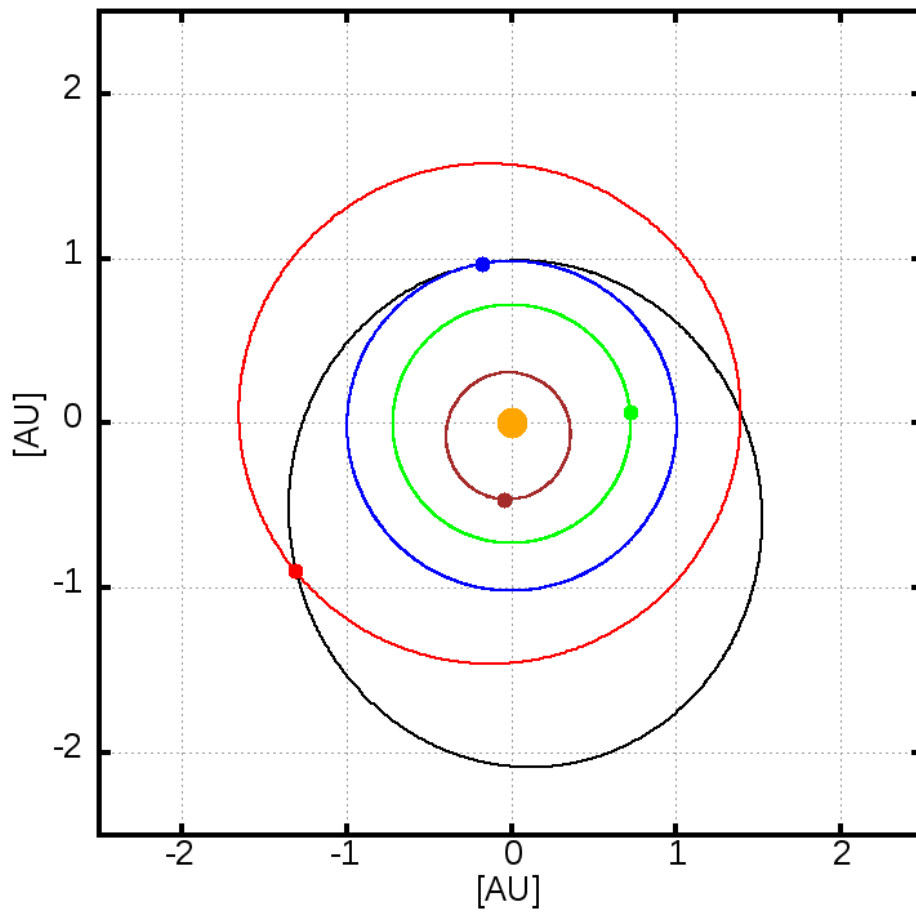


FIGURE 7.26 – Orbite du météoroïde ayant percuté la Terre le premier janvier 2020. Les planètes (Mercure, Venus, la Terre et Mars) sont représentées à leurs emplacements à la date de la chute.

exponentiellement dans les prochaines années.

7.5.2 Calcul de la zone de chute et comparaison avec la réalité

Même si la météorite a été retrouvée par un promeneur après un appel à la population de la région, il reste intéressant de tenter de prédire le point de chute à partir de nos observations. Cela nous permet non seulement de savoir avec quelle précision on peut espérer prédire une zone de chute, mais surtout de vérifier nos méthodes d'analyse en général.

En effet, les météores passent et ne reviennent jamais. Les mesures obtenues d'un météore particulier ne sont pas reproductibles. Par conséquent, il est, en général, impossible de vérifier a posteriori l'analyse faite d'un météore. Si une erreur est survenue (que ce soit une erreur méthodologique ou algorithmique) mais qu'elle n'aboutit pas à un résultat absurde, elle a de grande chance de rester inaperçue. *Mais où sont les neiges d'antan ?* (VILLON, 1461).

La chute d'une météorite nous donne une occasion rare : celle d'émettre une prédiction qui puisse ensuite être vérifiée, la zone de chute.

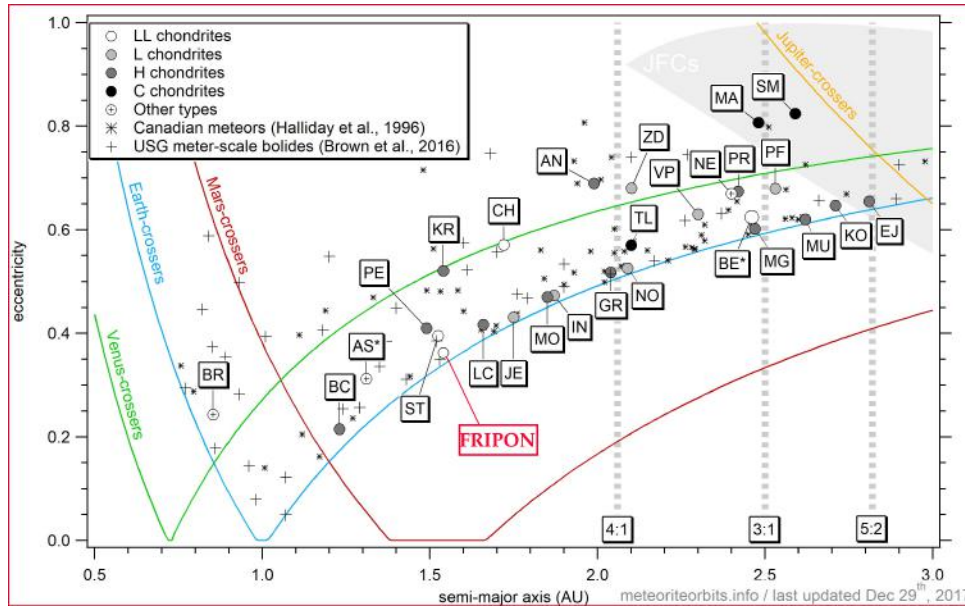


FIGURE 7.27 – Demi-grand axe et excentricité de météoroïdes ayant produit une météorite, dont le météoroïde du premier janvier 2020 observé par *FRIPON*. Crédit : MEIER, 2017

Modèle de vol sombre

Si un fragment d'aérolithe survit à son entrée atmosphérique (vol lumineux), celui-ci tombe ensuite vers le sol, emporté par les vents et la gravitation (vol sombre). Si, au début du vol sombre, la vitesse du fragment peut être très élevée par rapport à la vitesse du son, elle reste lente devant la vitesse initiale de l'aérolithe au sommet de l'atmosphère. Notamment, cette vitesse est trop faible pour entraîner des processus d'ablation.

L'équation caractérisant le mouvement du fragment s'écrit :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{1}{2}A_f(V_w)\rho_a V_w^2 \vec{u}_w + \vec{g} \quad (7.25)$$

où $V_w \vec{u}_w$ est le vecteur vitesse du flux d'air relativement au fragment (*wind velocity*) et où $\vec{g}$ est l'accélération gravitationnelle.

Le coefficient A_f représente l'efficacité de l'échange de quantité de mouvement entre l'atmosphère et le fragment.

$$A_f(V_w) = c_d(V_w) \frac{S_f}{M_f} \quad (7.26)$$

Ce coefficient reprend une forme similaire à celle du paramètre de freinage de l'aérolithe A que nous avons défini à l'équation 6.9, à ceci près que nous n'utilisons pas la surface et la masse initiale de l'aérolithe S_0 et M_0 , mais les caractéristiques du fragment final S_f et M_f .

De plus, le fragment transitant d'une vitesse supersonique en fin de vol brillant, à une vitesse subsonique lors de sa rencontre avec le sol, le coefficient A_f ne peut pas être considéré comme constant. Il dépend de la vitesse relative entre le fragment et l'air environnant. Pour modéliser cette évolution, nous reprenons les tables déjà utilisées par CEPLECHA, 1987 dans le cadre de la récupération de météorites. Nous présentons cette table, adaptée à nos notations, ci-dessous (table : 7.9).

V_w	$A_f(V_w)/A_f(V_w \gg c_s)$
4 Ma	1
3 Ma	1.066
2 Ma	1.090
1.5 Ma	1.028
1.2 Ma	0.952
1 Ma	0.869
0.8 Ma	0.760
0.6 Ma	0.671
0.4 Ma	0.605
0.2 Ma	0.566

TABLE 7.9 – Table d'évolution du coefficient d'efficacité A_f en fonction de la vitesse du fragment par rapport à l'air (nombre de Mach), c_s étant la vitesse du son (CEPLECHA, 1987).

Transition entre vol brillant et vol sombre

La dynamique d'une météorite peut être caractérisée, durant son trajet de la fin du vol brillant jusqu'au sol à travers l'atmosphère, à l'aide de sept paramètres. En plus d'un vecteur position et vitesse initiale (six paramètres), il nous faut un paramètre $A_f(V_w \gg c_s)$, c'est à dire le coefficient d'efficacité de freinage de la météorite dans la limite des vitesses supersoniques, que nous désignerons A_{f_0} à partir de maintenant.

Le vol sombre faisant suite au météore, il est logique d'utiliser les caractéristiques de l'aérolithe à la fin de celui-ci comme condition initiale du vol sombre. Seulement, comme nous le disions à la section 6.1.5, notre modèle de météore ne dispose pas d'une fin mathématique (l'aérolithe atteint sa masse finale en un temps infini). Aussi, nous allons avoir besoin d'un critère arbitraire pour effectuer la transition entre météore et vol sombre (de la même manière que nous avons arbitrairement décidé que nous parlerions d'impact lorsque l'aérolithe touche le sol avec une vitesse supérieure au kilomètre par seconde).

Ce qui différencie le vol sombre du vol brillant est, essentiellement, la présence ou l'absence de processus ablatif. Par conséquent, nous avons choisi deux critères de transition, selon lequel survient en premier. D'un côté, un critère sur la masse de l'aérolithe (donnée par l'équation 6.11). Lorsque la masse de l'aérolithe est proche de sa masse finale, cela signifie qu'il n'y a presque plus d'ablation. Nous transitons lorsque celle-ci atteint 101% de la masse finale m_f décrite par l'équation 6.13 (nous supposons le paramètre de changement de forme $\mu = 2/3$). Le second critère est un critère sur la vitesse de l'aérolithe. Lorsque celle-ci est inférieure à un kilomètre par seconde, il n'est plus possible de considérer que le coefficient de traînée c_d est constant (comme nous le supposons pour le météore).

Le vecteur position et vitesse de l'aérolithe à l'instant de transition est utilisée comme vecteur position et vitesse initiale du vol sombre. Son efficacité de freinage supersonique A_{f_0} est définie de manière à assurer une transition continue entre le météore et le vol sombre :

$$A_{f_0} = A \frac{S_f}{S_0} \frac{M_0}{M_f} = A \exp\left(\frac{V_0^2}{2Q}\right) \quad (7.27)$$

Détermination de la zone de chute

Pour déterminer la zone de chute, nous tirons aléatoirement des aérolithes dont les paramètres dynamiques V_0 , A et B sont tirés dans l'intervalle de confiance à 99%, tel que nous avons pu le déterminer par nos méthodes d'analyse. Pour les vents, nous utilisons les données fournies par *Météo France*. Bien entendu, à la vue du nombre d'hypothèses qu'il nous a fallu faire pour effectuer ces simulations de vol sombre (évolution du coefficient de freinage avec la vitesse, coefficient de transition A_{f_0} entre le météore et le vol sombre, et caetera), nous nous doutons que les résultats obtenus devront être lus en terme "d'ordre de grandeur", la "zone de chute" trouvée ne pouvant pas être considérée comme une aire dans laquelle la météorite a effectivement 99% de chance de tomber. Les résultats de ce tirage de type *Monte-Carlo* sont présentés à la figure 7.28.

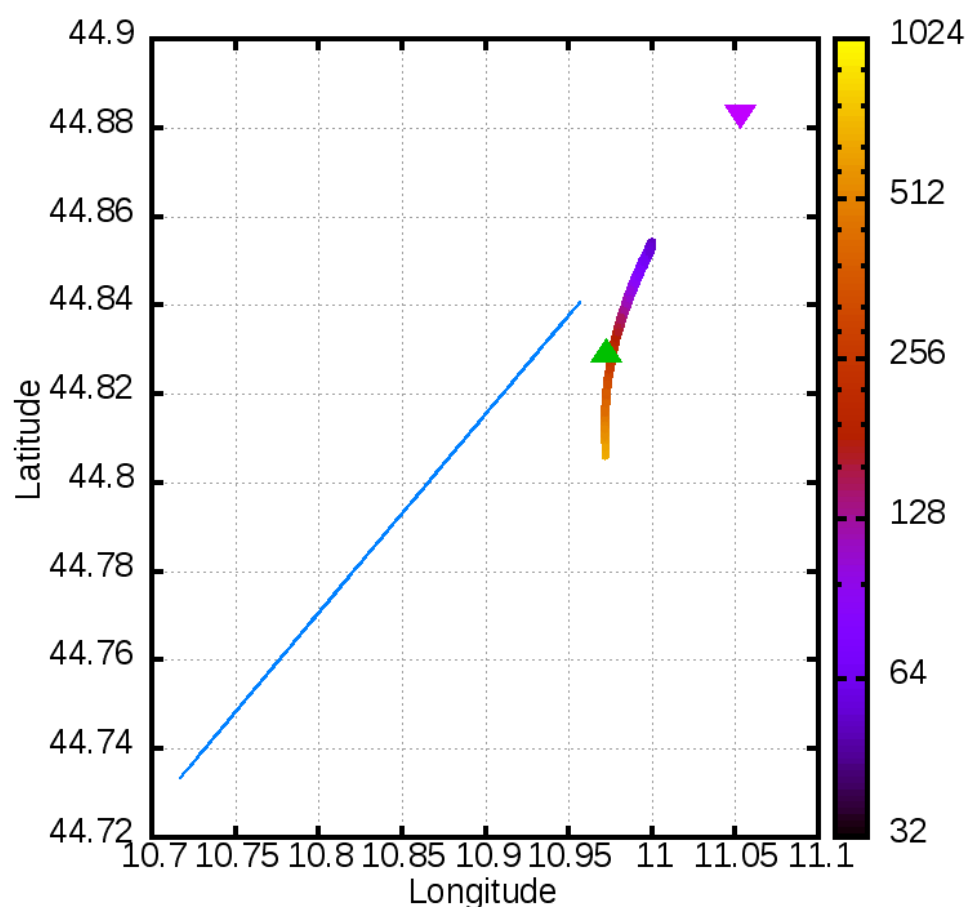


FIGURE 7.28 – Longitude et latitude des points de chutes de différentes aérolithes tirés aléatoirement dans l'intervalle de confiance à 99% que nous avons déterminé. L'échelle de couleur indique le paramètre de freinage supersonique des météorites A_{f_0} . La Ligne bleue indique la trajectoire du météore visible, projetée au sol. Le triangle violet indique le point d'intersection entre cette trajectoire droite et le sol. Le triangle vert indique la position à laquelle la météorite a effectivement été retrouvée.

La zone de chute prend la forme d'une mince bande de 5.6 kilomètres de long et d'environ 100 mètres de large. Les fragments simulés se répartissent le long de cette bande en fonction de leurs coefficients de freinage supersonique A_{f_0} . Les fragments

les plus gros, moins sensibles à l'atmosphère, se trouvent au Nord tandis que les plus petits, plus sensibles à l'atmosphère et aux vents, se trouvent au Sud.

La météorite fut retrouvée à 220 mètres du centre de cette bande, à un niveau correspondant à un coefficient de freinage A_{f_0} de $230 \text{ cm}^2/\text{kg}$. La proximité entre le point de récupération de la météorite et la zone de chute prédite est concluante, en particulier si on la compare aux calculs effectués indépendamment par l'équipe *PRISMA*. Ceux-ci indiquait une zone de chute de 2.2 sur 1.5 kilomètres centrée sur un point situé à 4.7 kilomètres de la chute réelle. Cet exemple est une belle illustration de l'apport des méthodes d'analyse développées le long de cette thèse à l'étude des météores.

Nous sommes capables de prédire, à quelques centaines de mètres près, la chute des fragments d'aérolithe ayant survécu à l'entrée atmosphérique, ceux-ci se répartissant dans une zone plus ou moins longue en fonction de leurs tailles. À l'avenir, nos prédictions pourront permettre d'organiser des fouilles méticuleuses sur des zones relativement petites.

Par ailleurs, l'endroit de la chute correspondant à un certain coefficient d'efficacité de freinage A_{f_0} d'environ $230 \text{ cm}^2/\text{kg}$, nous pouvons vérifier si la météorite retrouvée est cohérente avec cette valeur. Le volume prédit de la météorite $\mathcal{V}$ suit l'équation :

$$\mathcal{V}^{1/3} = \frac{c_d(V_w \gg c_s)F}{\rho A_{f_0}} \quad (7.28)$$

En considérant un coefficient de traînée $c_d(V_w \gg c_s)$ de 1 et un coefficient de forme F de 1.209 (forme sphérique), on trouve une taille caractéristique $\mathcal{V}^{1/3}$ de 1.6 centimètres. Cette valeur est à comparer à la racine cubique du volume réel de la météorite, soit 2.6 cm au moins (un ou plusieurs éclats de volumes inconnus n'ayant pas été retrouvés). La météorite réelle est donc plus grande que la prédiction, d'au moins 60%. Cela peut être le signe que les différentes hypothèses prises pour effectuer ce calcul sont globalement trop pessimistes. Malgré tout, l'ordre de grandeur reste le bon.

Comme cette météorite est, pour le moment, la seule retrouvée grâce au réseau *FRIPON*, il n'est pas encore possible de conclure sur la pertinence des hypothèses prises dans le cadre de cette thèse. Celles-ci ne pourront être affinées et corrigées qu'au regard des prochaines météorites retrouvées. Si la sous-estimation de la taille des météorites se révèle être systématique, cela signifiera que nos hypothèses sont effectivement pessimistes et qu'elles méritent d'être modifiées.

Nous pouvons néanmoins affirmer que nos hypothèses actuelles donnent des résultats du bon ordre de grandeur, et nous n'en espérons pas plus pour ces hypothèses prises a priori.

Chapitre 8

Conclusion

Durant ce travail de thèse, nous avons porté notre attention sur l'application d'une méthode statistique solide au problème de l'observation des météores. L'observation vidéo des météores pose différentes contraintes qu'il est difficile de résoudre rigoureusement.

En effet, le réseau de caméra *FRIPON* s'apparente à un instrument de mesure de taille continentale, à la manière des interféromètres radio trans-continentaux. Seulement, à la différence de ces interféromètres, dont chaque pôle bénéficie d'un contrôle, d'une calibration et d'une synchronisation quasiment parfaite (ce qui est d'ailleurs indispensable pour ce type de mesure), les caméras du réseau *FRIPON* sont disposées de manière bien plus artisanale.

N'ayant pas les moyens humains et financiers d'assurer un contrôle parfait des centaines de caméras répartis sur le continent ouest européen, nos caméras sont gérées et installées bénévolement par des centaines de responsables locaux. Il en résulte une infinité de micro-paramètres qu'il est très difficile de contrôler, le facteur humain jouant ici un rôle très important. Nous pouvons mentionner en exemple la stabilité de l'installation (une caméra sur un mât trop haut bougera légèrement avec le vent). Même la connaissance de la position exacte des caméras peut poser problème, notamment à cause de la hauteur de certains bâtiments, parfois difficile à estimer. À ceci s'ajoutent les défauts de fabrication des caméras elles-mêmes, qui touchent aléatoirement certaines caméras, comme par exemple un mauvais alignement de l'objectif avec le récepteur (voir la section 3.3.3). Il en résulte une certaine méconnaissance des caractéristiques réelles des caméras, et donc des erreurs de mesure systématiques sur toutes les images provenant de ces caméras.

Par ailleurs, l'instrument de mesure des météores qu'est *FRIPON* est un instrument qui doit être considéré sur plusieurs échelles. La première de ces échelles est celle des caméras elles-mêmes, prenant des images du météore. Chaque image porte une erreur aléatoire différente des autres. La seconde échelle est celle de l'instrument dans son ensemble, c'est-à-dire un ensemble de caméras produisant chacune une vidéo du météore. À cause de la méconnaissance de l'état exact du réseau, chacune des images provenant d'une même vidéo porte une erreur systématique différente des images provenant des autres vidéos. Ainsi, ce que nous considérons comme des erreurs systématiques à l'échelle des caméras prises individuellement devient des erreurs aléatoires à l'échelle de l'instrument dans son ensemble. Les erreurs systématiques des images sont les erreurs aléatoires des vidéos.

En effet, ce qui fait la différence entre une "erreur aléatoire" et une "erreur systématique" n'est pas que l'une serait issue d'un processus aléatoire, et l'autre pas. Dans les deux cas, nous avons à faire à des processus inconnus influant sur les mesures. Comme ces processus sont inconnus (s'ils étaient connus, il suffirait de les compenser, et il n'y aurait pas d'erreurs), nous considérons leurs influences comme issues de processus aléatoires. Ce qui fait la différence entre une erreur dite "aléatoire" d'une

erreur dite "systématique", c'est la fréquence à laquelle ces processus inconnus se renouvellent. Si ces processus changent entre chaque mesure, on a une nouvelle erreur tirée aléatoirement à chaque mesure. On parle d'erreur aléatoire. La diminution quantitative de la fréquence de renouvellement des processus inconnus sources des erreurs entraîne dialectiquement un changement qualitatif de ces erreurs (ENGELS, 1882). En effet, si ces processus ne se renouvellent pas entre les mesures, l'erreur est comme tirée aléatoirement une fois pour toutes, et nous parlons alors d'erreur systématique.

Afin d'obtenir des estimateurs et des écarts-types réalistes des caractéristiques d'un météore à partir d'un ensemble de mesures provenant d'un ensemble de caméras disparates, nous avons développé un estimateur des moindres carrés modifiés adapté à ce type d'instrument complexe. Lorsqu'une caméra est dominée par les erreurs aléatoires, les erreurs systématiques pouvant être négligées, il est possible d'utiliser une méthode des moindres carrés classique. Lorsque, à l'inverse, les erreurs systématiques dominent, il est toujours possible d'utiliser la méthode des moindres carrés à condition de l'appliquer non plus à l'échelle des "mesures-images", mais à l'échelle des "mesures-vidéos". Les erreurs systématiques des mesures-images devenant les erreurs aléatoires des mesures-vidéos. Notre méthode des moindres carrés modifiés, décrite dans le cadre de l'estimation des trajectoires des météores à la section 5.2.2 et dans le cadre de l'estimation des caractéristiques dynamiques de l'aérolithe à la section 6.2.1, permet de réaliser la transition entre ces deux états.

Dans les faits, un météore sera observé par plusieurs caméras qui seront chacune dans un état différent de cette transformation dialectique de l'échelle des mesures indépendantes (échelle passant de l'image à la vidéo). Notre estimateur des moindres carrés modifié a pour but de rendre compte des divers avancements de cette transformation au sein des diverses caméras ayant observé un même météore. De cette manière, nous pouvons associer des mesures prises par des caméras très bien calibrées, et donc avec peu d'erreurs systématiques, avec des mesures prises par des caméras de moindre qualité. L'estimateur et sa matrice de covariance ainsi obtenus rendront compte de ces différences de qualité entre les différentes mesures et les différentes caméras.



Une autre difficulté à résoudre est le problème de la dégénérescence des données observables par rapport à la complexité des lois physiques réelles régissant le comportement d'un météore. L'ionisation, la dissociation moléculaire, la vaporisation et la fragmentation d'un aérolithe dépendent non seulement de sa vitesse et de la densité de l'air, mais également à la fois de sa structure microscopique (sa composition) et macroscopique (forme, cohésion et structure internes, in-homogénéité, et cætera). De fait, l'efficacité des différents processus de destruction et de freinage d'un aérolithe s'influencent les uns les autres et sont souvent mal connus (les conditions de vitesse et de pression n'étant pas reproductibles en laboratoire avec les moyens actuels). À cela s'ajoute la non-reproductibilité des mesures, un aérolithe ne tombant qu'une seule et unique fois, ainsi que le manque de précision des mesures. Ce dernier point est d'autant plus important dans le cadre de *FRIPON*, où la quantité de caméras et la taille du champ d'observation sont privilégiées par rapport à la qualité de ces dernières. Ainsi nos 150 caméras all-sky réparties sur tout l'ouest européen et leur précision de l'ordre de quelques minutes d'arc sont à comparer avec les trois caméras à faible champ de *CABERNET* (EGAL et al., 2017), ou encore du télescope à suivi automatique des météores des canadiens 2013Icar..225..614W.

De plus, le réseau *FRIPON* ne dispose pas de système permettant de synchroniser parfaitement les observations des différentes caméras entre elles, contrairement au

Desert Firaball Network (BLAND, 2004), ce qui nous force à adopter un modèle permettant une séparation complète des mesures spatiales (mesures des directions depuis une caméra) et des mesures temporelles.

Pour toutes ces raisons, nous sommes obligés de sacrifier, au moins en partie, le réalisme sur l'autel de la faisabilité, et d'étudier les météores avec un modèle simplifié. Ainsi, nous ne considérons plus la trajectoire des météores que comme une simple ligne droite, et la destruction des aérolithes est considérée comme continue dans le temps, dictée par un coefficient d'efficacité unique représentant une efficacité moyenne des différents processus d'ablation durant la chute de l'aérolithe.

Grâce à ces simplifications, un aérolithe n'est plus décrit que par sept paramètres. Quatre servent à décrire la ligne droite lui servant de trajectoire, et trois autres décrivent sa vitesse initiale, sa perte de vitesse et sa perte de masse le long de sa trajectoire. Nous décrivons ce modèle à la section 6.1.2.

Mais malgré ces simplifications, il reste possible d'obtenir des données trop parcellaires pour déterminer correctement ces sept paramètres, notamment les trois paramètres décrivant la dynamique de l'aérolithe. En effet, un météore trop rapide ou trop fragile se désintègre rapidement, avant qu'une quelconque décélération ait pu être observée. Ainsi, dans les cas extrêmes, nos observations se limitent à celle d'un objet de vitesse apparemment constante disparaissant à une certaine altitude, cette vitesse et cette altitude finale devenant nos uniques informations. Le fait de ne pas pouvoir observer de décélération peut être traduit en une efficacité de freinage maximale (car sinon nous observerions cette décélération). La dernière altitude observée, quant à elle, nous renseigne sur une efficacité de destruction maximale (l'aérolithe devant toujours exister à cette altitude). Dans ces cas, certaines caractéristiques des aérolithes, comme leur masse initiale ou leur enthalpie de destruction, ne peuvent plus être estimées, comme nous l'expliquions aux sections 6.1.5 et 6.2.2. Ce type de météore représente près des deux tiers des météores observés par *FRIPON*, comme nous l'avons vu à la section 7.2.1. Aussi, ces caractéristiques ne peuvent pas être utilisées comme paramètres du modèle dans la plupart des cas.

Par conséquent, nous choisissons de caractériser les aérolithes non pas par leurs masses initiales M_0 ou leurs enthalpies de destruction Q , mais par un paramètre d'efficacité de freinage A et un paramètre d'efficacité d'ablation B . Dans les cas où la décélération n'est pas mesurable, ces deux paramètres deviennent compatibles avec zéro, mais ils restent bornés : ils ne peuvent pas prendre des valeurs infinies. Il est donc toujours possible de calculer un maximum de vraisemblance, une espérance et une variance de ces paramètres, ce qui n'est pas le cas pour les autres.

Nous avons ensuite étudié comment les estimateurs des moindres carrés des paramètres V_0 , A et B se comportent, car bien que ce système de paramètres soit le meilleur parmi ceux envisagés, il n'est pas pour autant un système de paramètres toujours optimal dont les estimateurs des moindres carrés seront toujours non biaisés.

Lorsque les mesures d'un météore sont suffisamment nombreuses et précises, alors ses estimateurs des moindres carrés $\widehat{A}_{\chi^2}$ et $\widehat{B}_{\chi^2}$ sont éloignés des limites $A = 0$ et/ou $B = 0$ (limites qui correspondent, respectivement, à un aérolithe de taille et/ou de solidité infinie). Dans ce cas, les estimateurs des moindres carrés peuvent être considérés comme des estimateurs quasiment optimaux. Ils sont peu biaisés.

À l'inverse, lorsqu'on se rapproche d'une de ces limites, c'est-à-dire que les mesures deviennent trop imparfaites pour correctement observer la perte de masse de l'aérolithe ($\widehat{B}_{\chi^2}$ proche de zéro), ou même sa décélération ($\widehat{A}_{\chi^2}$ proche de zéro), les estimateurs des moindres carrés cessent d'être optimaux, et deviennent de plus en plus biaisés.

À cause de sa corrélation positive avec l'efficacité de freinage A et sa corrélation négative avec l'efficacité d'ablation B , l'estimateur des moindres carrés de la vitesse initiale de l'aérolithe $\widehat{V_{0_{\chi^2}}}$ devient lui aussi biaisé. Nous démontrons que, dans les cas où la décélération est mesurable, mais pas la perte de masse, cet estimateur $\widehat{V_{0_{\chi^2}}}$ sera sous-estimé. À l'inverse, l'estimateur de la vitesse considérant la masse de l'aérolithe constante $\widehat{V_{0_{B=0}}}$ sera surestimé. Dans le cas où ni la perte de masse ni la perte de vitesse de l'aérolithe ne sont perceptibles, l'estimateur $\widehat{V_{0_{\chi^2}}}$ sera cette fois surestimé. L'estimateur de la vitesse considérant celle-ci comme constante $\widehat{V_{0_{A=0}}}$ sera quant à lui sous-estimé (voir la section 7.2.3).

Malgré tout, dans le cas général, l'estimateur des moindres carrés reste celui qui sera le moins biaisé de ceux qui nous avons étudiés. Cela même si dans certains cas particuliers d'autres estimateurs sont préférables. Aussi, c'est celui que nous conservons par défaut pour caractériser les météores observés par le réseau *FRIPON*.

Il faut toutefois garder à l'esprit que cet estimateur ne peut pas être considéré comme parfait. La recherche de météores interstellaires, rendue alléchante par les découvertes récentes des deux corps interstellaires *Oumuamua* et *Borisov*, nous en fournit un exemple frappant. En effet, les météores potentiellement interstellaires sont, par définition, des météores de grande énergie, c'est-à-dire de grande vitesse. Or ce sont justement les météores les plus rapides qui présentent le plus de chances de se trouver dans les cas où la décélération n'est pas perceptible, et donc d'avoir des vitesses surestimées. De cette surestimation de l'estimateur de la vitesse initiale résulte une surestimation sur l'énergie mécanique des météoroïdes, énergie mécanique proportionnelle au rapport entre l'excentricité moins un et la distance au périhélie des météoroïdes $(e - 1)/p$. Une conséquence directe de cela est la grande quantité de faux positifs de météores interstellaires. Un empiriste vulgaire pourrait alors conclure à l'existence réelle de météores interstellaires observés, alors qu'il n'en est rien. Nous montrons à la section 7.4.4 que, en réalité, aucun des météores observés par *FRIPON* ne peut être catégoriquement considéré comme un météore interstellaire. Au contraire, aucun météoroïde observé ne se rapproche, en terme d'énergie mécanique, des objets interstellaires (poussières ou astéroïdes) connus.

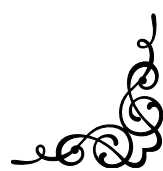
Nous observons plus simplement deux populations de météoroïdes, l'une ayant une énergie mécanique correspondant à des orbites de la ceinture d'astéroïde, et l'autre ayant une énergie mécanique correspondant à des objets trans-neptuniens.

Nous souhaitons que le travail réalisé durant cette thèse serve de point de départ à une amélioration de l'observation des météores. Nous avons proposé une nouvelle méthode d'analyse statistique des données vidéo des météores, et nous avons étudié les qualités et les défauts de différents paramètres pouvant décrire un aérolithe, ainsi que de différents estimateurs de ces paramètres. Nous avons notamment montré qu'une méconnaissance des propriétés des différents estimateurs des différents paramètres caractérisant un météore pouvait conduire au mieux à une mauvaise interprétation des résultats, au pire à des résultats faux ou sans aucun sens.

Nous n'avons pas pour autant la prétention de mettre un point final au sujet. Si nous avons su donner des estimateurs surestimés et sous-estimés, et donc un encadrement d'un hypothétique estimateur qui serait non biaisé pour n'importe quel météore, le dit estimateur reste à inventer. De même, notre méthode d'analyse statistique n'est pas figée et reste améliorable. Nous pouvons notamment penser à l'estimation des grandeurs caractéristiques des erreurs systématiques s_i de chaque caméra, qui reste sans nul doute perfectible.

Par ailleurs, nous avons limité notre étude aux seules observations vidéo . À l'avenir, le réseau *FRIPON* devrait inclure également des observations photométriques et radar des météores. Intégrer ces observations à notre méthode d'analyse permettrait certainement de lever un certain nombre de contraintes, et donc d'améliorer nos estimations, de complexifier nos modèles physiques, et cætera. Nous avons justement développé cette méthode d'analyse dans l'optique d'une étude multi-senseurs. Si pour l'instant ces "senseurs" ne sont que des caméras dont la qualité de calibration varie, rien n'empêche d'intégrer des mesures complètement différentes, comme des luminosités ou des décalages Doppler affectant les échos radars.

Nous souhaitons par conséquent que cette thèse ouvre la voie vers une science des météores plus cohérente et plus complète, s'élevant au-delà de l'empirisme simpliste dans lequel elle est malheureusement encore trop souvent embourbée. Nous pensons que c'est par cette voie que l'étude des météores, qui sont notre seule fenêtre d'observation des corps millimétriques à métriques du Système solaire, pourra fournir de réels résultats et, finalement, de réelles contraintes sur l'histoire de la formation de Système solaire, et par cette voie produire une nouvelle clé de compréhension de notre univers.



Bibliographie

- AITKEN, A. C. (1935). « On Least Squares and Linear Combinations of Observations ». In : *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* 55, p. 42-48.
- ALLÈGRE, Claude J., Gérard MANHÈS et Christa GÖPEL (1995). « The age of the Earth ». In : 59.8, p. 1445-1456. DOI : [10.1016/0016-7037\(95\)00054-4](#).
- ASHER, D. J. (1999). « The Leonid meteor storms of 1833 and 1966 ». In : 307.4, p. 919-924. DOI : [10.1046/j.1365-8711.1999.02698.x](#).
- AUDUREAU, Yoan et al. (2014). « FreeTure : A Free software to capTure meteors for FRIPON ». In : *Proceedings of the International Meteor Conference, Giron, France, 18-21 September 2014*. Sous la dir. de J. L. RAULT et P. ROGGEMANS, p. 39-41.
- BARUCCI, M. A. et al. (2009). « MARCO POLO : near earth object sample return mission ». In : *Experimental Astronomy* 23.3, p. 785-808. DOI : [10.1007/s10686-008-9087-8](#).
- BELLOT RUBIO, L. R. et al. (2002). « Modeling the photometric and dynamical behavior of Super-Schmidt meteors in the Earth's atmosphere ». In : 389, p. 680-691. DOI : [10.1051/0004-6361:20020672](#).
- BENZENBERG, Johann Friedrich (1839). *Die sternschnuppen*.
- BERTIN, E. et S. ARNOUITS (1996). « SExtractor : Software for source extraction. » In : 117, p. 393-404. DOI : [10.1051/aas:1996164](#).
- BETTONVIL, F. (2005). « Fisheye lenses ». In : *WGN, Journal of the International Meteor Organization* 33.1, p. 9-14.
- BIOT, Jean Baptiste (1803). « Relation d'un voyage fait dans le département de l'Orne, pour constater la réalité d'un météore observé à Laigle, le 6 floréal an XI ». In : *Journal Académie des Sciences de Paris*.
- BLAND, Philip A. (2004). « Fireball cameras : The Desert Fireball Network ». In : *Astronomy and Geophysics* 45.5, p. 5.20-5.23. DOI : [10.1046/j.1468-4004.2003.45520.x](#).
- BOROVICKA, Jiri (1993). « A fireball spectrum analysis ». In : 279.2, p. 627-645.
- BOROVICKA, J., P. SPURNÝ et J. KECLIKOVA (juil. 1995). « A new positional astrometric method for all-sky cameras. » In : 112, p. 173.
- BOROVICKA, Jiří et al. (2013). « The trajectory, structure and origin of the Chelyabinsk asteroidal impactor ». In : 503.7475, p. 235-237. DOI : [10.1038/nature12671](#).
- BOUGUER, Pierre (1729). *Essai d'Optique sur la gradation de la Lumiere*.
- BRANHAM R. L., Jr. (2013). « New Orbits for Comets C/1960 M1 (Humason), C/1980 E1 (Bowell), and Musings on Extrasolar Comets ». In : 49, p. 111-116.
- BRONSHTEN, V. A. (1983). *Physics of meteoric phenomena*.
- BROWN, P. et al. (2002). « The flux of small near-Earth objects colliding with the Earth ». In : 420.6913, p. 294-296. DOI : [10.1038/nature01238](#).
- BROWN, P. et al. (2010). « Development of an All-Sky Video Meteor Network in Southern Ontario, Canada The ASGARD System ». In : *WGN, Journal of the International Meteor Organization* 38.1, p. 25-30.

- BROWN, P. et al. (2011). « The fall of the Grimsby meteorite—I : Fireball dynamics and orbit from radar, video, and infrasound records ». In : *Meteoritics and Planetary Science* 46.3, p. 339-363. DOI : [10.1111/j.1945-5100.2010.01167.x](https://doi.org/10.1111/j.1945-5100.2010.01167.x).
- BUCHWALD, Vagn Fabritius (1992). « On the use of iron by the Eskimos in Greenland ». In : *Materials Characterization* 29.2, p. 139 -176. ISSN : 1044-5803. DOI : [https://doi.org/10.1016/1044-5803\(92\)90112-U](https://doi.org/10.1016/1044-5803(92)90112-U). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/104458039290112U>.
- CAMPBELL-BROWN, M. D. (2008). « High resolution radiant distribution and orbits of sporadic radar meteoroids ». In : 196.1, p. 144-163. DOI : [10.1016/j.icarus.2008.02.022](https://doi.org/10.1016/j.icarus.2008.02.022).
- (2019). « Meteoroid structure and fragmentation ». In : 169, p. 1-7. DOI : [10.1016/j.pss.2019.03.005](https://doi.org/10.1016/j.pss.2019.03.005). arXiv : [1903.06572](https://arxiv.org/abs/1903.06572) [astro-ph.EP].
- CEPLECHA, Z. (1961). « Multiple fall of Příbram meteorites photographed. 1. Double-station photographs of the fireball and their relations to the found meteorites ». In : *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia* 12, p. 21.
- CEPLECHA, Z., J. BOROVIČKA et P. SPURNÝ (2000). « Dynamical behavior of meteoroids in the atmosphere derived from very precise photographic records ». In : 357, p. 1115-1122.
- CEPLECHA, Zdenek (1987). « Geometric, Dynamic, Orbital and Photometric Data on Meteoroids From Photographic Fireball Networks ». In : *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia* 38, p. 222.
- CHAMBERLIN, T. C. (1901). « On a Possible Function of Disruptive Approach in the Formation of Meteorites, Comets, and NEBULÆ ». In : 14, p. 17. DOI : [10.1086/140831](https://doi.org/10.1086/140831).
- CHLADNI, Ernst (1794). « Réflexions sur l'origine de diverses masses de fer natif et notamment de celle trouvée par Pallas en Sibérie ». In : *Journal des Mines, volume 88, nivôse an XII (1803), pp. 286-320*, 90, p. 286 -320.
- CLARK, David L., Paul WIEGERT et Peter G. BROWN (2019). « The 2019 Taurid resonant swarm : prospects for ground detection of small NEOs ». In : 487.1, p. L35-L39. DOI : [10.1093/mnrasl/slz076](https://doi.org/10.1093/mnrasl/slz076). arXiv : [1905.01260](https://arxiv.org/abs/1905.01260) [astro-ph.EP].
- COLAS, F. et al. (1995). « Near-infrared imaging of SL9 impacts on Jupiter from Pic-du-Midi Observatory ». In : 22.13, p. 1765-1768. DOI : [10.1029/95GL01824](https://doi.org/10.1029/95GL01824).
- COMELLI, Daniela et al. (2016). « The meteoritic origin of Tutankhamun's iron dagger blade ». In : *Meteoritics and Planetary Science* 51.7, p. 1301-1309. DOI : [10.1111/maps.12664](https://doi.org/10.1111/maps.12664).
- CONSOLMAGNO, G. J. et D. T. BRITT (1998). « The density and porosity of meteorites from the Vatican collection ». In : *Meteoritics and Planetary Science* 33.6, p. 1231-1241. DOI : [10.1111/j.1945-5100.1998.tb01308.x](https://doi.org/10.1111/j.1945-5100.1998.tb01308.x).
- CONSOLMAGNO, G. J. et al. (2006). « Density, magnetic susceptibility, and the characterization of ordinary chondrite falls and showers ». In : *Meteoritics and Planetary Science* 41.3, p. 331-342. DOI : [10.1111/j.1945-5100.2006.tb00466.x](https://doi.org/10.1111/j.1945-5100.2006.tb00466.x).
- DEMEO, F. E. et B. CARRY (2014). « Solar System evolution from compositional mapping of the asteroid belt ». In : 505.7485, p. 629-634. DOI : [10.1038/nature12908](https://doi.org/10.1038/nature12908). arXiv : [1408.2787](https://arxiv.org/abs/1408.2787) [astro-ph.EP].
- DOHNANYI, J. S. (1969). « Collisional Model of Asteroids and Their Debris ». In : 74, p. 2531-2554. DOI : [10.1029/JB074i010p02531](https://doi.org/10.1029/JB074i010p02531).
- DROUARD, A. et al. (2018). « Probing the use of spectroscopy to determine the meteoritic analogues of meteors ». In : 613, A54, A54. DOI : [10.1051/0004-6361/201732225](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201732225). arXiv : [1802.04699](https://arxiv.org/abs/1802.04699) [astro-ph.EP].

- DROUARD, A. et al. (2019). « The meteorite flux of the last 2 Myr recorded in the Atacama desert ». In : *arXiv e-prints*, arXiv :1904.12644, arXiv :1904.12644. arXiv : [1904.12644 \[astro-ph.EP\]](#).
- DROUARD, Alexis (2019). « Évolution des corps-parents des chondrites ordinaires : du sol à l'espace ». Thèse de doct. LAM-Université Aix-Marseille.
- DRUMMOND, J. D. (1980). « On the meteor/comet orbital discriminant D. » In : *Southwest Regional Conference for Astronomy and Astrophysics*, 5. Sous la dir. de Preston F. GOTT et Paul S. RIHERD. T. 5, p. 83-86.
- (1981). « A test of comet and meteor shower associations ». In : 45.3, p. 545-553. DOI : [10.1016/0019-1035\(81\)90020-8](#).
- EGAL, A. et al. (2017). « The challenge associated with the robust computation of meteor velocities from video and photographic records ». In : 294, p. 43-57. DOI : [10.1016/j.icarus.2017.04.024](#).
- EGAL, A. et al. (2018). « Time perception of a meteorite fall ». In : *WGN, Journal of the International Meteor Organization* 46.1, p. 7-23.
- ENGELS, Friedrich (1882). *Dialektik der Natur*.
- GARDIOL, D., A. CELLINO et M. DI MARTINO (2016). « PRISMA, Italian network for meteors and atmospheric studies ». In : *International Meteor Conference Egmond, the Netherlands, 2-5 June 2016*. Sous la dir. d'A. ROGGEMANS et P. ROGGEMANS, p. 76.
- GAUSS, Carl Friedrich (1809). *Theoria Motus Corporum Coelestium in sectionibus conicis solem ambientium*. T. 2.
- GOMES, R. et al. (2005). « Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets ». In : 435.7041, p. 466-469. DOI : [10.1038/nature03676](#).
- GOUNELLE, Matthieu, Pavel SPURNÝ et Philip A. BLAND (2006). « The orbit and atmospheric trajectory of the Orgueil meteorite from historical records ». In : *Meteoritics and Planetary Science* 41.1, p. 135-150. DOI : [10.1111/j.1945-5100.2006.tb00198.x](#).
- HAJDUKOVÁ Mária, Jr., Veerle STERKEN et Paul WIEGERT (2019). « Interstellar Meteoroids ». In : *Meteoroids : Sources of Meteors on Earth and Beyond*, Ryabova G. O., Asher D. J., and Campbell-Brown M. D. (eds.), Cambridge, UK : Cambridge University Press, 336 pp., ISBN 9781108426718, 2019, p. 235-252, p. 235.
- HALLIDAY, I., A. A. GRIFFIN et A. T. BLACKWELL (1981). « The Innisfree Meteorite Fall : A Photographic Analysis of Fragmentation, Dynamics and Luminosity ». In : *Meteoritics* 16.2, p. 153. DOI : [10.1111/j.1945-5100.1981.tb00540.x](#).
- HALLIDAY, Ian, Alan T. BLACKWELL et Arthur A. GRIFFIN (1989). « The Flux of Meteorites on the Earth's Surface ». In : *Meteoritics* 24.3, p. 173. DOI : [10.1111/j.1945-5100.1989.tb00959.x](#).
- HEGEL (1807). *Phänomenologie des Geistes*.
- HIVON, Eric, Jean MOUETTE et Thierry LEGAULT (2017). « Making 3D movies of Northern Lights ». In : *Journal of Space Weather and Space Climate* 7, A24, A24. DOI : [10.1051/swsc/2017023](#). arXiv : [1710.06349 \[astro-ph.IM\]](#).
- HUESO, R. et al. (2018). « Small impacts on the giant planet Jupiter ». In : 617, A68, A68. DOI : [10.1051/0004-6361/201832689](#). arXiv : [1804.03006 \[astro-ph.EP\]](#).
- HUGHES, Ciarán et al. (2010). « Accuracy of fish-eye lens models ». In : 49.17, p. 3338. DOI : [10.1364/AO.49.003338](#).
- JACCHIA, L. G., F. VERNIANI et R. E. BRIGGS (1965). « A Analysis of the Atmospheric Trajectories of 413 Precisely Reduced Photographic Meteors ». In : *SAO Special Report* 175.

- JEANNE, S. et al. (2019). « Calibration of fish-eye lens and error estimation on fireball trajectories : application to the FRIPON network ». In : 627, A78, A78. DOI : [10.1051/0004-6361/201834990](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201834990).
- JENNISKENS, P. et al. (2016a). « CAMS newly detected meteor showers and the sporadic background ». In : 266, p. 384-409. DOI : [10.1016/j.icarus.2015.11.009](https://doi.org/10.1016/j.icarus.2015.11.009).
- JENNISKENS, P. et al. (2016b). « The established meteor showers as observed by CAMS ». In : 266, p. 331-354. DOI : [10.1016/j.icarus.2015.09.013](https://doi.org/10.1016/j.icarus.2015.09.013).
- JENNISKENS, Peter et al. (2018). « Detection of meteoroid impacts by the Geostationary Lightning Mapper on the GOES-16 satellite ». In : *Meteoritics and Planetary Science* 53.12, p. 2445-2469. DOI : [10.1111/maps.13137](https://doi.org/10.1111/maps.13137).
- JEWITT, David et Jane LUU (2019). « Initial Characterization of Interstellar Comet 2I/2019 Q4 (Borisov) ». In : 886.2, L29, p. L29. DOI : [10.3847/2041-8213/ab530b](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab530b).
- JOPEK, Tadeusz J. (1993). « Remarks on the Meteor Orbital Similarity D-Criterion ». In : 106.2, p. 603-607. DOI : [10.1006/icar.1993.1195](https://doi.org/10.1006/icar.1993.1195).
- KEPLER, Johannes (1609). *Astronomia Nova*.
- KINGSLAKE, Rudolf (1978). *Lens Design Fundamentals*, p. 198-200.
- KLEIBER, J. (1889). « Petite Histoire des Étoiles Filantes ». In : *L'Astronomie* 8, p. 413-416.
- KOSEKI, Masahiro (2019). « EDMOND and SonotaCo net ». In : *eMeteorNews* 4.4, p. 220-224.
- KOUKAL, Jakub (2016). « Results of the EDMOND and SonotaCo united databases ». In : *eMeteorNews* 1.1, p. 20-23.
- KOUKAL, Jakub et al. (2014). « Some interesting meteor showers in EDMOND database ». In : *WGN, Journal of the International Meteor Organization* 42.1, p. 7-13.
- KRIVINE, Hubert (2018). *Comprendre sans prévoir, prévoir sans comprendre*.
- LAPLACE, Pierre-Simon (1812). *Théorie analytique des probabilités*.
- LASKAR, J. (1990). « The chaotic motion of the solar system : A numerical estimate of the size of the chaotic zones ». In : 88.2, p. 266-291. DOI : [10.1016/0019-1035\(90\)90084-M](https://doi.org/10.1016/0019-1035(90)90084-M).
- LAURETTA, Dante S. (2015). « OSIRIS-REx Asteroid Sample-Return Mission ». In : *Handbook of Cosmic Hazards and Planetary Defense, Edited by Joseph N. Pelton and Firooz Allahdadi. Springer Reference Work 2015. ISBN : 978-3-319-03951-0, p. 543-567, p. 543-567. DOI : 10.1007/978-3-319-03952-7_44*.
- LAUSSEDT, Aimé (1864). « Méthode employée pour déterminer la trajectoire du bolide du 14 mai ». In : *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*.
- LEGENDRE, Adrien-Marie (1805). *Appendice sur la méthode des moindres carrés*.
- LIM, H. et al. (jan. 2002). « Vaporization process of SiO₂ particles for slurry injection in inductively coupled plasma atomic emission spectrometry ». In : *Journal of Analytical Atomic Spectrometry - J ANAL ATOM SPECTROM* 17, p. 109-114. DOI : [10.1039/b107941g](https://doi.org/10.1039/b107941g).
- LYYTINEN, Esko et Maria GRITSEVICH (2016). « Implications of the atmospheric density profile in the processing of fireball observations ». In : 120, p. 35-42. DOI : [10.1016/j.pss.2015.10.012](https://doi.org/10.1016/j.pss.2015.10.012).
- LYYTINEN, Esko J. et Tom VAN FLANDERN (2000). « Predicting the Strength of Leonid Outbursts ». In : *Earth Moon and Planets* 82, p. 149-166.
- MAMAJEK, Eric (2017). « Kinematics of the Interstellar Vagabond 1I/'Oumuamua (A/2017 U1) ». In : *Research Notes of the American Astronomical Society* 1.1, 21, p. 21. DOI : [10.3847/2515-5172/aa9bdc](https://doi.org/10.3847/2515-5172/aa9bdc). arXiv : [1710.11364](https://arxiv.org/abs/1710.11364) [astro-ph.EP].
- MANN, Ingrid (2010). « Interstellar Dust in the Solar System ». In : 48, p. 173-203. DOI : [10.1146/annurev-astro-081309-130846](https://doi.org/10.1146/annurev-astro-081309-130846).

- MARSHALL, Robert A., Peter BROWN et Sigrid CLOSE (2017). « Plasma distributions in meteor head echoes and implications for radar cross section interpretation ». In : 143, p. 203-208. DOI : [10.1016/j.pss.2016.12.011](https://doi.org/10.1016/j.pss.2016.12.011).
- MARTI, K. (1973). « Ages of the Allende chondrules and inclusions : Do they set a time scale for the formation of the solar system ? » In : *Meteoritics* 8, p. 55-56.
- MCCROSKY, R. E. et Z. CEPLECHA (1968). « Photographic Networks for Fireballs ». In : *SAO Special Report* 288.
- MCNAUGHT, R. H. et D. J. ASHER (1999). « Leonid Dust Trails and Meteor Storms ». In : *WGN, Journal of the International Meteor Organization* 27.2, p. 85-102.
- MEIER, M. M. M. (mar. 2017). « Meteoriteorbits.info - Tracking All Known Meteorites with Photographic Orbits ». In : *Lunar and Planetary Science Conference*. Lunar and Planetary Science Conference, p. 1178.
- MELOSH, H. J. et G. S. COLLINS (2005). « Planetary science : Meteor Crater formed by low-velocity impact ». In : 434.7030, p. 157. DOI : [10.1038/434157a](https://doi.org/10.1038/434157a).
- MORBIDELLI, A. et al. (2002). « Origin and Evolution of Near-Earth Objects ». In : *Asteroids III*, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel (eds), University of Arizona Press, Tucson, p.409-422, p. 409-422.
- MORBIDELLI, A. et al. (2005). « Chaotic capture of Jupiter's Trojan asteroids in the early Solar System ». In : 435.7041, p. 462-465. DOI : [10.1038/nature03540](https://doi.org/10.1038/nature03540).
- OBERST, J. et al. (2010). « The European Fireball Network 2009 - Status and Results of Cameras in Germany ». In : *European Planetary Science Congress 2010*, p. 302.
- OLMESDT, Denison (1834). *Note on 1833 meteor shower*.
- OPIK, E. J. (1951). « Collision probability with the planets and the distribution of planetary matter ». In : *Proc. R. Irish Acad. Sect. A* 54, p. 165-199.
- ORTIZ, J. L. et al. (2000). « Optical detection of meteoroidal impacts on the Moon ». In : 405.6789, p. 921-923. DOI : [10.1038/35016015](https://doi.org/10.1038/35016015).
- PELAT, Didier (2015). *Bases et méthodes pour le traitement des données*.
- PETERSON, C. (1976). « A Source Mechanism for Meteorites Controlled by the Yarkovsky Effect ». In : 29.1, p. 91-111. DOI : [10.1016/0019-1035\(76\)90105-6](https://doi.org/10.1016/0019-1035(76)90105-6).
- RAULT, Jean-Louis (2014). « Radio set-up design for the FRIPON project ». In : *Proceedings of the International Meteor Conference, Giron, France, 18-21 September 2014*. Sous la dir. de J. L. RAULT et P. ROGGMANS, p. 185-186.
- RAULT, Jean-Louis et François COLAS (2019). « A little tour across the wonderful realm of meteor radiometry ». In : *arXiv e-prints*, arXiv :1911.04290, arXiv :1911.04290. arXiv : [1911.04290](https://arxiv.org/abs/1911.04290) [[astro-ph.IM](https://arxiv.org/archive/astro)].
- RAY, Sidney (1978). *Applied Photographic Optics*, p. 92-96.
- RICKMAN, H. et al. (2014). « Monte Carlo methods to calculate impact probabilities ». In : 569, A47, A47. DOI : [10.1051/0004-6361/201423966](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201423966).
- SANSOM, Eleanor K. et al. (2019). « 3D meteoroid trajectories ». In : 321, p. 388-406. DOI : [10.1016/j.icarus.2018.09.026](https://doi.org/10.1016/j.icarus.2018.09.026). arXiv : [1802.02697](https://arxiv.org/abs/1802.02697) [[astro-ph.EP](https://arxiv.org/archive/astro)].
- SCHIAPARELLI, M. J. V. (1867). « Sur la relation qui existe entre les comètes et les étoiles filantes. Par M. J. V. Schiaparelli ». In : *Astronomische Nachrichten* 68.20, p. 331. DOI : [10.1002/asna.18670682007](https://doi.org/10.1002/asna.18670682007).
- SHIBA, Yasuo (2018). « Eta Virginids (EVI) four year cycle ». In : *WGN, Journal of the International Meteor Organization* 46.6, p. 184-190.
- SHOBER, P. M. et al. (2019). « Where Did They Come From, Where Did They Go. Grazing Fireballs ». In : *arXiv e-prints*, arXiv :1912.01895, arXiv :1912.01895. arXiv : [1912.01895](https://arxiv.org/abs/1912.01895) [[astro-ph.EP](https://arxiv.org/archive/astro)].
- SOUTHWORTH, R. B. et G. S. HAWKINS (1963). « Statistics of meteor streams ». In : *Smithsonian Contributions to Astrophysics* 7, p. 261-285.

- SPURNÝ, Pavel et al. (2010). « Analysis of instrumental observations of the Jesenice meteorite fall on April 9, 2009 ». In : *Meteoritics and Planetary Science* 45.8, p. 1392-1407. DOI : [10.1111/j.1945-5100.2010.01121.x](#).
- SUGGS, R. M. et al. (2014). « The flux of kilogram-sized meteoroids from lunar impact monitoring ». In : 238, p. 23-36. DOI : [10.1016/j.icarus.2014.04.032](#). arXiv : [1404.6458 \[astro-ph.EP\]](#).
- TAPLEY, B. D. et al. (1996). « The Joint Gravity Model 3 ». In : 101.B12, p. 28,029-28,049. DOI : [10.1029/96JB01645](#).
- TISSERAND, F. (1896). « Revue des publications astronomiques. Tisserand (F.). - Traité de Mécanique céleste, t. IV. In-4°. Paris, Gauthier-Villars et fils; 1896 ». In : *Bulletin Astronomique, Serie I* 13, p. 300-306.
- TRILLING, David E. et al. (2017). « Implications for Planetary System Formation from Interstellar Object 1I/2017 U1 ('Oumuamua) ». In : 850.2, L38, p. L38. DOI : [10.3847/2041-8213/aa9989](#). arXiv : [1711.01344 \[astro-ph.EP\]](#).
- TURCHAK, L. I. et M. I. GRITSEVICH (déc. 2014). « Meteoroids Interaction With The Earth Atmosphere ». In : *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 44.4, p. 15-28. DOI : [10.2478/jtam-2014-0020](#).
- VERNAZZA, Pierre et Pierre BECK (2016). « Composition of Solar System Small Bodies ». In : *arXiv e-prints*, arXiv :1611.08731, arXiv :1611.08731. arXiv : [1611.08731 \[astro-ph.EP\]](#).
- VIDA, Denis, Peter G. BROWN et Margaret CAMPBELL-BROWN (2018). « Modelling the measurement accuracy of pre-atmosphere velocities of meteoroids ». In : 479.4, p. 4307-4319. DOI : [10.1093/mnras/sty1841](#). arXiv : [1807.03213 \[astro-ph.EP\]](#).
- VILLON, François (1461). *Ballade des dames du temps jadis*.
- WALSH, Kevin J. et al. (2012). « Populating the asteroid belt from two parent source regions due to the migration of giant planets—"The Grand Tack" ». In : *Meteoritics and Planetary Science* 47.12, p. 1941-1947. DOI : [10.1111/j.1945-5100.2012.01418.x](#).
- WEIERSTRASS, K. (1858). « Ueber ein die homogenen Functionen zweiten Grades betreffendes Theorem ». In : *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Berlin*.
- WEISBERG, M. K., T. J. MCCOY et A. N. KROT (2006). « Systematics and Evaluation of Meteorite Classification ». In : *Meteorites and the Early Solar System II, D. S. Lauretta and H. Y. McSween Jr. (eds.), University of Arizona Press, Tucson, 943 pp., p.19-52*. Sous la dir. de Dante S. LAURETTA et Harry Y. MCSWEEN, p. 19.
- WHEELER, Lorien F. et Donovan L. MATHIAS (2019). « Probabilistic assessment of Tunguska-scale asteroid impacts ». In : 327, p. 83-96. DOI : [10.1016/j.icarus.2018.12.017](#).
- WILLIAMS, D. R. et G. W. WETHERILL (1994). « Size Distribution of Collisionally Evolved Asteroidal Populations : Analytical Solution for Self-Similar Collision Cascades ». In : 107.1, p. 117-128. DOI : [10.1006/icar.1994.1010](#).
- WIŚNIEWSKI, M. et al. (2015). « Polish Fireball Network ». In : *European Planetary Science Congress, EPSC2015-562*.
- YOSHIKAWA, M. et al. (2015). « Hayabusa Sample Return Mission ». In : *Asteroids IV, Patrick Michel, Francesca E. DeMeo, and William F. Bottke (eds.), University of Arizona Press, Tucson, 895 pp. ISBN : 978-0-816-53213-1, 2015., p.397-418*, p. 397-418. DOI : [10.2458/azu_uapress_9780816532131-ch021](#).